...ABAD STATE LIBRARY

هو

کفایة الحساب

مشتمل بر اصول و فروع علم حساب

از تألیفات عالیجاه مقرب الخاقان میرزا عبد الغفار

نجم الملک منجم باشی خاص

دیوان اعلی و مهندس

و معلم کل علوم ریاضی

و مترجم لغت فرانسه و انگلیسی

در مدرسه مبارکه دار الفنون

طهران

فی سنه ۱۲۹۱

۹۲۲۳۵

بسم الله الرحمن الرحیم

الحمد لله رب العالمین و الصلوة و السلام علی محمد و آله اجمعین

و بعد مخفی نماند که چون در این عصر جمیع امور دولتی از نظام و قورخانه و توپخانه و غیره و ملتی از تجارت و صناعت و زراعت منوط بعلم گردیده و دول خارجه از ممالک اروپا و غیره چندین قرن صدساله است که برای ترقی دولت و ملت و انتشار علوم مدارس عدیده برپا ساخته اند و همواره از جمیع طبقات ناس در آنجا مشغول بتحصیل و تربیت میباشند و برای جمیع حرف حتی نجاری و آشپزی علوم و کتب ترتیب داده اند و تا شخص در مدرسه تحصیل علم متعلق بفن خویش را ننماید اعتبار بهیچ عمل او نیست

و در مملکت ما قبل از این دولت ابد مدت رسم نبود که صاحب منصب با علم باشد و اکنون منسوبان میکنند که تمام کمال تحصیلی ایشان مشق است مثل مشق پا و مشق دسته و مشق فوج و مشق تفنگ و مشق قداره و مشق توپ و حال آنکه اینها

پست ترین مراتب تکلیف صاحب منصب است و تمام اینها را باید در کمال احسن تحصیل آموخت و عمده تحصیل علوم است مثلا اگر صاحب منصب علم جغرافیا نداند چگونه از احوال ملک خود و ملک همسایه آگاه میشود و قبل از وقوع جنگ از احوال دشت و کوه و رود و آباد و بیابانها اطلاع دارد و اگر علم تدابیر جنگ و قانون حرکت دادن سپاه نداند چگونه میتواند از این ناهمواریهای زمین فایده برگیرد و آنها را اسباب فتح و غلبه خود نماید و اگر علم نقشه کشی نداند چگونه میتواند تفصیل عرض راهها و طرح اردوی خود و اردوی دشمن و مواضع مفتوحه را الصور بکند و بنماید و اگر علم قلعه سازی و محاصره و مدافعه و نقابی و راه سازی و پل سازی و آتش بازی نداند چگونه میتواند سنگر جنگ مناسب هر مکان طرح کند و انواع ملاذ در احصار بندد و با عدد قلیلی از سپاه در قلعه محصوره مقابل دشمن کثیر زیست کند و به بعضی تدابیر آتش در روی دشمن افکند و از جنگل و رودخانه و مرداب و کوه بگذرد و اگر علم توپخانه و قورخانه و جر اثقال نداند چگونه مقام استعمال هر یک از اسلحه آتشی و فواید آنها و قاعده حمل و نقل آنها را در دشت و کوه و بیشه و امثال آنها

و همچنین در سایر فنون مثل معماری کسی گمان میکند که از اعلی است شخص معمار تا محاسب نباشد چگونه میتواند از روی دقت حساب بر آورد و باز دید نماید و تا مهندس نباشد چگونه میتواند وضع عمارتی را که مشتمل باشد بر چندین طبقه و بر چندین باب طرح کند و تا قوت و طاقت زیست مصالح بنائی را نداند چگونه میداند که برای هر عمارت پایه تا چند ذرع باید در زمین فرو رود و ثخن هر دیوار و ارتفاعش و نوع مصالحش و ترکیب سقفش چه باشد تا بتواند مدتی بر سر پا بماند و تا علم جر اثقال نداند چگونه میتواند بتوسط آلات مختصره و قوت ضعیف و عدد قلیلی از عمله سنگها و ستونها و حمالها و بار

اسباب و لوازم عمارت را تا ارتفاعی از کف زمین بلند کند و از بابت نقص در این علوم است که بیشتر عمارات و ابنیه ما را استحکامی نیست و در اندک مدت زود منهدم میشوند و خسارت کلی بشخص بانی وارد می آورند

و همچنین در نقاشی تا شخص نقاش مهندس نباشد چگونه میتواند اجزا را به نسبت تصویر کند و تا علم مناظر نداند چگونه میتواند شرط دورنما و سایه و روشن را درست منظور دارد و از بابت جهل است که گاه در نقاشی ما ایرانیان بلبل را از درختی که بر شاخ آن نشسته بزرگتر میکشند و همچنین دیوار را که از منظر دورتر افتاده فاصله اش را از زمین بیشتر قرار میدهند

و همچنین در ممیزی تا شخص مهندس نباشد چگونه میتواند اراضی و املاک را بدقت مساحت کند و مالیات و عوارض و بهره را به نسبت بر آنها قسمت کند و میزان و مقیاسی برای تقدیر حاصل اراضی بدست آورد

و در اجرای قنوات و انهار تا شخص مهندس نباشد چگونه میتواند قبل از شروع بعمل تعیین کند که آب بفلان موضع مقصود خوب می نشیند و در این صورت چگونه میتواند اقصر فاصله ممکنه را بدست آورد و خاکریزی و خاکبرداری بیهوده و عبث ننمود و سر نقطه را باندازه مناسب حفر کرد یا بلند نمود و بانی خسارت کلی نگشت

و در راه سازی و پل سازی تا شخص مهندس نباشد چگونه میتواند با رعایت صرفه جوئی در مخارج طریق محکمی سازد که همه روزه تعمیر نخواهد و در فصول خشکی و بارندگی بسهولت و آسانی بتوان عبور نمود بی آنکه اسباب خستگی مالهای بارکش شود و بر رودهای خشک و بارانی پلهای محکم عریض چشمه و پلهای معلق عاری از پایه های آهنین بنا کند

و همچنین در حرف و صنایع اکنون میتوان بتوسط قوت بخار و آلات جر اثقال

صفحات

* جدول مقیاسهای قدیم فرانسه بنسبت بمقیاسهای جدید رشته متری ۱۸۲
* تحویل مقیاسهای قدیم فرانسه بمقیاسهای جدید ۱۸۵
شرح مقیاسهای ایران و نسبت آنها با آحاد رشته متری ۱۸۸
محاسبات متعلقه بمقیاسهای ایران ۱۹۲
مقایسه زمان و اشاره بتاریخ هجری و میلادی مسیحی و نسبت محیط دایره ۱۹۶
* امثله چند در اعداد اعشاریه و رشته متری در رسوم و قواعد ضرابخانهٔ خارجه ۲۰۱

باب هفتم در استخراج اضلاع اول

مقدمات اصلیه و شرحی در خصوص مجذورات و جذور ۲۰۸
استخراج جذر اعداد صحاح ۲۱۱
ترتیب مجذورات کسور و استخراج جذر آنها ۲۱۸
استخراج جذر اعداد اعشاریه ۲۱۹
استخراج جذر تقریبی اعداد تا حدی مشخص ۲۲۰
* استخراج جذر اعداد تقریبی و قاعده تقریبات متعلقه ۲۲۷
ترتیب کعب و استخراج کعب اعداد صحاح و کسور ۲۲۹

باب هشتم در بعضی از قواعد علم حساب در مسائل کلیه

نسبت مقادیر مقیده ۲۳۷
شرح مقادیری که بنسبت مستقیم تغییر میکنند یا بنسبت معکوس ۲۴۰
اربعه متناسبه مفرده و اربعه متناسبه مرکب ۲۴۳
قانون مرابحه مفرد ۲۵۱
دستور عام در حل مسائل مرابحه مفرده ۲۵۴

تنزل تجارتی درونی و بیرونی ۲۵۷

سهم بیست و قانون شارکت ۲۵۹

باب نهم در استعمال جداول لگاریتم

تعریف و خصایص لگاریتم ۲۶۵

شرح لگاریتم مشهور و خصایص آن ۲۶۶

قاعدهٔ عمل بجداول پنج رقمی لالاند ۲۶۹

طریق یافتن لگاریتم عدد معلوم از روی جدول ۲۶۹

طریق یافتن عددها بازاء لگاریتم معلوم از روی جدول ۲۷۳

اجرای اعمال حساب با لگاریتم ۲۷۵

شرح سطره حساب و امتحان افزایش و تفصیلات دیگر ۲۸۰

ضرب و قسمت دو عدد از روی سطرهٔ حساب ۲۸۸

فهرست مطالب ضمیمه

اختصارات عمل ربح و تنزل تجارتی ۲۹۵

محاسبهٔ ربح از روی عدد مقسوم علیه (این دو کلمه اصطلاح اند در کتاب معلوم مسعود) ۲۹۹

* محاسبات رسمیه و متداوله تجار خارجه ۳۰۵

* تعیین سود وسطی ۳۱۰

* تعیین ربح یکساله قرض دولت در خارج ۳۱۲

* قانون استقراض دول خارجه ۳۱۴

* قانون معاوضه و مبادله نقود دول مختلفه ۳۲۲

* مسئله عاملی که قانون ازدواج گویند ۳۲۸

یکروز در کارخانه عملی را بانجام رسانید که در صورت عدم آنها بایستی در چند روز کار و
چندین نفر عمله مشغول شوند و عاقبت بآن خوبی نشود و در این مقام بیش ازین اشارات
مناسب نیست چنانچه بنای تفصیل باشد ازین مقوله امثال بی شمار ذکر توان نمود
پس بالجمله محض ترقی دولت و تربیت ملت حضرت انجم حشم و مالک رقاب امم وارث ملک
عجم و دارای تاج و تخت کسری و جم سلطان السلاطین و خاقان الخواقین السلطان
ناصرالدین شاه قاجار خلد الله ملکه و سلطانه مدرسه مبارکه دار الفنون را بنا نهادند
تا جمیع علوم و فنون نظامی در آنجا تحصیل شود و پس ازین بدون لیاقت شخصی و استحقاق
علمی احدی دارای منصب نشود و ابتدا برای تعلیم آن علوم معلمین چند از خارج طلبیدند
که نه ایشان زبان فارسی میدانستند و نه متعلمین بلغت آنها مانوس بودند و مترجمین خارج
از علم بودند و رشته بیرون از اطلاع قواعد و رسوم لهذا تحصیل با کمال بطوء حاصل میشد
و علمی که باید در شش ماه آموخته شود دو سال بطول می انجامید و در مدت ده سال
نه چندان علومی رواج یافت و نه کتب با معنی شایع گشت آنوقت خاطر خطیر شاهنشاه
روحنا فداه و رای جهان آرا برین قرار گرفت که کفایت این امر مهم در عهده شخصی
کافی گذارده شود که خود ارباب علم و هنر باشد و با اصابت تدبیر و اضائت ضمیر و
کیاست عقل و فراست خاطر پس تنظیم امور کلیه آنرا بنواب اشرف والا
اعتضاد السلطنه وزیر علوم علیقلی میرزا مفوض فرمودند و نواب معظم الیه چون
از حالات و مقامات اجزای مدرسه کمال اطلاع را داشتند هر کس را در خور
لیاقت و قابلیت خویش منصب و خدمتی سپردند چنانچه ریاست کل را تا مصالحی
اولیای دولت ابد مدت در عهده مقرب الخاقان جعفر قلیخان که از تربیت یافتگان
این بنای عالی اند و در علوم مهندسی و فنون طبیعی مثل عکاسی وغیره و در زبان فرانسه

مهارت تمام دارند و از قواعد تنظیم مدرسه و رسوم ترتیب و اخذ و خارجه که تکلیف تحصیل
ایشان است بر حد کمال مستحضر نبودند

و این بندهٔ جانی ابن الفاضل الکامل علیمحمد عبدالغفار اصفهانی را که از تربیت یافتگان
نواب مستطاب ایشان است بمنصب معلمی کل علوم ریاضی و غالب فنون نظامی و غیره
مفتخر ساختند پس اکنون که اوایل سال ۱۲۸۸ هجری است و مبداش مطابق با سال
۹۴۳ جلالی قریب و اند ده سال باشد از قبل از سن بیست سالگی باین خدمت اشتغال
دار در مدرسه تدریس در تمام این مدت خارجی بوده نه سطحی و چون متعلمین مبتدی در اثناء
مطالب تحصیلیهٔ خود بیشتر عاجز میمانند ایشان را کتبی مؤلفه لازم بود که وقت
ضرورت بآنها رجوع نمایند و تا این وقت در مدرسه از هر علم کتابی موجود نبود
و آنچه از ترجمهٔ مقدمات در دست داشتند خالی از نقص نبود چنانچه علم حساب اکثر
اصولش محذوف بود و فروعش غیر مضبوط و یا با علمی دیگر مثل جبر و مقابله مخلوط و
مغشوش بود و عباراتش غیر مانوس و مرکب از لغات و اصطلاحات خارجه و
کتبی هم که از متقدمین در دست داریم خالی از غش نیست عیب کلی همه این است که
اصول و فروع و علوم مختلفه با یکدیگر مخلوط میباشند مثل کتاب خلاصة الحساب شیخ
اعلی الله مقامه که بعنوان حساب است ولی با آن اختصار مشتمل است بر علوم حساب و مساحت
و تسویه و جبر و مقابله و در عمل ضرب که از اصول اعمال حساب است چندین قاعدهٔ
بیفایده ذکر شده همچنین مفتاح الحساب و عیون الحساب و تحریر اقلیدس و کتب
متوسطات که فروعشان از اصول گذشته

شرایط کتاب تحصیلی این است که چنین باشد در هر علم باید اصول را از فروع جدا ساخت
و علوم را از همدیگر ممتاز نمود بخصوص در این عصر که نزدیک بدرجهٔ کمال رسیده

و آنچه اصول باشد بیشتر قاعده آنست که متعلم را بیاموزند و در مراتب ترقی رسانند ولی فروع را باید گذاشت تا خود متعلم متدرجا در حل مسائل و بمرور کسب دریافت کند و در زمان تحصیل بسئوال آنها تضییع عمر نکند چنانچه بتجربه معلوم شده که هرگاه مدت تحصیل علوم مقدمه فنی مثلا مهندسی بخیال باشد بعد از آنکه مشغول شد بعده سال کشد

و اکنون در مدرسه قانونی وضع شده که چون شاگرد وارد آنجا شد مشروط برآنکه صاحب خط رسمی و سواد فارسی و مقدمات عربی باشد و مدت هفت هشت سال تحصیل کند بعد از خروج از مدرسه قابل رجوع جمیع خدمات متعلقه بفن تحصیلی خود باشد از اینقرار که مدت دو سه سال جمیع متعلمین بمدرسه مشترکا و بدون استثنا علوم مقدمه ذیل را تحصیل می کنند

علم حساب — اصول هندسه — مثلثات مستقیمه الخطوط
جبر و مقابله تا آخر درجه دوم — علم تسطیح خطوط و سطوح و اجسام بر دو سطح قائم
علم مخروطات — علم هیئت جدید عالم — جر اثقال — جغرافیا
علم فزیک که نوعی از طبیعی باشد — علم شیمی — علم موالید ثلاثه
زبان فرانسه یا روسی یا انگلیسی — تاریخ عمومی ممالک — مشق نقاشی

و بعد از انقضای این مدت و امتحانات مختلفه که در آن عرض مدت میشود و قوت فهم و درجه شوق و ذوقش در هر علم بدست می آید آنوقت لایق هر فن باشد پنج شش سال دیگر مشغول بتحصیل علوم متعلقه آن میشود مثلا علومی که بعد از دو سال مقدمه متعلمین هندسه نظامی تحصیل میکنند از اینقرار است

علم مثلثات کروی — جبر و مقابله بعد از درجه دوم تا آخر — علم تسطیح بر دو سطح قائم بعد از باب خطوط مستقیمه و سطوح مستویه — علم تصویر مرتبه داره

علم و عمل برداشتن نقشه ولایات   علم مساحت ابعاد زمین   تتمه علم جراثقال
علم مناظر و قواعد متعلقه به مجاری و حجاری   علم ترکیب و تبدیل حرکات
علم مقاومت و زینت مصالح بنائی   علم معماری   راه‌سازی و پل‌سازی
علم قلعه‌سازی فوری و دائمی   علم محاصره و مدافعه   علم نقب و لغم‌سازی
علم حفاری   ساختن پلهای جنگی   تاریخ جنگ   طرح قلعه   حیل و تدابیر جنگی
علم و قواعد حرکت سپاه   طرح بناهای نظامی   ورزش نظامی
اقسام جراحی و رنگ‌آمیزی   آتش‌بازی جنگی   بعضی صنایع نظامی
ساختن بست‌های نظامی

و حقیر برای تتمیم مراتب تحصیل هر علم که درس گفت کتابی در آن تألیف کرد
در علم حساب دو کتاب   در اصول هندسه کتاب   در مثلثات مستقیمة الخطوط
کتاب   در اصول جبر و مقابله تا آخر درجه دوم کتاب   در علم نقشه‌کشی و مساحت
اراضی و تسویه و سمت تسطیح کتاب   در قلعه‌سازی ابدی و فوری و محاصره
و مدافعه کتاب   در علم جغرافی طبقات پنج‌گانه عالم کتاب   در علم نقشه
کشی صنعتی کتاب   در علم رنگ‌آمیزی و ساختن الوانی که در نقشه‌کشی بکار آید
کتاب   در علم تدابیر جنگی رساله   در علم تسطیح اجزای قلعه نظامی رساله
و ضمناً چند کتاب خارج تحصیل نیز تصنیف نمود   در علم هیئات عالم بعقیده
متأخرین دو مجلد   در قاعده کشیدن نقشهای جغرافی کتاب   در حل [illegible]
از مسائل متقدمین رساله   در تشخیص نفوس دارالخلافه در سال ۱۲۸۴ رساله
در مساحت املاک و عمارات اطراف شهر قدیم دارالخلافه طهران آنچه داخل شهر
جدید شده رساله با نقشه کل آن اراضی   در تعیین ابعاد مابین بلاد تلگرافی

مملکت ایران رساله و چند کتاب هم از لغت فرانسه ترجمه نموده انجمله در علم تعدیل
قوی که شعبهٔ اصلی جر اثقال باشد و مشتمل بر خواص قوی و شرح آلات مفرده از قبیل
پیچ و غیره و اجسام و میزان و قپان و غیره از تصنیفات پوانسو کتاب
و در علم سطح تصویری اجسام بر دو سطح قائم از تصنیفات لوفیورد و فورسی کتاب
از جمله کتب تحصیلیه این کتاب حساب است که در سال ۱۲۸۱ هجری تالیف نموده
تاکنون چند دوره درس گفته و آنرا بوضع و اسلوبی نوشته که جمیع طبقات متعلمین
مدرسه بتوانند بقدر لازم خویش از آن روی تحصیل کنند و همچنین اشخاص خارج که طالب
تحصیل این علم باشند

و آن مطابق فهرست مابعد مشتمل است بر سه فقره اصول ضمیمه خاتمه

اما اصول آنچه در فهرست عاری از این علامت باشد * مطالبی است که
باید جمیع طبقات متعلمین و هرکس که بخواهد حساب و آن رسمی باشد تحصیل کند و مطالبی
که با علامت * باشند مخصوص مهندسی و توپچی است که بترتیب کتاب در ضمن
سایر مطالب تحصیل کند و یا بعد از دیدن دورهٔ مذکوره و مانوس شدن بعلم و عمل

اما ضمیمه تمامش متعلق است به مهندس و توپچی ولی مطالب ثلث اولش آنها که با علامت
* باشند چون درباب قواعد و رسوم معمولهٔ خارجه است و محض آگاهی مهندسین
از آن رسوم مفیده ذکر نموده از اصول تحصیلیه محسوب نشود و باختیار است و دو ثلث
مابقی از مطالب تحصیل کردنی مهندس است

و اما خاتمه آموزجی است از جبر و مقابله تحصیل آنهم برای جمیع طبقات لازم است
پس آنانکه مهندس نباشند ممکن است از آن علم به تحصیل همین مختصر اکتفا کنند و بیش
از این هم برای آن اشخاص ضرورت ندارد و اما مهندس بعد از آنکه این مختصر را

دیده و بعلم مانوس گشت آنوقت تحصیل خود علم جبر و مقابله برای او بی زحمت است

صفحه

فهرست اصول حساب

باب اول در شمار اعشاری

مقدمه ۱

شمار لفظی و اسماء اعداد ۲

شمار خطی و قاعده نوشتن اعداد ۵

باب دویم در اصول اعمال حساب در اعداد صحاح

جمع ۱۰

تفریق ۱۶

ضرب و خواص متعلقه بان و قوای اعداد ۲۲

قسمت و ملاحظات چند در خصوص آن و خواص تقسیم ۳۸

باب سوم در قابل قسمت بودن اعداد

تعریفات و اصول کلیه ۵۶

قابل قسمت بودن اعداد بر ۲ و ۵ و ۴ و ۲۵ و ۸ و ۱۲۵ و ۹ و ۳ ۵۹

بزرگتر مقسوم علیه مشترک ۶۶

اعداد فرد اول و ترتیب جدول آن و اعداد متباینه ۷۱

احکام چند در خصوص اعداد اول عاد کننده که عوامل اول بر گوییم ۷۷

کوچکتر مضرب مشترک یعنی کوچکتر عددی که قابل قسمت باشد بر چند عدد ۸۵

باب چهارم در کسور متعارفه

مقدمات اصلیه و تعریفات ۸۸

خواص اصلیه و احکام کلیه ۹۲

تحویل کسر بصورت ساده تر و به کسر غیر ممکن التحویل ۹۳

صفحه

تحویل کسور بیک مخرج ۹۶

تحویل کسور بکوچکتر مخرج مشترک ۹۸

اجرای چهار عمل اصلی در کسور و در اعداد کسریه ۱۰۵

مسئله مشق در کسور ۱۱۱

باب پنجم در کسور اعشاریه

مقدمات اصلیه و تعریفات و شمار ۱۱۴

اجرای چهار عمل اصلی حساب در اعداد اعشاریه ۱۱۹

تحویل کسر متعارفی بکسر اعشار ۱۲۲

کسور اعشار متناوبه ۱۲۷

تحویل کسر اعشار متناوبه بکسر متعارفی ۱۳۰

* اختصار ضرب ۱۳۵

* اختصار قسمت ۱۴۲

* احکام کلیه و اشارات در خصوص تقریبات متعلقه بمقابله در مفروضات مسئله و در نتیجه آن ۱۵۱

* احکام ضرب ۱۵۵

* احکام قسمت ۱۵۹

باب ششم در انواع مقیاسها و در مسائل عملیه چهار عمل اصلیه اعداد اعشاریه

سیستم متریک که مجموع مقیاسهای مشتق از تنزل آنها باشند و آنرا رشته متری گوئیم ۱۶۴

رجحان و امتیاز سیستم متریک بر جمیع مقیاسهای روی زمین ۱۷۶

حساب و اعمال متعلقه بمقادیری که منسوب باشند با جاد رشته متری ۱۷۷

صفحه

مرابحه مرکب ۳۳۰

شرح مسئلهٔ قسط السنین ۳۳۴

مسئلهٔ استهلاک دین ۳۳۶

* استهلاک قرض دولت در خارج و رسم تملک و اون جماعات راه آهن ۳۴۲

معاملات ذمة الحیات و استعمال جدول ممات ۳۴۷

سود ما دام الحیات و مسئلهٔ تونتین ۳۵۲

مسئلهٔ تسهیم نسبت ۳۵۸

مسئلهٔ امتزاج مایعات و اختلاط فلزات بطریق مستقیم و معوج ۳۶۵

واسطهٔ عددی و قیمت متوسطه ۳۶۶

فایدهٔ علم حساب و استعمال آن در علوم و صنایع ۳۶۸

جمع و تفریق اعداد تقریبی ۳۶۹

محاسبات و اعمال هندسیه ۳۷۱

مسائل طبیعیه متعلقه بکثافت اجسام و ثقل خاص و تخلخل اجسام ۳۷۵

مسائل نجومیه و متعلقه بعلم هیأت ۳۸۲

قابل قسمت بودن عددی بر یازده ۳۸۸

قاعدهٔ مختصر در استخراج جذر تقریبی اعداد تا هر چند رقم که خواسته باشیم ۳۹۲

جدول مقیاسهای قدیم عربستان و ایران و جدول تحویل مقیاسها و نقود انگلیس و دول متحده امریکا و فرانسه و پروس بمقیاسها و نقود جدیدهٔ سیستم متری ۳۹۸

در اصول خواص نسب و تناسبات عددیه و هندسیه ۴۰۷

صفحات

خاتمه

آموزجی از علم جبر ومقابله (که عبارت اخری اصول بسیار مختصر باشد از این علم) ٤١٩

در حل مسائل معدوده ومعادلات درجهٔ اول بر سبیل ایجاز ٤٢٦

بعون الملك الوهاب

در بیان اصطلاحات این کتاب با اصطلاحات فرنکی که در مدرسهٔ دار الفنون اوقونور

شمار	نومبراسیون
عامل	فاکتور
مضروب	مولتیپل
تحت المضروب	سوموولتیپل
حصه صحیح	جزئی الیکت
ممیز	دیویزور
منفصل ومشخص	کاراکتر دیویزیبیلیته
عامل اول	فاکتور پریمیه
اعداد فرد اول	نومبر پریمیه
جماعت	کومپانی
قسط السنه	آنوئیته
استهلاك دین	آمورتیسمان

باب اول

درشمار اعشاری (درس اول)

مقدمه

۱ اجتماعی از اشیاء را که از یک نوع باشند عدد نامند مثلاً گویند که در کنار خیابان عددی از اشجار نشانده شده و فوجی مرکب است از چند عدد سرباز و درکیسه چند عدد اشرفی است

شیئی را که از تکرارش عدد ترکیب میشود واحد گویند چنانچه در مثالهای مذکور درخت و سرباز و اشرفی هرکدام واحدی باشند در نوع خود

عدد را بواحد ابتدا کنند و یک گویند و چون واحدی بر آن واحد اضافه کنند دو واحدی دیگر بر جمع بیفزایند و باین دستور بینهایت پیش روند جمع اعدادی ترکیب میشود اعدادی را که از قرار مذکور ترتیب داده میشوند اعداد صحاح گویند و ظاهر است که آنها را حد و انتهائی نیست (عدد بنا بر تعریف سابق منحصر شد بصحاح ولکن در باب چهارم تعریف عامی از آن خواهیم نمود و آنجا معلوم خواهد شد که علاوه بر صحاح اعداد دیگر هست که هنوز ذکری از آنها نرفته و بالفعل آنچه درخصوص عدد ذکر شد کافی است و تا آنجا که تعریفش را انتیز دهیم بحث ما از اعمال متعلقه باعداد صحاح است و از قواعدیکه باین نوع عدد مربوط باشند و ذکر جمیع این اعمال اهم جمیع مطالب علم حساب است چون جمیع اعمال متعلقه بسایر انواع اعداد راجع میشود باعمال در اعداد صحاح)

عدد بر دو قسم است مقید و مطلق عدد مقید آنست که نوع واحدش معلوم باشد مانند پنج اشرفی و مطلق آنست که چنین نباشد مانند پنج

علم حساب علم اعداد است و در آن بحث میشود از اصول خواص اعداد و از اعمال حساب یعنی اعمالی که بتوان بحسب مقصود و مقام در آن اعداد مجری داشت

ابتدا برما لازم است آگاهی از اسماء اعداد پس گوئیم چون اعداد غیر متناهی هستند اگر میخواستیم برای هر عدد اسم خاصی وضع کنیم ممکن نبود آن همه اسماء غیر متناهی را در ذهن بسپاریم لهذا قانونی وضع نموده‌اند که بتوان از آن روی با قلیل کلماتی جمیع اعداد را تلفظ نمود و با قلیل ارقامی جمیع آنها را نوشت و چنین است مقصود ما از شمار

۴ شمار عبارت از قانونی است که از روی آن بتوان جمیع اعداد را با چند کلمه تلفظ نمود و با چند رقم نوشت پس آن بر دو نوع شد لفظی و خطی

در شمار لفظی و اسماء اعداد

اسماء مرتبهٔ اول اعداد بترتیب مقدار از اینقرار است

یک دو سه چهار پنج شش هفت هشت نه ده

ده واحد مفرد از مرتبهٔ اول یک واحد است از مرتبهٔ جدید که عشرات گوئیم و این عشرات را مثل آحاد مفرد میشمارند و میگویند یک ده یا یک عشره دو عشره سه عشره وغیره تا نه عشره و آنها را باین اسما خوانده‌اند

ده بیست سی چهل پنجاه شصت هفتاد هشتاد نود

و از ده عشره یک واحد از مرتبهٔ سیم ترکیب میشود و آنرا مائه گویند و شمار مائت مانند شمار عشرات و آحاد است از اینقرار

یکصد دویست سیصد .... تا نهصد

وازده مائه ترکیب کنند یکواحد مرتبه چهارم را که الوف گویم و شمار الوف مانند احاد و مفرد و عشرات و مأت است و ازده الف ترکیب شود یکواحد مرتبه پنجم که عشرات الوف گویند و از همین قسم ازآحاد [illegible] ترکیب نمود و هر چند خواهیم در مراتب متتالیه آورد بر طبق این قاعده اصلیه ازده واحد هر مرتبه یکواحد مرتبه بلا واسطه فوقانی ترکیب میشود

[illegible]

مرتبه اول	....	احاد مفرده
مرتبه دوم	....	عشرات
مرتبه سیم	....	مأت
مرتبه چهارم	....	احاد الف
مرتبه پنجم	....	عشرات الف
مرتبه ششم	....	مأت الف (انرا لک هم گویم)
مرتبه هفتم	....	احاد میلیون که الف الف باشد میلیان [illegible]
مرتبه هشتم	....	عشرات میلیون (هزار دو)
مرتبه نهم	....	مأت میلیون (هزار دو)
مرتبه دهم	....	احاد میلیون یا میلیار که الف الف الف باشد هزار هزار گویم
مرتبه یازدهم	....	عشرات میلیون (هزار سه)
مرتبه دوازدهم	....	مأت میلیون (هزار سه)
مرتبه سیزدهم	....	احاد تریلیون که الف الف الف الف باشد و هزار چهار گویم

مرتبۀ چهاردهم . . . . عشرات تریلیون (هزار جهان)

مرتبۀ پانزدهم . . . . آت تریلیون (هزار جهان)

وغیره . . . . وغیره

هنگام ضرورت میتوان بر عدد مراتب مذکوره افزود ولیکن بسیار کم اتفاق می افتد که مراتب مستعمله ازین حد تجاوز نماید

۳ هر عدد تا الیف احاد یکی از این مراتب مختلفه است بعلت کمتر از ده واحد باترکیب چند بن جزو مؤلف است از مراتب مختلفه

پس بوساطت اسماء مذکوره جمیع اعداد را میتوان بآسانی تلفظ نمود و مقصود از شمار لفظی همین است مثلاً میخواهیم عددی را از اشیاء هم نوع مانند گندم را بشماریم چنانچه عدد گندم از ده بیشتر باشد ده ده جدا میکنیم تا باقی آخر کمتر از ده باشد آنوقت اگر عدد عشرات مفروزه از ده کمتر باشد آنرا تلفظ میکنیم و باو ملحق مینمائیم عدد احاد کمتر از ده را که باقی مانده بود مثلاً یافتیم چهار عشره و هفت واحد میگوئیم عدد گندمها چهل و هفت است

واگر عدد عشرات از ده تجاوز کند ده ده جدا میکنیم یعنی آت الیف میکنیم تا باقی آخر کمتر از ده عشره شود و آنوقت اگر عدد آت هم از ده تجاوز نماید

عدد احاد مرتبه اعلی کمتر از ده شود

در آن صورت گندمها بمراتب مختلفه عدد مجزی میشود و چون عدد احاد هر مرتبه و اسماء آن احاد را میدانیم تلفظ عدد گندمها آسان میشود

فرض میکنیم یافتیم شش آت الف باضافه سه عشرات الف باضافه پنج الف

باضافه دو مایه باضافه چهار عشره باضافه هفت واحد اینها تسعین صد
سی و پنجهزار و دویست و چهل و هشت واحد رجوع کنید به ۱
۴ — اینجا ختم میکنیم شمار لفظی را بتکرار قاعده اصلیه که مبدأ و مبنای جمیع قواعد
اعمالی است که عنقریب بیان میشود
از ده واحد هر مرتبه یک واحد مرتبه بلا فاصله فوقانی تا الیغ میشود
بنا براین قاعده عدد ده را مبنای شمار مشهور نامند و این شمار را شمار اعشاری گویند

در شمار خطی

۵ دستور نوشتن اعداد با قلیل عده از ارقام مبنی بر حکمی است که در بیان شد
هر عدد با تا الیغ ما دیگی از مراتب بعد از ده واحد با مرکب چند بن جزو
مؤلف است از مراتب مختلفه
بنا براین قدما مناسب دیده اند که ابتدا نه عدد اول را بصور ذیل بنمایند و آنها را
ارقام گویند

یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹

و بعد از آن آحاد جمیع مراتب را بهمین ارقام بنمایند بنا بر آنکه موضع ارقام را
وجه امتیاز آن آحاد قرار دهند بنا براین قرار داد رقم اول سمت یمین
هر عدد را آحاد مفرد دانند و چون از یمین به یسار سیر کنند رقم دویم را
عشرات و رقم سیم را مآت و هکذا بترتیب معتاد رقم زاید چنانچه در این عدد
۳۵۶۸۴ رقم ۴ آحاد مفرد است و ۸ عشرات و ۶ مآت و ۵ الوف و
۳ عشرات الوف و امثالی که در رقم ۳ تلفظ شد چنین نوشته میشود ۶۴۳۵۲۴۷
هرگاه آحاد یکی از مراتب پست تر از مرتبه اعلی مفقود باشد بجایش این صورت

جدیده نوشته میشود که رقم دهم است و صفر گویندش

مثلا عددی مؤلف است از ۴ واحد ۳ مائه و عشرات الف در این مثال
از جمله آحاد مراتب پست تر از عشرات الف عشرات صفر و آحاد الف مفقود است
پس باید باین صورت نوشته شود ۴۰۳۰۴ و رقم صفر بذاته قدری ندارد
ولیکن مستعمل است برای حفظ مراتب سایر ارقام چنانچه بنا میدا حاو مخلف از که مذکور

۶ در هر عدد هر رقم صاحب دو مقدار است مطلق و متعلق

مقدار مطلق رقم آنست که دارد هرگاه تنها نوشته شود یعنی همان مقداریست
که در سلک نه عدد اول سابق دارد

مقدار متعلق رقم آنست که دارد هرگاه مرتبه او در عدد منظور شود
چنانچه در این عدد ۳۵۶۸۴ مقدار مطلق رقم چهارم از سمت یمین پنج واحد
مفرد است و مقدار متعلقش پنج هزار

۷ از آنچه ذکر شد خاصیت بزرگی برای عدد نتیجه میشود اینست
که هرگاه یکصفر یا دو صفر و بیشتر اضافه کنیم به یمین اعداد
… شده و بیشتر ترقی میکند و هرگاه از سمت یمین

… بیشتر تنزل میکند

چنانچه در این عدد ۳۴۶۷ هرگاه سه صفر بسمت یمین اضافه کنیم باین
صورت میشود ۳۴۶۷۰۰۰ و آن هزار برابر عدد اول است چونکه رقم
۷ در عدد اول آحاد مفرد است و در عدد دویم از مرتبه الوف است
و رقم ۶ در عدد اول عشرات است و در دویم عشرات الف یعنی هزار برابر

شده و کذا در سایر ارقام و چون هر کدام از ارقام عدد ۳۴۴۶۷ هزار برابر شده معلوم است خود عدد نیز هزار برابر شد.

و هرگاه از این عدد ۳۴۶۷۰۰۰ سه صفر اسقاط کنیم عکس آن قضیه واقع شود

۸ برای تلفظ کردن و نوشتن هر عدد ظاهر است که بنا بر قسمی از دواد سابق همین قدر کافی است تلفظ کنیم و بنویسیم عدد آحاد و عشرات و عشرات و غیره را بترتیب مقادیر متزایده یا متناقصه آنها و در حقیقت این قاعده در اعدادی جاریست که کمتر از هزار باشند و در اعداد بزرگتر از هزار برای تسهیل عمل تنبیه ذیل را باید رعایت نمود

تنبیه چون بستون آحاد مراتب مختلفه رجوع کنیم ۴ معلوم میشود که میتوان آن اعداد را بطبقات قسمت نمود که هر کدام صاحب سه مرتبه باشند از آحاد مرتبه اولی که اغلب آحاد مفرد گوئیم و از عشرات و مئات مفرد

طبقه اول	آحاد ترکیب میشود
طبقه دوم	مرکب است از آحاد الف و عشرات الف و مئات الف
طبقه سوم	مرکب است از آحاد میلیون عشرات میلیون مئات میلیون
طبقه چهارم	مرکب است از آحاد بیلیون و عشرات بیلیون مئات بیلیون

وکذا مرتبه بمرتبه طبقات بیشمار ترکیب میکنیم

چنانچه معلوم میشود آحاد مرتبه سفلای هر طبقه که آحاد اصلی فرض شده اسم مفرد خاصی دارد و سایر مراتب آن طبقه عشرات و مئات آن آحادند

در هر طبقه از یک واحد تا نهصد و نود و نه واحد اصلی ممکن است مندرج شود و از این قسم از برای هر طبقه سه مرتبه دارد که مثلثه گوئیم وضع یک اسم

کافی است پس عدد شمار اعداد بسیار مختصر شد و نگاهداریش در ذهن آسان گردید
و علاوه بر این بمقتضای تقسیم مراتب اعداد بطبقات ثلث خواندن و نوشتن
هر عدد و بزرگتر از هزار است تسهیل میشود بخواندن و نوشتن چندین عدد که بزرگتر از هم‌اند
چنانچه عنقریب خواهید دید

فواید تقسیم مراتب اعداد بطبقات مثلثه قراری بوده که ذکر شد و آن را باید
امر مهمی شمرد چونکه همین قدر که عدد نوشته شد آن طبقات در عمل حساب
بهیچوجه در کار نخواهند بود جز اینکه آن وقت رعایت میشود همان آحاد است
که مر بعضی ده برابر بعضی دیگر میباشند و چون این نکات معلوم شد مشغول میشویم بذکر
قواعد عملیه که از آن روی هر عدد را باسانی تلفظ میتوانید و بنویسید

قاعده برای نوشتن هر عدد

9 هرگاه عدد مفروض کمتر از هزار باشد از سمت چپ شروع نمائید رقم مئات
و در طرف راست آحاد را بترتیب مینویسیم مثلا سیصد و بیست و پنج را بصورت باید نوشت ۳۲۵
و اگر عدد هزار باشد یا بیشتر نوشتنش ابتدا از سمت چپ اول عدد آحاد طبقه
اعلی را مینویسیم و در سمت یمین عدد آحاد طبقه دیگر بلافصل بعد از آن
باشد و هکذا تا آحاد مفرده و اگر در عدد مفقود باشد آحاد مرتبه از مراتب
پست‌تر از اعلی باید برای حفظ سایر مراتب صفری بجای آن نوشت مثلا میخواهیم
بنویسیم سی و چهار بلیون هفتاد و شش هزار و دویست و نود و دو واحد
صورتش بارقام چنین است ۳۴۰۰۰۰۷۶۲۹۲
چون در این مثال طبقه ملیون بکلی مفقود است سه صفری بجای سه مرتبه آحاد آن
نوشته شد

وعموماً هر طبقهٔ پست تر از طبقهٔ اعلی باید صاحب سه رقم باشد بار ثابتهٔ اصفار
که جانشین مراتب احاد آن طبقه است و ممکن است مفقود باشد چنانچه دیده شد در
طبقهٔ الوف مثال مذکور

قاعدهٔ خواندن عدد رقمی با ارقام نوشته شده است

۱۵ اگر ارقام عدد مفروض از چهار کمتر باشد قاعده این است که ابتدا
از بیان احاد مراتب مختلفه را جدا کانه تلفظ نماید اول مات و بعد عشرات
و بعد احاد را

مثلا این عدد ۳۲۷ بخوانید سیصد و بیست و هفت

و اگر ارقام عدد از چهار بیشتر باشد از انجمال با تعلق مقدم ابتدا از یمین
بقطعات مثلثه قسمت نماید و با این تقسیم قطعه اخیر سمت یسار ممکن است
صاحب یک رقم یا دو رقم باشد

هرکدام از این قطعات احاد طبقه است که اسم واحد اصلی هر طبقه با این قسم
معلوم میشود که ابتدا از یمین عدد را طبقه بطبقه مرور کنید و بترتیب
گوئید واحد هزار میلیون و غیره و بعد ابتدا از یسار طبقات را تلفظ
تلفظ کنید بدون رعایت مواضع خویش و بدون رعایت سایر ارقام
طرفین یعنی هرکدام را چنان تصور کنید که تنها نوشته شده و ذکر اسم
هرکدام اسم واحد آن طبقه را تلفظ نماید

مثلا در تلفظ نمودن این عدد ۶۵۳۲۸۰۰۰۴۲۷۱ آنرا باین نحو
قسمت میکنیم

۶۵۳۲۸۰۰۰۴۲۷۱ و ابتدا از یمین مرور میکنیم و بازاء هر طبقه
میگوئیم

سیکونیم احاد مفرد هزار میلیون ملیون تریلیون و از این قرار
معلوم میشود که احاد دفسته اعلی از جنس تریلیون است پس ابتدا از یسار موافق قاعدهٔ
مفهومه میخوانیم

چهار تریلیون پانصد و سی و دو بیلیون هشتصد میلیون چهار هزار و
دویست و هفتاد و یک واحد (چنانچه معلوم شد نوشتن و خواندن هر عدد
بزرگتر از هزار سنجیده شد بنوشتن و خواندن چندین عدد کوچکتر از هزار)
واکنون مشغول میشویم بذکر اصول اعمال حساب

باب دوم

اصول اعمال حساب در اعداد صحاح

در جمع (درس دوم)

۱۱ جمع عملی است برای یافتن عددی که موسوم است بحاصل جمع
و میزان و بانفراده باید مشتمل باشد بر جمیع احاد چندین عدد مفروض
علامت جمع این است + و آنرا بکلمه بعلاوه تلفظ کنیم چنانچه در این مثال
۱۲+۳۸+۷۶۴ باید خواند ۷۶۴ بعلاوه ۳۸ بعلاوه ۱۲

تنبیه سابقا رسم چنین بود که اعمال حساب و جبر و مقابله را در کتب
بعبارت صریح ذکر میکردند چنانچه هر کس بکتب ریاضی ایرانی مانوس باشد
ملتفت مطلب هست و لهذا در حل مسائل و استنباط احکام ترتیب موضوع و
محمول و گرفتن نتیجه بسیار مشکل بود و پس متاخرین از علمای این فن را بخاطر رسید
که برای تسهیل مطلب زبان علمی وضع کنند یعنی اصطلاحاتی برای نمودن اعمال
جمع و تفریق و ضرب و قسمت و غیره و برای چیزهای دیگر قرار دهند چنانچه بتدریج خواهد آمد

و بنای زبان فارسی براین است که تحریر مطلب از یمین ابتدا شود و در شمار لفظی قرار این
شد که عدد از یسار نوشته و خوانده شود مثلا در این عدد ۲۳۷۴ که وقت نوشتن
از رقم ۴ ابتدا کنیم و در خواندن هم اول چهار هزار را تلفظ کنیم و یقین
که این رسم از عجم نبوده قانون نوشتن اعداد را از خارج کسب کرده اند
از آن زبانها که رسم تحریرشان از یسار ابتدا میشود پس وقت نمودن بعضی
اعمال چون اصطلاحات مذکور را با اعدادی که موافق این قانون نوشته
میشوند ترکیب کنیم و بخواهیم برسم زبان فارسی نویسیم لابدیم در نوشتن
یک سطر عمل ترتیب حرکت مستقیم و معکوس نمائیم یعنی گاه از یمین به سمت یسار
سیر کنیم و گاه بعکس چنانچه در مثال سابق برای نمودن جمع اعداد ۴۷
و ۳۸ و ۱۲ برسم زبان فارسی چنین میشود ۴۷ + ۳۸ + ۱۲ در این عمل
چنانچه می بینید اصل تحریر از یمین ابتدا شده و لیکن اجزایش هر کدام قطعه از
یسار است به یمین و این اختلاف سبک و عدم انتظام مایه پراکندگی ذهن میشود بخصوص
آنوقت که عمل خیلی مفصل و مشکل و مغشوش باشد پس بهتر آن بود که حسب الامر
در روزنامجات حکم شود که رسم الخط عدد هم مانند زبان ما از یمین باشد به سمت
یسار یعنی هر عدد مثل چهار هزار و هفتصد و بیست و سه را چنین نویسند ۳۲۷۴
نه چنین ۴۷۲۳ اگر این حکم ممضی و مجری میشد هر آینه در نمودن اعمال
و اعداد سیاق تحریر متحد بود و موافق با زبان ما و آنوقت مثال سابق را چنین
می نوشتیم ۷۴ + ۸۳ + ۲۱ ولی حقیر چون منشور سلطنتی ندارد خلاف
این رسم را همین در کتب خود معمول دارد و آنوقت کتاب از حیز انتفاع ساقط
میشود پس مصلحت چنان دید که موقتاً سیاق تحریر اعمال را تابع اعداد

قرار دهند مثلاً جمع اعداد ۴۷ و ۳۸ و ۱۲ باین ترتیب نویسند ۱۲ + ۳۸ + ۴۷
واین رسم الخط اگر چه از یسار است به یمین ولی بر سیاق واحدست اشها
در عمل جمع و حالت را باید ملاحظه نمود
اول انکه بخواهیم عددیک رقم را با عدد دیگر هرچه باشد جمع کنیم
دویم انکه بخواهیم چندین عدد را اعم از انکه یک رقمی باشند یا بیشتر
باهم جمع کنیم

۱۴ حالت اول میزان عدد غیر معین و عدد یک رقمی مثل ۴۸ و ۶ را
بعنوان معلوم کرد چنانکه بر عدد بزرگتر ۴۸ بتوالی بیفزائیم یک یک از
احاد عدد کوچکتر را وازین قرار باید گفت ۴۸ و ۱ میشود ۴۹ و ۱ میشود
۵۰ و ۱ میشود ۵۱ و ۱ میشود ۵۲ و ۱ میشود ۵۳ و ۱ میشود ۵۴
چون از تفقرار در جمع و عدد باید علی الاتصال چنین عمل را تکرار نمود تا از
عدد کوچکتر چیزی باقی نماند بهتر آنست که شاگرد بکثرت عمل عادت کند این نوع
میزان را زود معین کند تا بتواند بیک نظر بگوید ۴۸ و ۶ میشود ۵۴
چنانچه در این مثال

۵ و ۷ میشود ۱۲ و ۱۲ و ۴ میشود ۱۶ و ۱۶ و ۶ میشود ۲۲
۲۲ و ۹ میشود ۳۱

۵
۷
۴
۶
۹
۳۱

در این مثال مجری داشتیم چندین عمل جمع جزئی را که هرکدام در حالت اول
مندرج میشوند واگر چه بهتر آن بود که جمع پنج عدد مذکور را در حالت دویم قرار
دهیم ولی لازم شمردیم قبل از بیان قاعده کلیه جمع چنین مثالی ذکر کنیم
حالت دویم در قاعده کلیه جمع

۱۳ در جمع چند عدد مفروض قاعده آنست که آن اعداد را در تحت همدیگر بنویسیم چنانچه آحاد هر مرتبه در یک ستون قائم بمحاذات همدیگر واقع شوند و بعد از آن خطی افقی در تحت آنها مرتسم سازیم و ابتدا از یمین آحاد ستون اول را که آحاد مفرده میباشد جمع کنیم اگر میزان جزء از ۹ تجاوز ننماید همان را بعینه در تحت خط بمحاذات آن ستون مینویسیم و اگر از ۹ تجاوز نماید آحاد مفرده مینویسیم و عشرات را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم با آحاد ستون دویم سمت یسار که از نوع عشرات است و بنوبت خود میزان میشود و در این ستون اگر میزان جزء از ۹ تجاوز ننماید بعینه در تحت می نویسیم و الا آحاد عشرات را مینویسیم و عشرات عشرات را که از مرتبه مآت است محفوظ میداریم تا اضافه شود بمآت ستون سیم

مثلا میخواهیم این اعداد را جمع کنیم

٥٣٢٨ و ۴٧٣۴ و ٨٧٣٥٩ و ۴٣٨ و ٧٨٥۴٧

باید آنها را باین وضع ترتیب داد

٥٣٢٨
۴٧٣۴
٨٧٣٥٩
۴٣٨
٧٨٥۴٧
١٧۶۴٥۶

و ابتداء از ستون اول سمت یمین گفت ٨ و ۴ میشود ١٢ و ١٢ و ٩ میشود ٢١ ؛ ٢١ و ٨ میشود ٢٩ ؛ ٢٩ و ٧ میشود ٣۶ (عادت براین جاری شده که بگوئیم ٨ و ۴ : ١٢ و ٩ : ٢١ و ٨ : ٢٩ و ٧ : ٣۶ " و میزانهای جزو را تکرار نکنیم) در عدد ٣۶ ؛ ۶ واحد است و ٣ عشره پس در تحت ستون ۶ واحد را مینویسیم و ٣ عشره را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم بعشرات ستون دویم که حال جمع میکنیم و میگوئیم ٣ و ٢ : ٥ ؛ ٥ و ٣ : ٨ ؛ ٨ و ٥ : ١٣

۱۳۰ و ۲۳ : ۲۰ ؛ ۱۰ و ۱۴ : ۴۰ ۴۰ در ه ۴۰ عشره آحاد عشرات موجود نیست پس بجای
مرتبهٔ عشرات صفری قرار میدهیم و ۴ عشرهٔ عشرات را که دویست باشد محفوظ
میداریم تا اضافه کنیم بستون ۳ بعد که بهمین دستور جمع میشود و همچنان پیش میرویم تا بستون
ستون اخیر سمت یسار که در تحتش تمام میزان جزو ۱۷ را مینویسیم

برهان این قاعده ظاهر است چون باید آحاد هر مرتبه را بیکدیگر اضافه کنیم تا آنکه
آنست که در ستونی قائم نوشته شوند و وقت عمل از یمین ابتدا شده و میزانهای جزء
بترتیب تزاید مقدار آحاد معین شد دلیلش این است که میزان کل عددی است
واحد که باید از آحاد هر مرتبه بیش از ۹ در او موجود نشود پس اگر میزان آحاد
ستونی از ۹ واحد بیشتر شود لابد باید اقلاً واحدی از درجهٔ اعلی را بر ستون
بلافاصله سمت یسار افزود و در اینصورت اگر جمع آن ستون را مقدم داشته
باشیم لابد هستیم میزانش را تغییر دهیم بنابراین اجرای عمل جمع از سمت یمین
آسان تر است چونکه رقم نوشته تغییری نمیکند و محو و اثباتی لازم نشود

۱۴ هر عمل چون بآخر رسید امتحانش خالی از فایده نیست

امتحان هر عمل عملی است ثانوی که مجری میداریم برای تحقیق صحت عمل اول تا هر درجه
ما را ممکن شود

امتحان جمع - عمل جمع را باین نحو ممکن است امتحان نمود که اگر اول دیگر
جهة معیّن جمع نموده باشیم مثلاً از فوق بتحت تکرارش کنیم لیکن از تحت بفوق
پس اگر عمل اول صحیح باشد ظاهر است که باید همان حاصل بدست آید
و در عمل ثانی چون ترتیب اول را اختیار نکرده ایم احتمال کلی است که مرتکب همان
سهو اول بعینه نشویم

تنبیه درخصوص امتحانات — در امتحان ممکن است سهوی اتفاق افتد که باعث عمل اول مکافی گردد و حاصل دو عمل یکی باشد پس از روی امتحان نمیتوان مطمئن گشت بصحت عمل بلی مایه احتمال قوی میشود و این نکته را باید درخصوص جمیع امتحانات ملتفت بود.

۱۵ تنبیه عمل جمع را در اعداد مطلق مجری داشتیم از آنجهة که وقت عمل عدد را مطلق فرض میکنیم واسم احادش را از خاطر محو میکنیم بخصوص در اعمال متعلقه باعداد اعشاری چونکه اگر ۱۷ = ۵ + ۱۲ محقق باشد بر هر کس ظاهر است که نیز ۱۷ ذرع = ۵ ذرع + ۱۲ ذرع و ۱۷ ریال = ۵ ریال + ۱۲ ریال (این صورت = علامت بتساوی مابین دو مقدار است چنانچه در مثال اول باید خواند ۱۲ بعلاوه ۵ مساویست با ۱۷) این تنبیه را باید در جمیع اعمال بنظر آورد لازم نیست همه جا تکرار کنیم.

مشق

۱۵ مکرّر — در باغی ۳۶۲ درخت سیب ۴۲۷ درخت گلابی ۸۷۵ درخت زردالو ۳۴ درخت گیلاس ۲۴۹ درخت هلو ۳۲۷ درخت الو است پس همه جهة چند درخت در آن باغ موجود است

جواب ۲۲۷۴

۲ جمعیت بارتینک که یکی از جزایر فنیقیهای کوچک فرانسه باشد ۱۱۷۵۶۹ نفر است و جمعیت بوربن که جزیره ایست از فرانسویها نزدیک افریقا ۱۰۹۰۰۰ نفر است و جمعیت کوچ سنگال که ولایتی است از افریقا ۱۶۸۹۴ نفر و جمعیت کیان که کوچ نشینی است از امریکای جنوبی ۲۳۳۶۱ نفر و جمعیت گوادلوپ که جزیره ایست از انتیلهای کوچک فرانسه

۱۲۷۵۷۴ نفر پس در این پنج کوچ نشین فرانسه چند نفر جمعیت است جواب ۳۹۴۳۹۶ نفر

۳ در سال ۱۲۶۲ هجری بر جمعیت مملکت فرانسه ۲۳۷۳۳۲ نفر افزوده شد و در سال ۱۲۶۳ مقدار افزایش ۱۵۱۹۷۵ نفر بوده و در سال ۱۲۶۴ تعداد افزایش ۶۲۵۵۵ نفر بوده و در سال ۱۲۶۵ شماره شد ۱۰۴۵۹۰ نفر و در سال ۱۲۶۶ اضافه ۱۳۴۸۸ نفر حال مطلوب مقدار افزایش کل است در عرض این پنج سال جواب ۵۶۹۹۱۰ نفر

۴ شخصی در هر سال ۲۴۵ قران وجه اجاره خانه میدهد و ۱۴۵ قران مخارج آذوقه خانه دارد و ۴۶ قران اجرت شست و شوی لباس میدهد ۱۷۸ قران صرف لباس میکند و ۳۲۵ قران صرف مخارج متفرقه و ۵۴۲ قران هم ذخیره میکند پس مداخلش در هر سال چه قدر است جواب ۲۱۷۱ قران

در تفریق

۱۶ تفریق عملی است که بآن عمل فرض میکنیم از عددی جمیع احاد عدد دیگر را و آنرا منها بین گوئیم و نتیجه عمل را باقی گوئیم و نیز میتوان گفت که باقی تفاضل مابین دو عدد مفروض است و یا فضل عدد بزرگتر است بر کوچکتر

مثلا در تفریق ۵ از ۸ چون بترتیب یک یک از آحاد ۵ را از ۸ موضوع کنیم باقی اول ۷ است و بعد ۶ بعد ۵ و همچنین تا برسیم به ۳ که عدد مطلوب است

و ظاهر است که عدد بزرگتر مفروق عنه ۸ مرکب است از آحاد عدد کوچکتر

مفروق ۵ و از باقی ۳ و بعبارهٔ اخری مفروق عنه برابر است با مفروق که اضافه شود بر او باقی مانده و از اینجاست که عمل تفریق را بوجه ذیل نیز تعریف کنند

هرگاه مجموع دو عدد را بدانیم با یکی از آن و تفریق عبارتست از تعیین نمودن عدد دیگر

علامت تفریق این است — و آنرا منها تلفظ کنند مثلا در ۸ — ۵ میخوانند ۸ منهای ۵

۱۷ حالت اصلی تفریق اینست که مفروق صاحب یک رقم باشد نیز و باقی کمتر از ده باشد و چنین است حالت تفریق ۷ از ۱۳

باقی این تفریق کمتر از ده است چونکه مفروق عنه کوچکتر است از ۱۷ پس جمیع آحاد ۷ را بترتیب از ۱۳ منها می‌کنیم تا باقی اخیر عدد مطلوب بعد از وضع ۱ از ۱۳ باقی میماند ۱۲ : ۱۲ منها ۱ باقی ۱۱ و ۱۱ منها ۱ باقی ۱۰ و همچنین پیش میرویم تا جمیع آحاد ۷ موضوع شوند و باقی اخیر ۶ است

برای اجرای این تفریق بهتر آنست که با انگشتان دست بترتیب نزولی بشماریم اعدادی را که بلا فاصله زیر دست ۱۳ باشند و بگوئیم دوازده یازده و ده وغیره تا برسیم بانگشت هفتم و عدد شش که بازایش تلفظ میشود باقی مطلوب است

ولی بهتر آنست که باقی این نوع تفریق را شاگرد در ذهن بسپارد و بتواند بلا تامل بدون حساب بگوید ۱۳ منهای ۷ باقی ۶ زیرا که پیوسته تعیین باقی دو عدد چند رقمی منجر میشود به تعیین نمودن چند باقی از این نوع

تفریق مفرد

و حال بشرح همین مطلب مشغول میشویم لیکن قبل از شروع دانستن این نکته لازم است

۱۸ هرگاه بر مفروق و مفروق عنه عددی را اضافه کنیم یا از هر دو عددی موضوع کنیم در باقی تغییری واقع نمیشود

فرض میکنیم بعد از تفریق ۱۹ از ۲۷ بخواهیم موضوع کنیم ۵+۱۹ را از ۵+۲۷ پس دو تفریق را برابر همدیگر می نویسیم

۲۷+۵	۲۷
۱۹+۵	۱۹
۸+۰	۸

در تفریق ۵+۱۹ از ۵+۲۷ میتوان ابتداء وضع نمود ۵ را از ۵ و باقی آن صفر است و از این قسم ارباقی تفریق دوم بعینه فضل ۲۷ بر ۱۹ فهو المطلوب

و حال مشغول میشویم بذکر قاعده کلیه تفریق دو عدد هر چه باشند

۱۹ قاعده در تفریق عددی صحیح از عددی دیگر قاعده اینست که مفروق را تحت مفروق عنه نویسیم چنانچه احاد هر مرتبه برابر همدیگر باشند یعنی احاد زیر احاد و عشرات زیر عشرات و غیره و خطی در تحت مرتسم سازیم و ابتدا از یمین بترتیب هر رقم تحتانی را از رقم فوقانی خود موضوع میکنیم و باقی را در تحت می نویسیم و اگر اتفاقاً رقم تحتانی بزرگتر باشد از رقم فوقانی خود باید بر این عدد ده واحد افزود و از مجموع رقم تحتانی را موضوع کرد لیکن بازاء آن باید در رقم ما بعد سمت یسار واحدی بر رقم عدد مفروق اضافه نمود و مجموع را از رقم فوقانی تفریق نمود

مثلا میخواهیم این عدد را ۲۵۳۸۴۲ از ۶۰۸۵۶۷ تفریق کنیم

اول باین صورت می نویسیم ‏

۶ ۵ ۸ ۵ ۶ ۷
۲ ۵ ۳ ۸ ۴ ۲
۳ ۵ ۴ ۷ ۲ ۵

وچون باید جمیع آحاد ۲۵۳۸۴۲ را تفریق نمود از ۶۵۸۵۶۷ نتیجه باین وجه بدست آید که آحاد مفروق را از آحاد مفروق عنه تفریق کنیم و عشرات آنرا از عشرات وغیره هر باقی جسته را در تحت ارقام ستون مقابلش بنویسیم پس گوئیم ۲ از ۷ باقی ۵ و ۴ از ۶ باقی ۲ و ۸ چون از ۵ موضوع نمیشود از ۱۵ تفریق میکنیم و باقی میماند ۷ و چون ۱۵ مائیه را بجای ۵ مائیه قرار دادیم بر این عدد فوقانی ۱۰ مائیه که یکهزار باشد افزوده ایم پس بکافی آن باید بر عدد مفروق نیز یکهزار افزوده عوض آنکه از ۸ هزار ۳ هزار موضوع کنیم چهار هزار موضوع می کنیم و چون بر هر دو یکچیز افزوده شد در باقی تغییری واقع نمیشود (۱۸۱)

بعد میگوئیم ۵ از ۵ تفریق نمیشود از ۱۵ تفریق میکنیم باقی ۵ است و ۳ را از ۶ تفریق میکنیم باقی میماند ۳ و باقی مانده مطلوب ۳۵۴۷۲۵

هرگاه در عدد مفروق عنه صفاری باشند عمل همچنانست که در آن مراتب ارقام کوچکتر از مفروق باشند بنابر آنکه بازاء آنها در مفروق صفر باشد و حال مثالی دیگر ذکر می کنیم

۴ ۳ ۰ ۰ ۸ ۷ ۶ ۵ ۰ ۴
۷ ۳ ۰ ۳ ۵ ۸ ۸ ۳ ۶
۳ ۵ ۷ ۰ ۴ ۱ ۷ ۶ ۶ ۸
۴ ۳ ۰ ۰ ۸ ۷ ۶ ۵ ۰ ۴

هرگاه جمیع ارقام مفروق کوچکتر باشند از ارقام نظایر خود در مفروق عنه لفاو ستنفی نیست در اینکه عمل تفریق را از سمت یمین بجانب یسار داریم یا از یسار ولی اگر

بعضی از ارقام مفروق بزرگتر باشند عمل تفریق زحمت بسیار مصلحت نیست چنانچه در مثال اوّل اگر قبل از رسیدن بمراتب تفریق نمائید ۳ هزار را از ۸ هزار باقی میماند ۵ هزار و چون تفریق آحاد اقتضا می‌کند ۱۵ را بیک هزار که بایشان افزایند تا تفریق جبر و ممکن شود لابد باید بمرتبهٔ الوف رجوع نمود و ۴ هزار از ۸ هزار تفریق کرد و باقی ماند که ۵ بود ۴ میشود و درینصورت عددی را که سابق نوشته شده بود باید تغییر داد و حال آنکه اگر موافق قاعدهٔ کلیه رفتار کنید محو و اثبات لازم نیست

۲۵ امتحان تفریق باین نحو میشود که باقی را بر عدد مفروق بیفزایند و بنا بر تعریف تفریق باید میزان برابر مفروق عنه شود

تنبیه میتوان بقاعدهٔ امتحان عمل تفریق را بجای آورد یعنی عددی را طلب نمود که چون بر مفروق اضافه کنیم برابر مفروق عنه شود از این قرار مثال اخیر را اگر اراده کنیم میگوئیم چه عدد بر ۶ اضافه کنیم حاصل برابر ۴ شود و چون ۶ از ۴ بزرگتر است عددی باید اضافه نمود که فضلش برده ۴ شود و آن ۸ است در تحت

$$
\begin{array}{r}
۴۳۰۰۸۷۶۵۰۴ \\
۷۳۰۴۵۸۸۳۶ \\
\hline
۳۵۷۰۴۱۷۶۶۸
\end{array}
$$

می‌نویسیم ۶ و ۸ میشود ۱۴ یک عشره بر ۳ می‌افزائیم می‌شود ۴ بر ۴ چه عدد بیفزائیم تا فضلش برده صفر شود ۶ است که در تحت مینویسیم و یک عشره را به ۸ اضافه می‌کنیم می‌شود ۹ چه عدد

بر ۹ اضافه کنیم تا فضلش برده برابر ۵ شود ۶ است که در تحت می نویسیم و یک عشره را بر ۸ الوفا اضافه می کنیم میشود ۹ چه عدد بر ۹ اضافه کنیم تا فضلش برده برابر ۶ شود ۷ است که در تحت می نویسیم و یک عشره بر ۵ اضافه میکنیم میشود ۶ چون این ۶ از ضعف کمتر است چه عدد اضافه کنیم تا برابر ۷ شود و آن ۱ است که در تحت می نویسیم و بر ۴ باید ۴ اضافه نمود تا ۸ شود و آنرا در تحت می نویسیم و صفر مقابل صفر است برای حفظ مرتبهٔ صفری در تحت می نویسیم و بهمین نحو میرویم تا آخر وسَشکرد چون از کثرت عمل باین قاعده ما نوشته زود تر از قاعدهٔ کلیه سابقه مجری میدارد

امثله مشق

۱ از یک توپ قماشی که ۱۸۷۶ ذرع است ۹۷۸ ذرع فروخته شده باقی مانده چند ذرع خواهد بود جواب ۸۹۸

۲ لوئی ۱۴ پادشاه فرانسه در سال ۱۰۵۳ هجری به تخت نشست و در سال ۱۱۲۸ وفات یافت پس چند سال سلطنتش بطول انجامید جواب ۷۵ سال

۳ در زمان فلیپ لوبل پادشاه فرانسه قریب ۷۰۰ سال بعد از هجرت جمعیت پاریس ۱۲۵۰۹۲ نفر بوده و در سال ۱۲۶۴ جمعیت آن بلد ۱۰۵۳۸۹۷ نفر بوده پس در عرض این مدت چه قدر بر جمعیت افزوده شده جواب ۹۲۸۸۰۵ نفر

۴ سال ۱۲۶۶ هجری در پاریس ۴۰۳۶۲ طفل متولد شده و ۶۰۲۸۴ نفر فوت شد پس از عدد جمعیت چند تن کاسته شده

جواب ۱۹۹۲۲ نفر

۵ کروازاد اول که یک نوع جنگ ملتی فرنگستان بوده در سال ۴۹۰ هجری واقع شد و کروازاد هشتم در سال ۶۶۹ پس چند سال این هشت کروازاد بطول انجامیده جواب ۱۷۹ سال بوده

۶ نصف قطری که از مرکز زمین بیکی از قطبین وصل شود ۶۱۱۱۴۱۵ ذرع و نصف قطری که بدایره استوا منتهی شود ۶۱۳۲۱۱۳ ذرع است میخواهیم اختلاف طول این دو نصف قطر را بدانیم جواب ۲۰۶۹۸ ذرع

۷ بنای کلیسای نوتردام پاریس در سال ۵۵۸ هجری بوده پس ابتدا از سال ۱۲۸۱ هجری چند سال دیگر باید منقضی شود تا آن کلیسا ۸۰۰ سال تمام دوام نموده باشد جواب ۷۷ سال

درس سیم (در ضرب)

۲۱ بنابر فرض دو عدد ضرب عملی است که با آن عمل عدد ثالث معین کنیم چنانچه یکی از آن دو عدد را بتمامی شامل شود که دیگر عدد دیگر آحاد مشتمل است مثلا در ضرب ۵۴ در ۲۸ مقصود تعیین نمودن عددی است که ۵۴ را ۲۸ مرتبه شامل شود

عدد مفروض اول را مضروب گوئیم و دوم را مضروب فیه و نتیجه عمل را حاصل ضرب و هر کدام از دو مضروب را نسبت بحاصل ضرب عامل نیز گوئیم ضرب را باین صورت نمائیم ۲۸×۵۴ و بخوانیم ۵۴ ضرب در ۲۸ یا باختصار ۵۴ در ۲۸ و گاه باین صورت نمائیم ۵۴.۲۸ یعنی نقطه ما بین دو عامل قرار میدهیم

بنا بر تعریف مذکور حاصل ضرب ۵۴ در ۲۸ باین نحو بدست آید که ۵۴ را ۲۸ مرتبه در ستونی قائم تکرار کنیم و بدستور معمول آنها را جمع کنیم و از این قرار ضرب یک عمل جمعی است که جمیع اجزائش برابر همدیگر باشند و بر این خصوصیت فائده مترتب است که میتوان از قاعدهٔ کلیهٔ جمع که اجرایش در چنین مقام اغلب مطول است و گاه متعسر عدول نمود و دستوری آسانی بدست آورد

در عمل ضرب سه حالت دیده میشود

اوّل ضرب دو عدد مفرد است یعنی دو عدد یکرقمی

دوّیم ضرب عدد مرکّب است در مفرد یعنی عدد چند رقمی در یکرقمی

سیم ضرب دو عدد مرکّب است یعنی دو عدد چند رقمی

۲۲ حالت اوّل ضرب دو عدد یکرقمی اختصاراً بیمیدانیم چونکه حالت اصلی است و حاصل ضرب را باید بعمل جمع بدست آورد

مثلاً در ضرب ۷ در ۴ باید از این قرار جمع کرد ۷ و ۷ : ۱۴ ، ۱۴ و ۷ : ۲۱ ، ۲۱ و ۷ : ۲۸ این عدد ۲۸ حاصل ضرب مطلوبست

بر شاگرد لازم است حاصل ضربهای اعداد یکرقمی را در ذهن بسپارد چونکه این مبنای عمل ضربست و پیوسته لازم میشود و نظر بتسهیل عمل مبتدی این حاصل ضربها را در جدول آوردیم و قاعدهٔ وضع جدول آسان است بچند جمع متوالی مرتب میشود چنانچه بکشیم مربعی را بخطوط افقی و بخطوط قائم چنان قسمت کنیم که ۹ ستون قائم ترتیب داده شود و هر ستون به ۹ خانه مربع کوچک قسمت شود

بعد از آن در خانهای سطر اول نه عدد اول بنویسید و هر عدد را با خود جمع کنید و حاصل را در خانهٔ زیر دست از سطر دویم ثبت کنید هر عدد از این سطر مضاعف عدد مقابل خود از سطر اول میشود و بعد هر دو عدد ستونی را باهم جمع کنید و حاصل را در خانهٔ سیم زیر دست ثبت کنید و چون دو مرتبه

جدول فیثاغورث که ضرب احاد در احاد

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴
۷	۷	۱۴	۲۱	۲۸	۳۵	۴۲	۴۹	۵۶	۶۳
۸	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۰	۴۸	۵۶	۶۴	۷۲
۹	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۴	۶۳	۷۲	۸۱

و یک مرتبه سه مرتبه است هر عدد سطر سیم را بر عدد محاذی خود از سطر اول و از همین قرار اعداد سطر اول را بر نظایر خود از سطر چهارم میفزایند تا عدد را برسانند بسطر نهم

دستور استعمال جدول در تعیین حاصل ضرب مثل ۷ در ۴ اینست که مضروب ۷ را در سطر اول طلب کنیم و ۴ را ما بین اعداد ستون اول همت بیبن و در ستون هفتم فرود آییم تا خانهٔ ملتقای این ستون

وسطر چهارم پس عدد ۲۸ که اینجا نوشته شده حاصل ضرب مطلوبست

۲۳ حالت دویم ضرب مرکب است در مفرد

مثلا میخواهیم این عدد را ۳۴۵۷ در ۶ ضرب کنیم برای یافتن دستور العملی که در این حالت بکار آید عدد ۳۴۵۷ را بصورت جمع ۶ مرتبه تکرار می کنیم و می بینیم که میزان یعنی حاصل ضرب مطلوب مرکب میشود از ۶ برابر ۷ واحد با اضافه ۶ برابر ۵ عشره با اضافه ۶ برابر ۴ مائه با اضافه ۶ برابر ۳ هزار یعنی مرکب میشود از ۴ حاصل ضرب جزئی که از جدول فیثاغورث استخراج میشود و از این قرار حاصل ضرب این قسم معین میشود که مضروب ۳۴۵۷ را بنویسیم و مضروب فیه ۶ را در تحتش قرار دهیم و آنوقت بدستور ذیل رفتار نمائیم

۳۴۵۷
۳۴۵۷
۳۴۵۷
۳۴۵۷
۳۴۵۷
۳۴۵۷
______

۳۴۵۷
۶
______
۲۰۷۴۲

۶ در ۷ : ۴۲ در عدد ۴۲ دو واحد موجود است و ۴ عشره ۲ واحد را می نویسیم و ۴ را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم بر حاصل ضرب بعد و گوئیم ۶ در ۵ : ۳۰ با ۴ محفوظ ۳۴ در عدد ۳۴ عشره ۴ عشره موجود است که در یسار ۲ می نویسیم و ۳ مائه را محفوظ میداریم تا اضافه کنیم بر حاصل ضرب بعد و گوئیم ۶ در ۴ : ۲۴ و ۳ : ۲۷ در عدد ۲۷ ، ۷ واحد است می نویسیم و ۲ را محفوظ میداریم و گوئیم ۶ در ۳ : ۱۸ و ۲ محفوظ ۲۰ صفر را اول می نویسیم و ۲ را در یسار آن

قاعدهٔ کلیّه در ضرب عدد چند رقمی در دیگر رقمی باید ابتدا از یمین بترتیب ضرب نمود ارقام مضروب را در رقم مضروب فیه و احاد هر حاصل ضرب جزو را نوشت و عدد عشرات را محفوظ داشت تا اضافه کنیم بر حاصل ضرب مابعد و باین دستور پیش رفت تا برسید بحاصل ضرب اخیر سمت یسار و آنجا تمام را بدون محفوظ نوشت

از انقرار معلوم میشود که بنابراینکه حاصل ضربهای اعداد یک رقمی را در ذهن سپرده باشیم قاعدهٔ مذکوره منجر شد باختصار جمع شش عدد متساوی

۲۴ حالت سیم در ضرب دو عدد مرکبست

مثلاً میخواهیم این عدد را ۵۴۶۷ در ۳۴۲۸ ضرب کنیم

```
      ۵۴۶۷
      ۳۴۲۸
   -------
     ۴۳۷۳۶
    ۱۰۹۳۴۰
   ۲۱۸۶۸۰۰
  ۱۶۴۰۱۰۰۰
 ---------
  ۱۸۷۴۰۸۷۶
```

حاصل ضرب مطلوب باید مرکب باشد از ۳۴۲۸ برابر ۵۴۶۷ و بعبارهٔ اخری مرکب باشد از ۸ برابر ۵۴۶۷ باضافه ۲۰ برابرش باضافه ۴۰۰ برابرش باضافه ۳۰۰۰ برابرش

اولاً ۸ برابر ۵۴۶۷ عبارتست از ۸ × ۵۴۶۷ موافق دستور حالت دویم عمل این ضرب مجری میشود و حاصلش ۴۳۷۳۶ است

ثانیاً ۲۰ برابر ۵۴۶۷ عبارت از مجموع ۲۰ عدد که هر کدام ۵۴۶۷ باشد و یا ده برابر مضاعف العدد حتی چونکه

٢٥ = ١٠ برابر ٢ ت ٧ و مضاعف ٥۴۶٧ را چنین مینویسیم ٥۴۶٧×٢

و حاصلش این است ١٠٩٣۴ و بر وفق قاعده ت ٧ ده برابر حاصل

١٠٩٣۴ = ١٠٩٣۴٠ و این حاصل را تحت حاصل ضرب اول مینویسیم

ثالثا — ۴٠٠ برابر ٥۴۶٧ معادل حاصل جمع ۴٠٠ عدد است

که هرکدام ٥۴۶٧ باشد یا ١٠٠ برابر حاصل جمع چهار همچنان عدد است

(چونکه ۴٠٠ = ١٠٠ برابر ۴) و جمع چهار همچنان عدد باین صورت

نوشته میشود ۴ × ٥۴۶٧ و حاصل ضربش این است ٢١٨۶٨

و موافق ت ٧ ١٠٠ برابر ٢١٨۶٨ = ٢١٨۶٨٠٠ این حاصل را

نیز در تحت دو حاصل سابق مینویسیم تا آخر جمع کنیم

رابعا بطریق مذکور نیز بیان میکنیم که حاصل ضرب ٥۴۶٧ در ٣٠٠٠

معادل حاصل ضرب ٥۴۶٧ است در ٣ باضافه سه صفر در یمینش

١۶۴٠١ = ٣ × ٥۴۶٧ و ١۶۴٠١٠٠٠ = ٥۴۶٧×٣٠٠٠

این حاصل را نیز تحت حاصل ضرب سابق مینویسیم و جمع میکنیم از این قرار حاصل ضرب

٥۴۶٧ در ٣۴٢٨ میباشد ١٨٧۴٠٨٧۶

چون عمل منجر شد باینکه حاصل ضربهای جزو را تحت همدیگر بنویسیم و همه را جمع کنیم ممکن است در تحریر اندک اختصار دهیم مثلا در دومین حاصل ضرب جزو ممکن است حذف کنیم صفری را که ملحق شده بر یمین حاصل ضرب ٥۴۶٧ در رقم ٢ از عشرات مضروب فیه بنابراینکه غفلت نموده اول رقم سمت یمین این حاصل ضرب را تحت رقم عشرات حاصل سابق قرار دهیم و در این صورت ظاهر است که حاصل جمع تغییر نمیکند و کذا حذف میکنیم و صفری را که ملحق شده بر یمین

حاصل ضرب ۵۴۶۷ در رقم ۴ از آحاد مضروب‌فیه بنابراینکه رقم یمین
این حاصل را در ستون عشرات نوشتیم و همین ملاحظه را باید در خصوص ۳ صفر حاصل ضرب
چهارم نمود و بنابراین بحسب اختصار پذیرفت و صورت عمل چنین میشود

				۵	۴	۶	۷
				۳	۴	۲	۸
			۴	۳	۷	۳	۶
		۱	۰	۹	۳	۴	
	۲	۱	۸	۶	۸		
۱	۶	۴	۰	۱			
۱۸	۷	۴	۰	۸	۷	۶	

و این قاعدهٔ کلیه نتیجه میشود

قاعدهٔ کلیه در ضرب عددی چند رقمی در عددی چند رقمی دیگر باید مضروب‌فیه را تحت مضروب نوشت و تمام ارقام مضروب را در رقم اول مضروب‌فیه ضرب نمود و ابتدا از یمین بترتیب متوالی همان مضروب را در سایر ارقام مضروب‌فیه و این ضربهای جزئیه بدستور حالت دویم بجا آورده میشود و آن حاصل ضربها تحت هم یکی تحت دیگر و لیکن حاصل ضرب جزئی چنان نوشت که رقم اول سمت یمین هر کدام واقع شود تحت آن رقم مضروب‌فیه که از او حاصل شده و بعد جمیع آنها را میزان کرد و این میزان حاصل ضرب مطلوب است

۲۵ تنبیه اگر عدد ارقام حاصل ضرب و عامل برابر است با مجموع دو عدد ارقام اند و عامل و الا عدد آن ارقام برابر است با آن مجموع منهای احد

مثلا در ضرب ۴۲۷۶ × ۵۳۷ اگر عدد ارقام ۷ است و فصل عددش شش زیرا که چون ۴۲۷۶ واقع است ما بین ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ حاصل ضرب ۵۳۷ در ۴۲۷۶ واقع است ما بین ۵۳۷۰۰۰ و ۵۳۷۰۰۰۰

یعنی صاحب ۶ یا ۷ رقم است فهو المطلوب

مسئله مشق

۱ چیست قیمت ۷۸ ذرع ماهوت که هر ذرعش ۲۴ قران فروخته شده جواب قیمت ماهوت ۷۸ برابر ۲۴ قرانست یعنی ۱۸۷۲ قران

۲ هرگاه مداخل شخصی در هر ماه ۲۸۴ قران باشد در مدت یکسال چه خواهد بود جواب ۳۴۰۸ قران

۳ چند است عدد حروف کتابی که ۷۱۹ صفحه دارد و در هر صفحه ۱۵۳۹ حرف گنجیده جواب ۱۱۰۶۵۴۱

۴ یک روز ۱۳ ساعت ۴۷ دقیقه ۲۱ ثانیه مرکب از چند ثانیه است بنا بر اینکه روز ۲۴ ساعت باشد و ساعت ۶۰ دقیقه و دقیقه ۶۰ ثانیه جواب ۱۳۶۰۴۱ ثانیه

۵ شعاع آفتاب در هر ثانیه ۴۹۱۷۵ فرسنگ شش هزار ذرعی سیر می کند و از این قرار در شبانروز چند فرسنگ طی خواهد نمود جواب ۴۲۴۸۷۲۰۰۰۰ فرسنگ

۶ چشمه در هر دقیقه ۲۷ کیل آب میدهد پس در عرض شبانروز چند کیل آب از او خارج میشود جواب ۳۸۸۸۰ کیل

۷ کالسکه بخاری در هر ساعت ۹ میل راه سیر میکند پس در ۱۷ ساعت چند میل سیر خواهد نمود جواب ۱۵۳ میل

۸ محیط کره زمین ۳۶۰ درجه است و هر درجه اش ۲۵ میل عامه است یعنی میل ۴۴۴۵ متری و نیز ۲۰ میل دریائی است یعنی ۵۵۵۶ متری

پس محیط چند میل از هر نوع است جواب ۹۰۰۰ میل عامه ۷۲۰۰ میل دریائی

۹ بزرگی آفتاب ۱۴۰۷۱۲۴ برابر زمین است و زمین ۴۹ برابر جرم ماه پس آفتاب چند برابر ماه است جواب ۶۸۹۴۹۰۷۶ برابر

۱۰ نصف قطر زمین ۱۰۱۶ فرسنگ ششهزار ذرعی است و فاصله زمین از آفتاب ۲۳۹۸۴ برابر نصف قطر زمین است پس فاصله آفتاب از زمین چند فرسنگ است جواب ۲۴۳۶۷۷۴۴ فرسنگ

در خواص متعلقه بضرب (درس ۱۴)

۲۷ مقدم میداریم ذکر دو خاصیتی را که جزء علوم متعارفه اند و در عملیات کثیرالاستعمال

اول هرگاه بخواهیم مجموع دو عدد یا چند عدد را در عدد ثالثی ضرب کنیم ممکن است بجای آن هر یک از اجزاء او در عدد ثالث ضرب نمود و بعد دو حاصل جزو را جمع کرد مثلا $(۵ + ۹ + ۸) \times ۴ = ۵ \times ۴ + ۹ \times ۴ + ۸ \times ۴$

دوم هرگاه بخواهیم تفاضل دو عدد را در عددی ثالث ضرب کنیم ممکن است بجای این دو جمله اثر را در عدد ثالث ضرب نمود و بعد کوچکتر را از بزرگتر تفریق کرد

مثال $۳۰ - ۱۸ = ۱۲$ ؛ $۳۰ \times ۴ - ۱۸ \times ۴ = ۱۲ \times ۴$ یا $(۳۰ - ۱۸) \times ۴$

این دو حکم زود ثابت میشود یکی بجمع دیگر بتفریق اولا ظاهر است که مجموع این جملها که حاصل ضرب ۵+۹+۸ باشد در ۴ مرکب است از ۴ برابر ۵ و ۴ برابر ۹ و ۴ برابر ۸ یعنی معادلست با این حاصل

۵ + ۹ + ۸
۵ + ۹ + ۸
۵ + ۹ + ۸
۵ + ۹ + ۸
۵×۴ + ۹×۴ + ۸×۴

ثانیاً هرگاه از این جمله $30 \times 4 = 30 + 30 + 30 + 30$

موضوع کنیم این جمله را $18 \times 4 = 18 + 18 + 18 + 18$

ظاهر است که باقی میماند $12 \times 4 = 12 + 12 + 12 + 12$

۲۸ تعریف چون عدد معینی را در صحیحی ضرب کنیم حاصل را بنسبت آن عدد معین مضروبه گوئیم

حاصل ضرب چند عدد یا چند عامل مثل $5 \times 7 \times 13 \times 9 \times 15 \times 17$ عبارت از عددیست که بدست می آید بعد از آنکه عامل اول را در دوم ضرب کنیم و حاصل را در سیم و حاصل آنرا در عامل چهارم و کذا تا جمیع عاملها استعمال شوند

۲۹ قضیه اول در حاصل ضرب چند عدد صحیح هرگاه ترتیب عاملها را تغییر دهیم حاصل ضرب تغییری عارض نمیشود (قضیه حکمی است محقق که واضح نشود مگر بعد از ذکر برهان و نتیجه حکمی است که از قضیه استنباط میشود و محتاج بذکر برهان نیست)

این قضیه ثابت نمیشود جز بعد از ذکر چهار مطلب

مطلب اول حاصل ضرب دو عامل تغییر نمیکند هرگاه ترتیب دو عامل را تغییر دهیم مثال $4 \times 3 = 3 \times 4$

این حکم زود ثابت میشود بجمع نمودن سطور ذیل ستون بستون

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$
$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$
$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$
$$4 + 4 + 4 = 3 + 3 + 3 + 3$$

یعنی ..... $4 \times 3 = 3 \times 4$

مطلب دوم در ضرب سه عامل حاصل تغییر نمیکند هرگاه ترتیب دو عامل آخر را

تغییر دهیم   مثال   ۹×۴×۳ = ۹×۳×۴

این حکم نیز بعمل جمع مبرهن میشود

۹×۴ = ۹+۹+۹+۹

۹×۴ = ۹+۹+۹+۹

۹×۴ = ۹+۹+۹+۹

۹×۴+۹×۴+۹×۴ = ۹×۳+۹×۳+۹×۳+۹×۳

یا   (۹×۴)×۳ = ۹×۳×۴

۱) نتیجه   درضرب چندین عامل حاصل تغییر نمیکند هرگاه ترتیب دو عامل اخیر را تغییر دهیم

مثال (۱)   ۷×۵×۶×۴×۳ = ۷×۵×۶×۳×۴

وچون ۲۱۰ = ۷×۵×۶ ظاهر است که تساوی (۱) را میتوان باین صورت نوشت

۲۱۰×۴×۳ = ۲۱۰×۳×۴

واین تساوی از روی مطلب دویم صحیح است

۲ مطلب سیم   درضرب چند عامل میتوان ترتیب هر دو عامل متوالی را تغییر داد

مثال   ۷×۳×۶×۵×۴×۱۹×۲۳ = ۷×۳×۶×۴×۵×۱۹×۲۳

هرگاه عاملهای واقع بعد از ۵ و ۴ را اعتبار نکنیم بنابر آنچه ثابت شد این تساوی صحیح است   ۷×۳×۶×۵×۴ = ۷×۳×۶×۴×۵   پس ظاهر است که

۷×۳×۶×۵×۴×۱۹×۲۳ = ۷×۳×۶×۴×۵×۱۹×۲۳

بعد از این مقدمات قضیه اصلی زود ثابت میشود

۳ مطلب چهارم   درضرب چندین عامل ترتیب عاملها را هرگونه تغییر دهیم در حاصل تغییری واقع نمیشود   چونکه تغییر دادن ترتیب عاملهای حاصل ضرب آخر منجر میشود باینکه عامل مشخصی را درمکان اول قرار دهیم و عامل مشخص دیگری را درمکان

ثانی

ثانی و هکذا سایر عاملهای مشخص این که در ضرب اول اختیار کنیم آن عامل مشخص را که باید در
ضرب دویم مکان اول قرار گیرد ممکن است اول مکان نرا تبدیل کنیم با عاملی که
بلا فاصله مقدم بر او ست و بعد مکانش را تبدیل کنیم با عامل جدید که در سمت یسارش
واقع است و چون این حاصل ضرب دویم منتظم شد اختیار کنیم آن عامل مشخص را که باید در
مکان ثانی قرار گیرد و بطریق مذکور سیرانیمش بمحل خویش و همین طور رفتار می کنیم
تا جمیع عوامل بتوالی در مواضع مشخصهٔ خویش قرار گیرند

مثال $7\times3\times6\times5\times4 = 6\times4\times3\times7\times5$

زیرا که $7\times3\times6\times5\times4 = 6\times7\times3\times5\times4 =$

$= 6\times4\times7\times3\times5 = 6\times4\times3\times7\times5$

ابتدا ۴ را بمکان اول آوردیم بانطور که مکانش را با ۳ تبدیل نمودیم و بعد
با ۷ (از قرار مطلب اول) و دیگر موضع ۴ را تغییر ندادیم ولیکن ۴ را بمکان
دویم آوردیم از این قرار که بترتیب موضعش را با ۵ و بعد با ۳ و بعد با ۷ تبدیل نمودیم
و مانند این عمل را در خصوص ۳ و سایر نمودیم

۹ دهم قضیهٔ ۲ چون خواهیم عددی را در حاصل ضرب چند عامل ضرب
کنیم ممکن است بجای این عمل عدد را در عامل اول ضرب کنیم و حاصلش را در
عامل دویم و هکذا تا آنکه جمیع عاملها استعمال شوند
مثال $3\times4\times5 = 60$ حال اگر بخواهیم در ۶۰ عددی مثل ۳۷ را ضرب کنیم
ممکن است عوض آن ۳۷ را در ۳ ضرب نمود و حاصل را در ۴ و حاصل ثانی را در ۵
و این حکم را چنین نویسند

$$37\times60 = 37\times3\times4\times5$$

زیراکه ۳۷ × ۶۰ = ۶۰ × ۳۷ = ۳ × ۴ × ۵ × ۳۷

لیکن ۳ × ۴ × ۵ × ۳۷ = ۳۷ × ۳ × ۴ × ۵

پس ۳۷ × ۶۰ = ۳۷ × ۳ × ۴ × ۵

۳۱ نتیجهٔ اول هرگاه بخواهیم حاصل ضربی را در عددی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت نمائیم ممکن است بجایش یکی از عاملهای آن حاصل را در عدد معروض ضرب نمود یا بر آن عدد قسمت کرد

مثال ۳ × ۷ = ۲۱ و ۳ × ۷ × ۱۹ = ۲۱ × ۱۹ (قضیهٔ دویم)

پس حاصل ضرب ۱۹ در ۲۱ سه برابر حاصل ضرب ۷ × ۱۹ است و بعبارهٔ اخری حاصل ضرب ۷ × ۱۹ ثلث حاصل ضرب ۲۱ × ۱۹ است

۳۲ نتیجه ۲ چون خواهیم دو حاصل ضرب را در همدیگر ضرب کنیم ممکن است بجایش یکحاصل ضرب ترتیب داد از ترکیب عاملهای مضروب و عاملهای مضروب فیه

مثال ۵ × ۱۳ × ۱۸ × ۸ × ۷ × ۹ = (۵ × ۱۳ × ۱۸) × (۸ × ۷ × ۹)

[هرگاه بخواهیم بنمائیم که عملی تعلق دارد بحاصل چند جمله که باید اجزایش جمع شوند یا تفریق یا در هم ضرب شوند و امثال ان و هنوز حاصل آن جملها مشخص نشده باشد آنها را درچنین صورت ( ) مندرج میکنیم این صورت را علامت جامعه یا جامع گوئیم مثلا اگر بخواهیم بنمائیم ضرب دو جمله را که یکی حاصل ضرب اعداد ۹ و ۷ و ۸ باشد و دیگر حاصل ضرب عاملهای ۱۸ و ۱۳ و ۵ باینصورت مینویسیم (۵ × ۱۳ × ۱۸) × (۸ × ۷ × ۹)

و اگر بخواهیم تفاضل دو جمله را که یکی حاصل جمع دو عدد ۵ و ۱۳ باشد و دیگر تفاضل این دو عدد ۱۲ و ۹ باینصورت مینویسیم (۹ − ۱۲) − (۱۳ + ۵)]

آنچه مربوط باشد به عامل اول این است و ی از تعریف نمرهٔ ۲۸ استنباط می شود و آنچه

مربوط باشد به عامل اخیر از قضیه ۲ (۳۵) استنباط میشود و ظاهر است که این نتیجه بضرب چندین عامل نیز تعلق میگیرد

۳۳ نتیجه ۳ در ضرب چندین عامل ممکن است عددی از عاملها را که برابر باشند حاصل ضرب شان را عوض قرار داد

چونکه اول ممکن است آن چند عامل را با یکدیگر در صدر عاملها گذاشت و الوقف معلوم است حاصلشان را میتوان بجای آنها گذاشت و بعد این حاصل را در هر موضع بخواهیم قرار داد

در بعضی متعلقات ضرب

۳۴ در ضرب دو عدد که از سمت یمین بچند صفر منتهی شده باشند

قاعده چون خواهیم که هم ضرب کنیم دو عدد را که با صفار چند منتهی شده باشند قاعده اینست که اول از اصفار چشم بپوشیم و آن دو عدد عاری از صفر را در هم یکی ضرب کنیم و بعد از اتمام عمل بعدد مجموع اصفار مضروب و مضروب فیه صفر در یمین حاصل قرار دهیم

مثال

```
  ۸۴۰۰۰
   ۷۶۰۰
-----------
   ۵۰۴
  ۵۸۸
-----------
 ۶۳۸۴۰۰۰۰۰
```

برهان ۸۴۰۰۰×۷۶۰۰=۸۴×۱۰۰۰×۷۶×۱۰۰=۸۴×۷۶×۱۰۰۰×۱۰۰

ازین مساوی معلوم میشود که باید ۸۴ را در ۷۶ ضرب نمود و در یمین حاصل ضرب اصفاری بعدد ۲ + ۳ یا ۵ قرار داد فهو المطلوب

۳۵ نتیجه گاه در ضرب چند عامل چنان اتفاق می افتد که اگر بعضی از آنها را نزدیک بهم دیگر آوریم و در هم ضرب کنیم حاصل عددی میشود که خصوصیتش

اسباب تسهیل عمل کل میشود و معلوم است در این صورت بهتر است که عاملها را
بحاصل ضربشان مبدل کنیم

مثال ۲۴۷ × ۲ × ۱۹ × ۵ × ۴ × ۲۵

چون ۱۰ = ۵ × ۲ و ۱۰۰ = ۲۵ × ۴ حاصل ضرب عاملهای مفروض معادل میشود

با ۳۴۷ × ۱۹ × ۱۰ × ۱۰۰

مثال دویم ۳۴۷ × ۳ × ۴ × ۱۵ × ۵

چون ۲۰ = ۵ × ۴ و ۴۵ = ۳ × ۱۵ و ۹۰۰ = ۴۵ × ۲۰

بجای ضرب فوق بهتر است که ۳۴۷ را در ۹۰۰ ضرب کنیم و بطور کلی هر وقت در عمل ضرب دو یا چند عامل یک فتحی دیده شود و آنها را در همدیگر ضرب کنیم و حاصل را بجای عاملها قرار دهیم عمل ضرب آسان میشود (۳۳)

۳۶ قاعدهٔ امتحان ضرب در امتحان ضرب همین قدر کافی است ترتیب عاملها را تغییر دهیم یعنی مضروب را بجای مضروب فیه بنویسیم این را در جای آن عمل را بانجام رسانیم آنوقت باید حاصل اول نتیجه شود

مثال

۲۶۸	۳۴۷
۳۴۷	۲۶۸
۱۸۷۶	۲۷۷۶
۱۰۷۲	۲۰۸۲
۸۰۴	۶۹۴
۹۲۹۹۶	۹۲۹۹۶

در خصوص قوای عدد

۳۷ قوت در عبارت از حاصل ضرب چندین عامل است که هر کدام برابر آن عدد باشد

مثال قوهٔ چهارم ۱۷ این حاصل ضرب ۱۷ × ۱۷ × ۱۷ × ۱۷

و عدد عاملها را درجه آن قوت گوئیم چنانچه در مثال مذکور عدد ۴ درجه قوت ۱۷ است
درجه قوت را علی الرسم در یمین عدد می نویسیم اندکی مایل بفوق و از این رسم معلوم میشود که عدد صاحب چه درجه است

مثال قوت چهارم هفده را چنین بنویسیم 17^4 و رقم ۴ را درجه یا نماینده یا بطور اختصار نما گوئیم و من باب قیاس عدد ۱۷ را قوت اول خود ۱۷ گوئیم و میتوان آنرا بصورت 17^1 نوشت

۳۸ قاعده هرگاه بخواهیم دو قوت یا چند قوت عددی را در هم ضرب کنیم همین قدر کافی است که عدد را بنویسیم و نمایش را برابر مجموع نماها عامل قرار دهیم

مثال $17^4 \times 17^3 = 17^7$ زیرا که

$$17^4 \times 17^3 = (17 \times 17 \times 17 \times 17) \times (17 \times 17 \times 17) = 17 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17 = 17^7$$

هرگاه عاملهای حاصل ضربی را بقوتی برسانیم همچنانست که خود حاصل ضرب آنرا بقوت رسانیده باشیم

مثال میخواهیم ۶۰ را بقوت سیم برسانیم و آن معادل است با $3 \times 4 \times 5$ پس

$$60^3 = (3 \times 4 \times 5)^3 = 3 \times 4 \times 5 \cdot 3 \times 4 \times 5 \cdot 3 \times 4 \times 5 = 3 \times 3 \times 3 \cdot 4 \times 4 \times 4 \cdot 5 \times 5 \times 5 = 3^3 \times 4^3 \times 5^3$$

از ترکیب دو قاعده مذکوره نتیجه میشود که هرگاه عاملهای حاصل ضربی صاحب درجه نما باشند و بخواهیم آن حاصل را بقوتی برسانیم همین قدر کافی است که نمای هر عامل را در نمای قوت ضرب کنیم

مثال $(2^4)^3 = 2^4 \times 2^4 \times 2^4 = 2^{12}$

و $(2^4 \times 3^3 \times 5)^3 = 2^{12} \times 3^9 \times 5^3$

در قسمت (درس ۵)

۳۹ هرگاه معلوم باشد حاصل ضرب دو عدد و یکی از آن دو عدد
قسمت عملی است که بان عمل معلوم میکنیم عدد دیگر را

مثال ۸۴ حاصل ضرب عدد ۷ است در عدد دیگر غیر معین و مقصود تعیین آن عدد است
در چنین مقام عمل قسمت بکار آید حاصل ضرب معلوم ۸۴ را
مقسوم گوئیم و عامل معین ۷ را مقسوم علیه و عامل مطلوب را خارج قسمت
عمل قسمت را بیکی ازاین سه صورت بنمائیم ۷|۸۴ و ۸۴ : ۷ و $\frac{۸۴}{۷}$ و بخوانیم
۸۴ قسمت بر ۷

عدد مقسوم نیز برابر است با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت (۱۲×۷=۸۴)
مقسوم علیه را بعدد آحاد خارج قسمت شامل میشود و لهذا مقام استعمال قسمت را باین عبارت
ادا کنیم بعمل قسمت مشخص میشود که در عدد مقسوم چند مرتبه عدد مقسوم
علیه مندرج است و عدد مراتبی را که مقسوم علیه در مقسوم مندرج میشود نتیجه عمل تقسیم است
خارج قسمت گوئیم

و میتوان نیز چنین ملاحظه کرد که مقسوم برابر است با حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه
(۱۲×۷ = ۸۴) و از اینجا مقسوم ۸۴ مرکب است از خارج قسمت ۱۲ بعدد آحاد مقسوم علیه
۷ و لهذا مقام استعمال قسمت را باین نحو نیز بیان کنیم

قسمت عملی است که بان عمل تجزیه میکنیم عدد مقسوم را بانقدر از اجزای متساوی
که آحاد در عدد مقسوم علیه یافت میشود و نتیجه عمل که خارج قسمت باشد یکی
از آن اجزا است

و باین تعریف وجه تسمیه قسمت و مقسوم و مقسوم علیه هر یک معلوم میشود

۱۶۰ هیچ چنین اتفاق نمی افتد که مقسوم شمار صحیح مقسوم علیه را شامل شود و اغلب خلاف اینحالت بروز میکند مثال تقسیم ۴۳ بر ۵ و تقسیم ۴۰ بر ۸ بسا باشد که شخص قبل از اتمام عمل تقسیم میداند کدام یک از آن دو حالت ظاهر میشود مثلا در تقسیم دو عدد بزرگی که بلا تأمل عرض نموده باشیم وقت قسمت در مقام تحقیق این مطلب بر نمی آئیم و چنان حرکت میکنیم که بدست آید عدد صحیح مرآنکه ممکن است مقسوم علیه در مقسوم مندرج شود و بعبارة اخری مقصود را منحصر میکنیم بیافتن اکثر عدد دیگر چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصلش در مقسوم بگنجد

و چون آن اکثر عدد و خارج قسمت را یافتیم مقسوم علیه را در او ضرب میکنیم و حاصل ضرب را از مقسوم تفریق میکنیم پس اگر در تفریق چیزی باقی نماند ظاهر میشود که مقسوم درست برابر بوده است با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت مشخص و در اینصورت میگوئیم مقسوم قابل قسمت است بر مقسوم علیه و مضرب بیشمار او مثال قسمت ۴۰ بر ۵ و چنانچه در تفریق چیزی باقی ماند ظاهر میشود که مقسوم معادل نیست با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت صحیحی که مشخص شده بلکه معادل است با مجموع حاصل ضربش با باقی مانده

مثال در قسمت ۴۲ بر ۵ چون ۴۲ را بر ۵ قسمت کنیم خارج قسمت ۸ میشود و باقی میماند ۲ و ۲ در اینصورت میگوئیم که مقسوم قابل قسمت نیست بر مقسوم علیه

$۴۲ = ۵ \times ۸ + ۲$

و چون خارج قسمت اکثر عددی مراتی است که مقسوم علیه در مقسوم مندرج شود باید باقی کوچکتر باشد از مقسوم علیه

و حال مشغول میشویم بذکر قاعده عملیه تقسیم دو عدد صحیح

۱۶۱ در تعیین خارج قسمت حقیقة ممکن است که هیچ عملی مجری نداریم جز تمرین چند مثالی

مثال

مثال فرض میکنیم مقصود تشخیص اکثر عددی است که ممکن باشد ۵ در ۴۲ مندرج شود ۵ را
از ۴۲ موضوع میکنیم باقی ۳۷ بعد ۵ از ۳۷ باقی ۳۲ و این عمل را تکرار میکنیم
تا حدیکه باقی مانده کمتر از ۵ شود و این حالت بعد از هشت تفریق متوالی ظاهر میشود و آن
باقی ۲ است پس معلوم میشود که ۴۲ عدد ۵ را ۸ مرتبه صحیح مشتمل است و باقی ۲ است
در این صورت میگوئیم که از قسمت ۴۲ بر ۵ نتیجه میشود خارج قسمت صحیح ۸ و باقی میماند
۲ و نیز میگوئیم که ۸ خارج قسمت ۴۲ است بر ۵ با یکواحد تقریب

۴۲ ولی تعیین خارج قسمت بعمل تفریق بسیار مطول میشود که اجرایش متعذر است لهذا
قواعد و وجوه مخصوصه چند برای عمل قسمت وضع شده

در قسمت سه حالت دیده میشود

حالت اول آنست که مقسوم علیه صاحب یک رقم باشد و مقسوم کمتر از ده مرتبه
مقسوم علیه را مشتمل شود

حالت دوم آنست که فقط یکی در عدد ارقام مقسوم علیه باشد ولی باز مقسوم کمتر از ده
مرتبه مشتمل شود مقسوم علیه را

حالت سیم آنست که بهر قدری در عدد ارقام مقسوم علیه باشد ولی مقسوم اقلا
ده مرتبه مشتمل شود مقسوم علیه را این حالات سه گانه نزد تشخیص داده میشود باینکه یکصفر
در یمین مقسوم علیه اضافه کنیم و بسنجیم آنرا بمقسوم

۴۳ حالت اول میخواهیم ۷۴ را بر ۹ قسمت کنیم
در این عمل باید حاصل ضرب ۹ را در اعداد یک رقمی بخاطر داشته باشیم و اگر
حاضر نداشته باشیم باید رجوع نمود بستون نهم یا بسطر نهم جدول فیثاغورس و اگر
جدول هم موجود نباشد باید چند حاصل ضرب متوالی ترتیب داد تا آنجا که حاصل از [illegible]

نماید خلاصه به وجه تام زود معلوم میشود که ۵ × ۹ بزرگتر حاصل ضربی است که
در ۴۷ مندرج شود پس ظاهر شد که ۵ خارج قسمت صحیح ۴۷ است بر ۹ و باقیماندهٔ
این قسمت ۲ است

۱۶۴ حالت دوم میخواهیم عدد ۴۳۷۶ را بر ۸۲۴ قسمت کنیم
چون ۴۳۷۶ کوچکتر است از ده برابر ۸۲۴ یعنی از ۸۲۴۰ خارج قسمت
مطلوب عددی است یک رقمی و میتوان بدستور العمل حالت اول طلب نمود این حاصل
ضربها یکی از آن مقسوم علیه در اعداد یک رقمی بترتیب داده شود بزرگتر حاصلی را که در
۴۳۷۶ مندرج شود ولی چون آن حاصل ضربها را در ذهن نسپرده‌ایم میبایست مخصوصاً
آنها را بحساب مشخص نمود و این عملی است طویل و از این قرار تعیین خارج قسمت مانند چنین
تعریف مثالی است که سابق ذکر شد پس قاعده مختصری برای اجرای این قسمت لازم است
و اکنون وجهی ذکر میکنیم که قاعده مطلوبه را آنروی بدست آید
مقسوم شامل است آنچه حاصل ضرب آحاد و عشرات و آت مقسوم علیه را در رقم خارج قسمت
مطلوب تحصیل ضرب ۸ مائه مقسوم علیه در آن خارج قسمت عدد صحیحی است از آحاد و باید
تمامش مندرج شود در ۴۳ مائه مقسوم پس اگر ۴۳ مائه را قسمت کنیم بر ۸ مائه که
یکی از ده عامل است بدست می آید عامل دیگر که خود خارج قسمت مطلوب است یا اندکی بزرگتر

. . .

حال امتحان میکنیم و میگوئیم در ۴۳ مائه چند مرتبه مندرج میشود ۸ مائه و یا در ۴۳
عدد مطلق چند مرتبه مندرج میشود پس اگر این ۵ رقم مطلوب باشد باید حاصل ضرب
۸۲۴ در ۵ مندرج شود در ۴۳۷۶ و در مثال ما همین طور اتفاق افتاده
۴۱۲۰ = ۵ × ۸۲۴ و بعد از تفریق این حاصل از ۴۳۷۶ باقی میماند ۲۵۶

ومیگوئیم

ومیگوئیم خارج قسمت ۴۳۷۶ بر ۸۲۴ میباشد ۵ و باقی میماند ۲۵۶ پس

۴۳۷۶ = ۸۲۴ × ۵ + ۲۵۶

وصورت عمل اینست

۴۳۷۶	۸۲۴
۴۱۲۰	۵
۲۵۶	

ازاین بیانات قاعده کلیهٔ ذیل نتیجه میشود

۴ قاعده در تقسیم اعداد صحاحی که خارج قسمتشان صاحب یک رقم باشد قاعده اینست که از سمت یمین مقسوم ارقامی جدا کنیم یکواحد کمتر از عدد ارقام مقسوم علیه و آنچه در سمت یسار باقی میماند قسمت کنیم بر رقم اول سمت یسار مقسوم علیه و خارج قسمت صحیح این تقسیم خود خارج قسمت مطلوبست یا اندک زیادتر پس برای تحقیق این فقره تمام مقسوم علیه را در این خارج قسمت صحیح ضرب میکنیم اگر نتیجه حاصل ضرب از مقسوم کمتر شود معلوم میشود که خارج قسمتی که یافته ایم درستست والا قدری زیادتی دارد و باید واحدی از او کاست و باقیمانده را نوبت دیگر امتحان کرد پس اگر باز بزرگ باشد واحد دیگر نقصان میکنیم و باز امتحان میکنیم و هکذا

بعضی تنبلها گاه گمان میکنند که میتوان از خارج قسمت زیاده بیشتر از واحد تفریق نمود و در اینصورت خطای زیاد ناقص میشود و علامت آنکه این رقم کاسته شده کوچکتر از خارج قسمت واقعی است این است که چون از مقسوم تفریق کنیم حاصل ضرب مقسوم علیه را در همین رقم باقیمانده برابر مقسوم علیه شود یا بزرگتر از آن که در اینصورت باید آنرا واحدی اضافه کرد و امتحان نمود و هکذا تا آنکه باقیمانده کوچکتر از مقسوم علیه شود

مثال در تقسیم ۴۳۸ بر ۵۳ بدون تحقیق گمان میکنیم خارج قسمت ۸ زیادتی دارد و فرض میکنیم ۷ باشد بعد از عمل باقی میماند ۵۷ و آن

۴۳۸	۵۳
۵۷	۷

بزرگتر است از مقسوم علیه آنوقت ملتفت میشویم که خارج قسمت فرضی ۷ کوچک است و باید اقلا
واحدی بر آن افزود زیرا که ۴۲۸ مثال سابق ۷ برابر ۵۳ و ۵۷ است هر دو را یعنی ۷
برابر ۵۳ را ۵۳ و ۴۰ هر سه را با ۸ برابر ۵۳ را با هم جمع ۴ پس باید در محل خارج قسمت ۸ نوشت
نه ۷ چونکه آن باید اکثر عدد مراتبی باشد که مقسوم شامل مقسوم علیه میشود

۴۵ حالت سیم قسمت منجر میشود بحالت دویم چونکه خارج قسمت صاحب چند رقم باشد باید رشته از قسمتهای جزئی استخراج شود و در هر قسمت یک رقمش بدست می آید پس چند

و ۴۱۲۰ حاصل ضرب مقسوم علیه است در خارج قسمت
عادت براین جاری شده که حاصل ضرب مذکور را در تحت مقسوم ننویسیم و بلکه
احاد مفرد و عشرات و مآت مقسوم علیه را در رقم خارج قسمت ضرب کنیم و هر کدام
از این حاصل ضربها جزئی را جدا جدا و بتدریج تفریق کنیم از مراتبه مقسوم
[illegible]

و هر گاه تفریق ممکن نشود در بعضی مراتب مقسوم هر چند مقتضی باشد عشرات بعضی از مراتب را
برای آنکه عدد این عشرات را محفوظ داشته اضافه کنیم بر حاصل ضرب که بعد تفریق میشود
و برای توضیح این قاعده مثال سابق را اعاده میکنیم

۴۳۱۶	۸۲۴
۲۵۶	۵

وصورت عمل از این قرار است

۵ در ۴ : ۲۰ ؛ ۲۰ از ۲۶ باقی ۶ ، ۶ را مینویسیم و ۲ را محفوظ میداریم ۵ در
۲ : ۱۰ ، ۱۰ و ۲ : ۱۲ ؛ ۱۲ از ۱۷ باقی ۵ این ۵ را مینویسیم و ۱ را محفوظ میداریم
۵ در ۸ : ۴۰ و ۱ : ۴۱ ؛ ۴۱ از ۴۳ باقی ۲ این ۲ را مینویسیم

۴۶ دستور امتحان رقم خارج قسمت - بهتر آنست که قبل از تحقیق زیادتی و نقصان رقم خارج قسمت هیچ عددی نه در تحت مقسوم علیه نویسیم و نه در تحت مقسوم چونکه اگر از این نکته غفلت کنیم ممکن است چند مرتبه محو و اثبات نمائیم ارقامی را که سابق نوشته شد

چون خواهیم ظن قوی از صحت رقم خارج قسمت حاصل شود باید آنرا بنحوی امتحان نمود و در این امتحان لازم نیست چیزی در تحت مقسوم و مقسوم علیه نوشته شود و امتحان آن رقم بچند وجه ممکن است و ما وجه معمول را اختیار میکنیم

بدون چیز نویسی در دو سه رقم اول سمت یسار مقسوم علیه در ارقام نظایر آنها از مقسوم تحقیق میکنیم چنانچه در ضمن مثال توضیح میشود

۵۷۸۴۲۱ | ۸۷۵۳۴

در ۵۷ چند مرتبه ۸ است ۷ مرتبه و برای امتحان ۷ میگوئیم ۷ مرتبه ۷ : ۴۹ ؛ ۴۹ از ۵۸ باقی ۹ محفوظ میداریم ۵ را ؛ ۷ در ۸ : ۵۶ و ۵ : ۶۱ تفریق ۶۱ از ۵۷ ممکن نیست پس عدد ۷ اندک زیادتست و باید ۶ را امتحان نمود در این امتحان اکتفا میکنیم بدو رقم اول سمت یسار مقسوم علیه و اغلب همین دو رقم کافی است ولی شخص اگر خواهد بدقت تحقیق کند باید سه رقم اختیار کند و با وجود آن نمیتوان یقین حاصل کرد در صحت رقم خارج قسمت لیکن بندرت اتفاق می افتد که بعد از استعمال سه رقم خطائی ظاهر شود

و عنقریب در ث ۵۰ وجهی دیگر برای امتحان رقم خارج قسمت ذکر میکنیم و بنظر ما آن قاعده را رجحانی است بر قاعده مذکوره پس شاگرد لازم است که آنرا خوب بیاموزد

۴۷ حالت سیم میخواهیم عدد ۵۴۷۶۲ را بر ۸۷ قسمت کنیم

۵۴۷۶۲	۸۷
۲۵۶	۶۲۹
۸۲۲	
۳۹	

۵۴۷۶۲ = ۶۲۹ × ۸۷ + ۳۹

یا

۵۴۷۶۲ = ۸۷ × ۶۲۹ + ۳۹

میتوان گفت که مقصود از این تقسیم آنست که ۵۴۷۶۲ واحد بر ۸۷ جزو متساوی بخش کنیم و بعبارت اخری ۵۴۷۶۲ را بین ۸۷ نفر قسمت کنیم (مسلماً این عبارت را آوردیم محض آنکه بیان دلیل بخیال مبتدی نزدیک شود و زودتر درک کند ولیکن مسئله بعمومیت خود باقی است) و بنا بر تعریف سهم ۳۹ عدد آحادی که بهر نفر میرسد خارج قسمت مطلوب است در این قسمت بهر شخص یک عشرات الف میرسد چونکه در مقسوم بیش از ۵ عشرات الف موجود نیست و بهمین دلیل سهم هر شخص کمتر از ده میشود لیکن بهر نفر اقلاً یک مائه میرسد چونکه در مقسوم بیش از ۸۷ مائه موجود است و هر نفر صاحب ۶ مائه خواهد شد اگر مقسوم ۲ مرتبه ۸۷ مائه را مشتمل شود صاحب ۲ مائه خواهد شد اگر ۳ مرتبه ۸۷ مائه را مشتمل شود و الی آخره ظاهر است که عدد مائه که بهر شخص میرسد برابر است با عدد مراتبی که ۸۷ مائه شامل میشود در ۵۴۷ مائه و بعبارة اخری برابر است با عدد مراتبی که ۸۷ مطلق شامل میشود در ۵۴۷ (پس ملاحظه کنید که از روی دلیل رسیدیم بجائیکه باید از یسار مقسوم جدا نمود آن قدر ارقامی که مقسوم علیه را شامل شود از جهت کفایت نه بیش باشد و نه کم) پس از قسمت آن حالت دوم ۵۴۷ را بر ۸۷ قسمت میکنیم خارج قسمت ۶ است و باقی ۲۵ و بهر نفر ۶ مائه میرسد نه بیشتر چونکه اگر بهر کدام ۶ مائه دهیم بیش از ۲۵ مائه باقی نمیماند که بانها قسمت کنیم پس ۶ را مینویسیم آن رقم اول سمت یسار خارج قسمت خواهد بود و همان طور پیش میرویم و میگوئیم ۲۵ مائه معادل است با ۲۵۰ عشره باضافه ۶ عشره مقسوم ۲۵۶ عشره میشود و در این قسمت ظاهر است که بهر شخص علاوه بر ۶ مائه سابق بعد مراتبی که ۸۷ در ۲۵۶ مندرج است عشرات میرسد پس از قرار

حالت دوم ۶۲۵۶ را بر ۸۷ قسمت میکنیم خارج قسمت ۰ است و تخمین ۸۲ و بهر شخص دو عشره میرسد پیش چونکه بعد از بخش عشرات باقی ۸۲ عشره است و ۲ واحد که باید قسمت شود پس ۲ را در همین خارج قسمت ۶ می‌نویسیم و پیش میرویم ۸۲ عشره یا ۸۲۰ واحد با اضافه ۲ واحد ۸۲۲ واحد میشود و بهر شخص عدد ۹ یعنی ۶ مائه و ۲ عشره آحادی نیز سهم میرسد و عدد این آحاد برابر است با عددی مرا که ۸۷ شامل میشود در ۸۲۲ این عدد را بر ۸۷ قسمت میکنیم خارج قسمت ۹ است و باقی ۳۹ رقسیم ۹ را در همین ۲ عشره خارج قسمت می‌نویسیم و بهر نفر ۶۲۹ واحد میرسد و ۳۹ باقی میماند که نمیتوان از او بهر نفر یک واحد سهم داد پس خارج قسمت مطلوب ۶۲۹ است و باقی ۳۹ اگرچه بیان ما بحسب ظاهر بحالت مخصوص تعلق گرفت ولیکن نتیجه را که در جمیع حالات ممکنه از عمل تقسیم مقصود است بدست آوردیم در حقیقت چون بعد از قسمت ۵۴۷۶۲ میتوانیم بهر کدام از ۸۷ نفر ۶۲۹ واحد بدهیم و آخر ۳۹ باقی میماند که قابل قسمت نیست میگوئیم عدد ۵۴۷۶۲ عدد ۸۷ را ۶۲۹ مرتبه شامل میشود و ۳۹ باقی میماند

و بعبارت اخری

$$٥٤٧٦٢ = ٦٢٩ \times ٨٧ + ٣٩$$

یا

$$٥٤٧٦٢ = ٨٧ \times ٦٢٩ + ٣٩ \quad \ldots\ldots$$

پس دانستیم که عدد ۵۴۷۶۲ چند مرتبه ممکن است شامل شود ۸۷ را (۶۲۹) و نیز دانستیم اکثر عددی را که چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصلش در مقسوم مندرج شود (۶۲۹) و مقصود از تقسیم تحصیل یکی از این دو نتیجه است و چون بیان مذکور بهر نوع تقسیم تعلق میگیرد قاعده مستنبطه قاعده کلیه تقسیم میشود و این است آن قاعده

۲۰ قاعده در تقسیمی که مقسوم اقلاً ده برابر مقسوم علیه باشد قاعده این است که از یسار مقسوم انقدر ارقام جدا کنیم که ترکیبش اقلاً یکمرتبه و اکثراً نه مرتبه

شامل شود مقسوم علیه را وار فرار حالت دوم این عدد سمت یسار در
بر مقسوم علیه قسمت کنیم و رقم نتیجه را در محل خارج قسمت مینویسیم و
ان اعلی مرتبهٔ خارج قسمت است بعد مقسوم علیه را در این رقم
ضرب میکنیم وحاصل را از مقسوم جزوی که جدا نمودیم تفریق میکنیم
و در یمین باقی نقل میکنیم رقمی را که در مقسوم اصلی تالی مقسوم جزو است
وان عدد را بر مقسوم علیه قسمت میکنیم و رقم خارج قسمت را در یمین
رقمی که سابق در خارج قسمت نوشته شده بود مینویسیم و مقسوم علیه را
در ان رقم ضرب میکنیم وحاصل را از دومین مقسوم جزو تفریق میکنیم و در یمین
باقی نقل میکنیم رقمی از مقسوم اصلی را که تالی رقمی باشد که سابق نقل شده
تا سوم مقسوم جزو ترتیب داده شود و بر مقسوم علیه قسمت میکنیم وهمچنان
پیش میرویم تا انکه جمیع ارقام مقسوم اصلی نقل شود

تنبیه اگر اتفاق افتد که مقسوم جزوی بر مقسوم علیه قسمت نشود از ان
جهت است که در خارج قسمت موجود نیست نوع احاد مرتبهٔ رقمی نقل شد
را این حکم از بیان سابق نتیجه میشود چونکه اگر خارج قسمت از نوع ان مرتبه
بود مقسوم جزو شامل میشد حاصل ضرب مقسوم علیه را اقلا در واحد
یعنی خود مقسوم علیه را مشتمل بود) پس صفر در خارج قسمت مینویسیم و
مقسوم جزو را باقی فرض میکنیم و در یمینش رقمی دیگر از مقسوم اصلی نقل میکنیم
وعمل را بانجام میرسانیم

هر باقی مانده باید کمتر باشد از مقسوم علیه چونکه هر رقم که در خارج قسمت نوشته
شود باید اکثر عددی ان صحیح باشد که مقسوم جزو شامل مقسوم علیه میشود پس اگر

باقی بزرگتر از مقسوم علیه باشد دلیل است بر اینکه مقسوم اقلا مرتبه پیشتر نازل میشود مقسوم علیه را و بر رقمی که در خارج قسمت نوشته شده باید واحدی اقلا افزود و بعد از اضافه نوبت دیگر امتحان کرد (۴۴)
و ظاهر است که آنچه بعنوان قاعده کلی ذکر نمودیم نتیجه است از آنچه در ضمن مثال بیان گشت.

دستور العمل امتحان تقسیم و ضرب

۱۴۸ امتحان تقسیم بر این وجه است که ضرب کنیم مقسوم علیه را در خارج قسمت و باقی را بر حاصل اضافه کنیم مجموع باید برابر مقسوم شود (۴۵)
امتحان ضرب را میتوان نیز بر این وجه نمود که تقسیم کنیم حاصل ضرب را بر یکی از دو عامل و خارج قسمت باید برابر عامل دیگر شود و هیچ باقی نماند (تعریف اول ۳۹)

ملاحظات چند در باب تقسیم

۱۴۹ چون فارغ شدیم از بیان قاعده قسمت در عدد صحیح بهتر آنست که در این مقام ذکر کنیم بعضی اختصارات عمل را که بسیار مفید است در تسهیل اعمال
اختصار عملی که تعلق داشته باشد بقاعده کلیه مذکوره تقسیم این است که باقیهای متتالیه را ننویسیم و نه مقسومهای جزء را و این مطلب را در ضمن مثال توضیح کنیم

۳۷۸۵۳	۸
۵	۴۷۳۱

در ۳۷ عدد ۸ چهار مرتبه مندرج است و باقی ۵ (این باقی معادل است با ۵ واحد مرتبه سمت یمین ۵۰ و ۸ میشود ۵۸ و در هر تا همین حکم جاری است) در ۵۸ عدد ۸ هفت مرتبه مندرج است و باقی ۲ در ۲۵ عدد ۸ سه مرتبه مندرج است و باقی ۱ در ۱۳ عدد ۸ یکمرتبه شامل است و باقی ۵ و چون این خارج قسمتهای جزء ۴ و ۷ و ۳ و ۱ را بترتیب در یمین همدیگر نویسیم حاصل ۴۷۳۱ خارج قسمت مطلوب است و باقیمانده آخر ۵ (و که ۵

عمل را باین نحو تصور میکنیم

ثمن ۷:۳۷ ۴ بازاء ۳۲ و باقی ۵ یا ۵۵ و ۸ : ۵۸ ثمن ۵۸: ۷ بازاء ۵۶ باقی ۲ یا ۲۰ و ۵:۲۵ ۵ وغیره)

۵۵ بدستور مذکور تقسیم عدد چند رقمی بر یک رقمی آسان است و بعد از آموختن قاعدهٔ ذیل را در اعمال تقسیم رسمی میتوان مجری داشت

قاعده در امتحان ارقام خارج قسمت در حالت دوم و سوم یعنی در تقسیم عدد چند رقمی بر عدد چند رقمی دیگر

قاعده در امتحان هر رقمی از خارج قسمت قاعده آنست که بخیال و بی نوشتن چیزی هر مقسوم جزو را بر خارج قسمت خود قسمت کنیم و هر رقم خارج قسمتی که باین عمل سنجیده میشود بسنجیم برقمی که در مقسوم علیه از مرتبهٔ اوست و تا این ارقام برابر باشند عمل را همراهی کنیم و همانهم که اختلاف بروز کند توقف کنیم آنوقت اگر رقم خارج قسمت بزرگتر باشد از رقمی که در مقسوم علیه نظیر اوست معلوم میشود که رقم خارج قسمتی که امتحان میکردیم بزرگ است و رجوع میکنیم بتقسیم اول و اگر رقم خارج قسمت کوچکتر باشد از رقمی که در مقسوم علیه نظیر اوست معلوم میشود که آن رقم اندک بزرگ است پس واحدی از او میکاهیم و بطریق مذکور نوبت دیگر امتحان میکنیم و اگر امتحان تا آخر ارقام مقسوم جزو کشید و جمیع ارقامی که بترتیب بهم سنجیدیم برابر باشند معلوم میشود که رقم خارج قسمت مناسب است و بزرگ نیست در این مثال قاعدهٔ مذکوره توضیح میشود

۲۵۶۳۷۶۲	۸۷۴۲
۸۱۵۳۶	۲۹۳
۲۸۵۸۲	
۲۳۵۶	

شرح اول تقسیم جزو (مقسوم ۲۵۶۳۷)

۲۵ بر ۸ : ۳ برای امتحان رقم ۳ در خیال بدون تحریر ۲۵۶۳۷ ۲۵۶۳۷ را بر ۳
قسمت میکنیم ۲۵ بر ۳ : ۸ مرتبه و باقی ۱ و ۱۶ بر ۳ : ۵ شو و باقی ۱ و چون و بمین
رقم ۵ خارج قسمت امتحان کو بکثر شد از رقم ۷ مقسوم علیه که نظیر اوست معلوم میشود که
رقم ۳ اندک بزرگ است پس ۲ را امتحان میکنیم ظاهر است مناسبت آن
در امتحان اول نباید همین اول ۲ مقسوم را قسمت نمود بلکه باید ۲۵ را قسمت کرده میکویم
۲۵ بر ۲ : ۱۲ و آن بزرگتر است از اولین رقم ۸ مقسوم علیه پس معلوم میشود که عدد ۲
موافق است وسبب انکه ۲۵ را عوض ۲ اختیار نمودیم آنست که رقمی از خارج قسمت
امتحان را باید سنجید با رقمی از مقسوم علیه که هم رتبه
شرح دوم تقسیم جزء (مقسوم ۸۱۵۳۶) ۸۱ بر ۸ : ۱۰ و چون کثرت عدد ۱۰
ظاهر است رقم ۹ را امتحان میکنیم در این تقسیم ۸۱ بر ۹ : ۹ و چون رقم اول ۹ خارج
قسمت امتحان بزرگتر است از نظیر خود ۸ مقسوم علیه معلوم میشود که این رقم مناسب است و
بطریقی که در قاعده کلیه تقسیم بیان شد آنرا استعمال میکنیم
شرح سیم تقسیم جزء (۲۸۵۸۲) ۲۸ بر ۸ : ۳ در قسمت ۲۸۵۸۲ ۲۸ بر ۳
این رقم را امتحان میکنیم ۲۸ بر ۳ : ۹ و چون رقم اول خارج قسمت امتحان
یعنی ۹ بزرگتر شد از رقم ۸ نظیر خود از مقسوم علیه معلوم میشود که رقم امتحان ۳ مناسبت
و اختیارش میکنیم
این قاعده خیلی آسان است و بدون دید تشخیص مقصود میرسد و رقم خارج قسمت بهتر و زودتر
از سایر قواعد تحقیق میشود
و دلیل قاعده نیز زود ثبوت میرسد فرض میکنیم بخواهیم رقم ع خارج قسمتی را امتحان کنیم
میکوئیم رقم ع مناسب است تو وقتیکه مقسوم ع مرتبه مقسوم علیه را شامل شود و یا سدس

مقسوم ... (marginal note)

مقسوم علیه را یعنی برابر او باشد یا اندک بزرگتر و رقم ۶ بزرگتر از خارج قسمت مطلوب میشود اگر مقسوم کوچکتر باشد از ۶ برابر مقسوم علیه بعبارت اخری سدس مقسوم کوچکتر باشد از خود مقسوم علیه و این سدس مقسوم همان خارج قسمت امتحانی است که باید معلوم نمود

۵۱ در فایده نه برابر نمودن مقسوم علیه هرگاه در تقسیمی عدد ارقام خارج قسمت زیاد باشد و یا بخواهیم چندین مقسوم مختلف را بر یک مقسوم علیه قسمت کنیم بهتر آنست که مقسوم علیه را نه برابر کنیم یعنی ضربش کنیم در ۱ و ۲ و ۳ ..... تا ۹ و بعد برای یافتن این چند حاصل عمل ضربی مجری نداریم و بعمل جمع اکتفا کنیم از اینقرار که مقسوم علیه را با خود جمع کنیم یعنی مضاعف نمائیم و بعد همان مقسوم علیه را بر این حاصل بیفزائیم و حاصل را نیز با مقسوم علیه جمع کنیم و بهمین طور پیش رویم تا حاصل جمع اخیر نه برابر مقسوم علیه شود در اینصورت مقسوم علیه ضرب شده است در ۱ و ۲ و ۳ .... تا ۹ این حاصل ضربها را بترتیب زیر همدیگر مینویسیم بازاء هر یک رقم مضروب فیه را بعد مشغول عمل تقسیم [illegible]

[illegible] مینویسیم و تفریق میکنیم و مضروب فیه آنرا در خارج قسمت مینویسیم و بعد در یمین باقی نقل میکنیم رقمی از مقسوم اصلی را که تالی مقسوم جزو سابق بود تا مقسوم جزو دیگر حاصل شود و عمل سابق را در این جاری میکنیم و هکذا پس در تقسیمی که مقسوم علیه نه برابر شده باشد عملی لازم نیست جز تفریق متوالی

امثله مشق

۵۲ شخصی همه ساله ۲۵۹۵ قران دخل دارد و میخواهد از این مبلغ ۱۵۰۰ قران ذخیره کند پس خرج یومیه اش را چند قران قرار دهد تا مقصود بشود

حاصل شود (سال مرکب است از ۳۶۵ روز) جواب ۳ قران

۲ شخصی هرساله ۴۰۰ تومان مداخل دارد لیکن مبلغ ۲۳۵۰ تومان مقروض است و با طلبکار خود قرارداده است این مبلغ را در عرض دو سال از قرار فلان کار بپردازد حال میخواهیم بدانیم که چنانچه از قرارداد تخلف ننماید در هر روز چند قران از مخارجش باقی میماند جواب ۱۰ قران

۳ شخصی در مدت هشت روز روزی ۷ ساعت مشغول خدمتی شد و بانجام رسانید و مستحق ۱۶۸ قران شد میخواهیم بدانیم اجرتش در هر ساعت چه بوده است جواب ۳ قران

۴ فاصله طهران از تبریز ۵۰۰ کیلومتر است (کیلومتر هزار متر فرانسه است) دو کالسکه در یک وقت از این دو شهر بسمت همدیگر شروع بحرکت نمودند اولی در هر ساعت ۴۳ کیلومتر سیر میکند و دومی ۵۷ کیلومتر حال میخواهیم بدانیم پس از چند ساعت این دو کالسکه متلاقی میشوند (دو کالسکه در هر ساعت یکصد کیلومتر بسمت همدیگر نزدیک میشوند و در ابتدای حرکت ۵۰۰ کیلومتر فاصله داشتند پس...) جواب ۵ ساعت

۵ میخواهیم ۵۴۸۳۴۲ ثانیه را تحویل کنیم بساعت و دقیقه جواب ۱۵۲ ساعت ۱۹ دقیقه ۲ ثانیه

۶ محیط زمین ۳۶۰ درجه است و هر درجه ۲۵ میل پس اگر شخصی بدون توقف در هر ساعت میلی در آن محیط حرکت کند دوره تمام را در چند مدت طی میکند جواب ۳۷۵ روز

فاصله آفتاب از زمین ۲۳۹۸۴ برابر نصف قطر زمین است و طول این نصف قطر ۶۳۶۶۶۶۶ متر است و صدا در هر ثانیه ۳۴۰ متر سیر میکند پس در چند مدت از آفتاب بزمین میرسد جواب در مدت ۵۱۹۸ روز یک ساعت ۲۱ دقیقه ۴۹ ثانیه

سال ۱۲۶۳ در مملکت فرانسه ۳۵۴۰۱۷۶۱ نفر جمعیت بود و مساحت

سطح این مملکت بحسب کیلومتر مربع ۵۲۷۶۵۶ است حال میخواهیم بدانیم بطور متوسط
در هر کیلومتر مربع چند نفر جمعیت است جواب ۶۷ نفر
سال ۱۲۶۷ در پاریس ۱۰۷۴۸۶۹۴۰۰ مثقال نمک صرف شد و جمعیت تهران وقت ۹
۱۰۵۳۸۹۷ نفر بوده پس بمقدار متوسط هر نفر چند مثقال نمک صرف نموده جواب
۱۰۲۰ مثقال

در خواص تقسیم (درس ۶)

۵۳ چون خواهیم عددی را بر حاصل ضرب چند عامل قسمت کنیم
ممکن است بجای این عدد را بر عاملهای حاصل ضرب بترتیب قسمت نمود

مثال در تقسیم ۴۲۰ بر ۶۰ چون $۳×۴×۵=۶۰$ میتوان ۴۲۰ را
بر یکی از آن عاملها قسمت نمود و خارج قسمت را بر عامل دیگر و خارج قسمت جدید را بر عامل سیم
زیرا که تقسیم ۴۲۰ بر ۶۰ عبارت است از مجزی نمودن ۴۲۰ واحد بر
۶۰ جزو متساوی و یا از تقسیم نمودن ۴۲۰ واحد ما بین ۶۰ نفر (و میتوان
در این مقام گفت که تقسیم نمودن ۴۲۰ بر ۶۰ باین معنی است که آنرا به ۶۰ جزو
متساوی قسمت نمائیم یا به ۵ دسته که هر کدام مشتمل بر ۱۲ جزو باشند و هر دسته
دوازده جزئی این است $\frac{۴۲۰}{۵} = ۸۴$ و این دسته تقسیم میشود بر ۴
دسته ۳ جزئی و غیره این بیان خاص است و شامل جمیع حالات تقسیم نیست بهتر این
که اقسام از این باشند) از ۶۰ نفر ۵ گروه ۱۲ نفری ترتیب میدهیم و سهم هر کدام از این
۵ گروه خمس ۴۲۰ واحد میشود یعنی $\frac{۴۲۰}{۵}$ یا ۸۴ لیکن از این گروه
۱۲ نفری میتوان ۴ دسته ۳ نفری ترتیب داد و قسمت هر دسته ربع ۸۴
واحد میشود یعنی $\frac{۸۴}{۴}$ یا ۲۱ واحد چون سهم ۳ نفر ۲۱ واحد شد سهم

هر نفر ١/٣ ٤ میشود یعنی ٢ واحد پس سهم هر کدام از ٦٠ نفر یعنی خارج قسمت
٤٢٥ بر ٦٠ از این قرار معین شد که ٤٢٠ را بر ٥ قسمت کنیم و خارج
قسمتش را بر ٤ و خارج قسمت جدید را بر ٣ فهو المطلوب

تنبیه عوامل ٥ و ٤ و ٣ از عدد ٦٠ را بهر ترتیب بخواهیم میتوان مقسوم علیه قرار
داد مثلا اگر ابتدا بعدد ٥ نمائیم میگوئیم ٦٠ برابر است با ٥ برابر ١٢ و اگر ابتدا کنیم
بعدد ٣ میگوئیم ٦٠ برابر است با ٣ برابر ٢٠ و در اینصورت از ٦٠ نفر سه
دسته بیست نفری ترتیب میدهیم

دلیل دیگر قسمتهای سابق را بترتیب اینجا مینمائیم

٣	٤	٥	٤٢٥
٧	٢١	١٤	

از قسمت اول چنین نتیجه میشود ٤٢٠ = ٥ × ٨٤ و از قسمت ثانی ٨٤=٤×٢١
و ما بعد از قسمت سوم ٢١ = ٣×٧

٤٢٠ = ٥ × ٨٤ = ٥ × ٤ × ٢١ = ٥ × ٤ × ٣ × ٧ = ٦٠ × ٧

و چون ٤٢٠ = ٦٠ × ٧ خارج قسمت ٤٢٠ بر ٦٠ هفت خواهد بود و آن بعینه
خارج قسمتی است که بعد از چند تقسیم متوالی حاصل گشته بود

٥٤ قضیه هرگاه دو جمله قسمتی را که هیچ باقی نداشته باشند در عددی
ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت کنیم در خارج قسمت اول تغییری عارض نمیشود
مثال چون ١٢٠ را بر ١٢ قسمت کنیم خارج قسمت صحیح بدون باقی ١٠ است حال اگر
١٢٠×٧ را بر ١٢×٧ قسمت کنیم خارج قسمت آن نیز ١٠ است بدون باقی
دلیل چون ١٢٠ واحد را مابین ١٢ نفر بالسویه قسمت میشود بهر نفر ١٠ واحد میرسد که
و زیاد در تقسیم ١٢٠×٧ واحد مابین ١٢×٧ نفر تقسیم ٧ دسته ١٢٠ واحد

مابین ۷ دسته ۱۲ نفری ظاهر است که کافی باشد هفت مرتبه عمل سابق را تکرار کنیم و هر دسته
۱۲۰ واحد را بر هر دسته ۱۲ نفری قسمت نمائیم پس در آخر بهر نفر ۱۰ واحد میرسد و هیچ باقی نمیماند
دلیل دیگر چون خارج قسمت ۱۲۰ برابر ۱۲ ده است ۱۲۰ = ۱۲×۱۰ و بعد
۱۲۰×۷ = ۱۲×۱۰×۷ = (۱۲×۷)×۱۰ و از این رو نتیجه میشود که اگر
۱۲۰×۷ را بر ۱۲×۷ قسمت کنیم خارج قسمت آن نیز ده است بدون باقی
و در تقسیم مقسوم و مقسوم علیه بر عدد مفروض همان دلیل ذکر شود مثلا میگوئیم در قسمت
۱۲۰ واحد مابین ۱۲ نفر میتوان سه دسته ۴۰ واحد را بین سه قسمت نمود بر سه دسته
۴ نفری

۵۵ قضیه هرگاه تقسیم صاحب باقی مانده باشد و دو جمله اش را در عدد
مفروضی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت نمائیم خارج قسمت صحیح اول تغییر نمیکند و لیکن
باقی مانده در عمل اول ضرب میشود در آن عدد و در عمل ثانی تقسیم میشود بر آن
مثلا در تقسیم ۱۲۸ بر ۱۲ خارج قسمت صحیح ۱۰ است و باقی ۸ حال چون ۱۲۸ و ۱۲ را هر دو
در سه ضرب کنیم و حاصل ضرب مقسوم را بر حاصل مقسوم علیه قسمت نمائیم خارج قسمت صحیح نیز ۱۰
خواهد بود و لیکن باقی مانده ۳ × ۸ است
دلیل چون در قسمت ۱۲۸ مابین ۱۲ نفر بهر نفر ۱۰ واحد رسید ۸ باقی مانده در تقسیم
۳ × ۱۲۸ مابین ۳ × ۱۲ یعنی در تقسیم سه دسته ۱۲۸ واحدی مابین سه دسته
۱۲ نفری کافی باشد عمل سابق را سه مرتبه تکرار کنیم و هر دسته ۱۲۸ واحدی را بر هر دسته
۱۲ نفری قسمت نمائیم و بهر یک نفر ده واحد میرسد و بعد از هر قسمت ۸ واحد باقی میماند
و در آخر سه ۳×۸ یا ۲۴ واحد باقی است و از این باقی ممکن نیست بهر کدام از
۳ × ۱۲ نفر یعنی ۳۶ نفر واحدی زیادتر دهیم پس خارج قسمت ۱۲۰×۳ بر

۳ × ۱۲ × ده است و باقی ۳ × ۸ فهو المطلوب

دلیل دیگر چون در قسمت ۱۲۸ بر ۱۲ خارج قسمت ۱۰ واحد شده و باقی ۸ پس ۱۲۸ = ۱۲ × ۱۰ + ۸ حال این تساوی را در ۳ ضرب میکنیم چنین میشود

$$۱۲۸ \times ۳ = ۱۲ \times ۱۰ \times ۳ + ۸ \times ۳$$

یا

$$۱۲۸ \times ۳ = (۱۲ \times ۳) \times ۱۰ + ۸ \times ۳$$

از این تساوی چنان نتیجه میشود که ۱۲۸×۳ شامل است ۱۲×۳ را ده مرتبه نه بیش چونکه ۸ کوچکتر است از ۱۲ و بنابراین ۸×۳ کوچکتر است از ۱۲×۳

آنچه ذکر نمودیم در خصوص ضرب دو جمله قسمت بود در عددی و همین دو دلیل بعینه تعلق میگیرد بحالت تقسیم آن دو جمله بر عددی

تنبیه دلیلهای اول هر کدام از قضیه‌های ۵۳ و ۵۴ و ۵۵ مختص است و مناسب حالتیست که دو جمله قسمت اعداد صحاح باشند لیکن دلیلهای دویم اعم است و با یرحالات نیز تعلق میگیرد

باب سوم

در قابل قسمت بودن عدد

۵۶ تعریف چون عدد مفروضی را در عدد صحیحی ضرب کنیم حاصل ضرب را مفروض مضاعف گوئیم و عدد مضروب البته مضرب عامل گوئیم یا تحت مضرب

مثلا عدد ۵ را در عدد صحیح ۴ ضرب نمودیم شد ۲۰ حال ۲۰ را مضاعف ۵ ... ۵ را عامل و تحت مضرب ۲۰

چون عددی را بر عدد دیگر قسمت کنیم و چیزی باقی نماند عدد بزرگتر را گوئیم قابل ... بر کوچکتر و عدد کوچکتر را عاد کننده بزرگتر گوئیم

عددی عاد کننده باشد و آن عدد مفروض را با جزو دیگر بر عدد عاد کند
قسمت کنیم دو باقیمانده برابر خواهند بود در این حکم دو حالت ممکن است پیدا شود
اول آنکه جزو دیگر عدد مفروض مضرب آن عدد عاد باشد در این صورت عدد مفروض تحقیقاً
قابل قسمت است بر عدد عاد (۵۸) و باقی مانده قسمت صفر است

مثال ۲۸ + ۵۶ = ۸۵ و عدد عاد ۷ است

دوم آنکه جزو دیگر مضرب عدد عاد نباشد و این حالت اول دیگر شد

مثال ۳۶ + ۶۰ = ۹۶ و عدد عاد ۱۵ باشد (رجوع کنید به ۶۲)

۶۴ ب در عمل لازم میشود بدانیم که عدد مشخص قابل قسمت هست بر عدد مشخص دیگر و اگر نباشد باقی مانده قسمت بزرگتر یا کوچکتر چه خواهد بود
در اکثر اعداد برای تحقیق این مطلب هیچ قاعده آسانتر از تقسیم رسمی نیست لیکن بعضی قواعد از احکام مذکوره مخصوصاً از قضیه اخیر استنباط میشود که تعلق دارند بحالات معینه و در آن حالات آسانتر از تقسیم رسمی چنانچه اکنون ذکر میکنیم

فصل

در قابل قسمت بودن عدد بر ۲ و ۵ و ۴ و ۲۵ و ۸ و ۱۲۵ و غیره (درس ۷)

۶۵ اول این عبارات ابداً بدانید چون ۲×۵ = ۱۰ ، ۴×۲۵ = $۱۰^{۲}$ یا ۱۰۰
۸×۱۲۵ = $۱۰^{۳}$ یا ۱۰۰۰ و غیره پس چنین استنباط میشود
اولاً هر عددی که مضرب ۱۰ باشد یعنی منتهی شده باشد اقلاً بیک صفر قابل قسمت است
بر ۲ و بر ۵ (۵۹)
ثانیاً هر عددی که مضرب ۱۰۰ باشد یعنی منتهی شده باشد اقلاً بدو صفر قابل قسمت است
بر ۴ و بر ۲۵
ثالثاً هر عددی که مضرب ۱۰۰۰ باشد یعنی منتهی شده باشد اقلاً بسه صفر قابل قسمت

بر ۸ و بر ۱۲۵ و هکذا

۶۶ قضیه باقیمانده قسمت هر عدد بر ۲ و بر ۵ مشخص شود بانیکه رقم اخیر سمت یمین آن عدد را بر ۲ و بر ۵ قسمت کنیم بنا بر این شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۵ همین است که رقم اخیر سمت یمین آن عدد صفر باشد یا قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۵

زیرا که هر عدد را میتوان به دو جزو قسمت نمود چنانچه جزو اول مضرب ۱۰ باشد و قابل قسمت بر ۲ و ۵ و جزو دوم مقدار رقم اخیر سمت یمین باشد مثل ۸ + ۵۴۶۰ = ۵۴۶۸ و باقیمانده در تقسیم عدد مفروض بر ۲ ممکن نیست بروز کند جز از جزو دوم ۸ و چون ۸ قابل قسمت است بر ۲ عدد ۵۴۶۸ نیز قابل قسمت است بر ۲

مثال دوم ۷ + ۵۴۶۰ = ۵۴۶۷ رقم ۷ قابل قسمت نیست بر ۲ پس عدد ۵۴۶۷ نیز قابل قسمت نیست بر ۲

تنبیه هر عدد که قابل قسمت باشد بر ۲ یعنی نصف صحیح داشته باشد آنرا زوج گوئیم و سایر اعداد را که قابل نباشند فرد گوئیم

آنچه در خصوص عدد ۲ ذکر شد بعینه تعلق میگیرد بعدد ۵ اختلاف در همین است که عوض ۲ باید ۵ گفت مثال ۸ + ۵۴۶۰ = ۵۴۶۸ چون رقم ۸ قابل قسمت نیست بر ۵ عدد ۵۴۶۸ نیز قابل قسمت نخواهد بود

ما بین اعداد یکرقمی جز ۵ عددی نیست که قابل قسمت بر ۵ باشد پس حکم مذکور نسبت به ۵ چنین ادا میشود

هیچ عدد قابل قسمت نیست بر ۵ جز آنکه رقم آحادش صفر باشد یا ۵

۶۷ قضیه باقیمانده قسمت هر عدد بر ۴ و بر ۲۵ همان باقیمانده است

که بدست می‌آید از قسمت عدد مرکب از دو رقم اخیر سمت یمین این عدد بر
۴ و بر ۲۵

و بنابراین شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۴ و بر ۲۵ همین است که دو رقم سمت یمینش صفر باشد یا ترکیب آن دو رقم قابل قسمت باشد بر ۴ و بر ۲۵ ۱

زیرا که هر عدد مثل ۵۴۳۶۷ را میتوان بصورت ۵۴۳۰۰ + ۶۷ تجزیه کرد یعنی بدو جزء چنانچه جزء اولش منتهی شده باشد بدو صفر و از نوع ثابت باشد و جزء دیگرش عددی باشد مرکب از دو رقم اخیر سمت یمین آن عدد

و چون جزء اول مضروب ۱۰۰ است قابل قسمت خواهد بود بر ۴ و باقی مانده قسمت عدد مفروض بر ۴ ممکن نیست مربوط گردد جز بتقسیم جزء دوم ۶۷ و باقی قسمت ۶۷ بر ۴ سه است و بنابراین باقی قسمت عدد ۵۴۳۶۷ بر ۴ نیز ۳ خواهد بود

و آنچه در خصوص ۴ ذکر شد بعینه متعلق میگیرد بعدد ۲۵

باقی قسمت ۶۷ بر ۲۵ هفده است و از این قرار باقی قسمت ۵۴۳۶۷ بر ۲۵ نیز ۱۷ خواهد بود ما بین اعداد دو رقمی هیچ عدد قابل قسمت بر ۲۵ نیست جز این چند عدد ۲۵، ۵۰، ۷۵ و بنابراین هیچ عدد قابل قسمت نیست بر ۲۵ مگر آنکه هر دو رقم سمت یمینش صفر باشند یا یکی از این سه عدد ۲۵ و ۵۰ و ۷۵

۶۸ قضیه باقی قسمت هر عدد بر ۸ و بر ۱۲۵ بعینه همان باقی مانده است که بدست آید از تقسیم عدد مرکب از سه رقم سمت یمین این عدد بر ۸ و بر ۱۲۵

و بنابراین شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۸ و بر ۱۲۵ همین است

که هر سه

که هر سه رقم سمت یمینش صفر باشند یا ترکیب آنها قابل قسمت باشد بر ۸ و بر ۱۲۵
مثال ۳۶۷ + ۵۴۰۰۰ = ۵۴۳۶۷ یعنی عدد مفروض مضرب است
از ۸ باضافه ۳۶۷ (۶۵ حکم ثالث) و از این قرار قابل قسمت ۵۴۳۶۷
بر ۸ ممکن نیست برو کنند بتقسیم ۳۶۷ بر ۸ و از همین قرار باید در خصوص ۱۲۵ گفتگو
نمود از آنچه ذکر شد میتوان حکم قابل قسمت بودن هر عدد را بر سایر قوای ۲ و ۵ استنباط نمود
ولی چون فایده آنها کمتر است مطلب را ختم میکنیم

فصل در قابل قسمت بودن اعداد بر ۹ و بر ۳

۷ **۶۹** قضیه در تعیین باقیمانده قسمت هر عدد بر ۹ همین قدر کافی است که مقادیر مطلقه ارقام آن عدد را جمع کنیم و حاصل را بر ۹ قسمت کنیم باقی این قسمت باقی مطلوب خواهد بود

و بنا بر این شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر ۹ همین است که حاصل جمع مقادیر مطلقه ارقامش قابل قسمت باشد بر ۹

برهان اولاً هر واحد که از سمت یمین بچند صفر منتهی شده باشد مضرب است از ۹ باضافه واحد

مثال عدد ۱۰۰۰۰ این عدد را بر ۹ قسمت میکنیم و صورت عمل چنین است

۱۰۰۰۰	۹
۱۰	۱۱۱۱
۱۰	
۱۰	
۱	

در ۱۰ عدد ۹ یکمرتبه باقی ۱ صفری در یمینش نقل میکنیم و نیز
در ۱۰ یکمرتبه ۹ و باقی ۱ و همچنین این عمل را بعدد اصفاری که در یمین واحد
است تکرار میکنیم چون پیوسته باقی ۱ است باقی اخیر نیز ۱ است هر قدر اصفار عدد
مقسوم باشد و از این قرار جمیع قوای ۱۰ در مقام مقسوم بودن منتهی شد از ۹ باضافه واحد
مثال

$$۱۰۰۰۰ = ۹ \times ۱۱۱۱ + ۱$$

ثانیاً هر رقم که از سمت یمین بیک صفر یا چند صفر منتهی شده مثلاً با مضرب است از ۹ باضافه مقدار مطلق این رقم

مثال $6+6\times 9\times ٣ = ...$ ۶۰۰۰ = ۱۰۰۰ × ۶ = (۹ × ۳ + ۱) × ۶ = ۹ × ۳ × ۶ + ۶

واین حاصل بمقدار ۶ واحد از مضرب ۹ بیشتر است

وازاینجا نتیجه میشود که مقدار متعلق هر رقمی جز صفر مضربی است از ۹ باضافه مقدار مطلق آن رقم پس عدد مفروض چون مرکب است از مقادیر متعلقه ارقام خویش برابر میشود با مجموعی از مضربهای ۹ (که نیز مضربی است از ۹) باضافه مجموع مقادیر مطلقه ارقام و دلیل مذکور را باین صورت مینمائیم

۳۵۸۶۷	=	۷ + ۶۰ + ۸۰۰ + ۵۰۰۰ + ۳۰۰۰۰		
۷	=			۷
۶۰	=	۹	مضربی از	+ ۶
۸۰۰	=	۹	مضربی از	+ ۸
۵۰۰۰	=	۹	مضربی از	+ ۵
۳۰۰۰۰	=	۹	مضربی از	+ ۳
۳۵۸۶۷	=	۹	مضربی از	+ (۷ + ۶ + ۸ + ۵ + ۳)

چون هر عدد برابر شد بمضربی از ۹ باضافه مجموع ارقامش ممکن نیست که باقیمانده تقسیم آن عدد بر ۹ بوجود آید جز از تقسیم مجموع ارقامش بر ۹ پس مجموع آن ارقام اگر قابل قسمت باشد بر ۹ عدد مفروض نیز قابل قسمت خواهد بود و اگر نباشد نخواهد بود

۷۵ هر عدد که مجموع مقادیر مطلقه ارقامش قابل قسمت باشد بر ۳ خود آن عدد نیز قابل قسمت است بر ۳ و بحکم کلی باقیمانده قسمت هر عدد بر ۳ حاصل شود با بینکه مجموع صور ارقامش را بر ۳ قسمت کنیم آنچه در خصوص عدد ۳ ذکر نمودیم بتجزیه عدد نمره سابق واضح میشود

چون هر عدد مضروب است از ۹ ماند مجموع صور ارقامش مضروبی نیز از ۳ خواهد بود باضافه مجموع صور ارقامش زیرا که هر مضروب ۹ قابل قسمت است بر ۳ از آن جهت که ۳ عامل ۹ است

فصل

در امتحان ضرب و قسمت از روی عدد ۹

۷۱ امتحان ضرب میخواهیم ۵۳۸ را در ۴۷۳ ضرب کنیم و صورت عمل این است

```
   ۵۳۸
   ۴۷۳
  ----
  ۱۶۱۴
 ۳۷۶۶
۲۱۵۲
------
۲۵۴۴۷۴
```

برای امتحان باقی قسمت مضروب را بر ۹ مشخص میکنیم در مثال ما ۷ است (۵ و ۳: ۸ و ۸: ۱۶ در عدد ۱۶ میگوییم ۱ و ۶: ۷ پس باقی ۷ است) و همچنین مشخص میکنیم باقی قسمت مضروب‌فیه را بر ۹ در مثال ما باقی ۵ است (۴ و ۷: ۱۱ و ۳: ۱۴ در ۱۴ میگوییم ۱ و ۴: ۵ پس باقی ۵ است) این دو باقی را در هم ضرب میکنیم $۵ \times ۷ = ۳۵$ و باقیش را بعد از طرح ۹ معلوم میکنیم و آن ۸ است و بالجمله حاصل ضرب و عدد مفروض را ۹ ۹ طرح میکنیم یعنی بر ۹ قسمت میکنیم و این باقی چهارم باید برابر با باقی سوم باشد چنانچه در مثال ما ۲ و ۵: ۷ و ۴: ۱۱ و ۴: ۱۵ و ۷: ۲۲ و ۴: ۲۶ (۲ و ۶: ۸) معلوم شد باقی ۸ است و امتحان درست آمد و صحت قاعده برای این جه معلوم شود

۵۳۸ مضروب است از ۹ باضافه ۷

۴۷۳ مضروب است از ۹ باضافه ۵

پس ورق

پس حاصل ضرب آنها مرکب است از حاصل ضرب ۵۳۸ در مضرب ۹ (که نیز مضرب ۹ است) واز حاصل ضرب ۵۳۸ در ۵ واین حاصل خود مرکب است از مضرب ۹ ضرب در ۵ باضافه حاصل ضرب ۷ در ۵ پس نتیجه شد که حاصل ضرب ۵۳۸ در ۴۷۳ مرکب میشود از دو مضرب ۹ که مجموعشان نیز مضرب ۹ است باضافه حاصل ضرب ۷ در ۵ پس باقی مانده قسمت حاصل ضرب ۵۳۸ × ۴۷۳ بر ۹ برابر است با باقی مانده قسمت حاصل ضرب ۵ × ۷ بر ۹ فهو المطلوب

۵۳۸ = ۹ × م + ۷
۴۷۳ = ۹ × مٓ + ۵

۵۳۸ × ۴۷۳ = (۹ × م + ۷) × ۹ × مٓ + ۹ × م × ۵ + ۷ × ۵

یا ۲۵۴۴۷۴ = ۹ مضرب + ۷ × ۵

(در این عمل م و مٓ علامت و مضربها شده از ۹)

۷۳ در امتحان قسمت از مقسوم تفریق میکنیم باقی آخر قسمت را و باقی مانده این تفریق باید برابر حاصل ضرب مقسوم علیه باشد در خارج قسمت پس اگر جاری نمائیم در مقسوم علیه (که نظیر مضروب است) و در خارج قسمت (مضروب فیه) و در باقی تفریق مذکور (حاصل ضرب) قاعده سابقه را باید آنچه در امتحان ضرب دیده شد بعینه اینجا ظاهر شود

۵ ۴ ۳ ۶ ۷ ۲ | ۸ ۵ ۳
۳ ۱ ۸ ۷ | ۶ ۳ ۷
۶ ۲ ۸ ۲
۳ ۱ ۱
―――――
۵ ۴ ۳ ۳ ۶ ۱

۷	۴
۷	۴

مخفی نماند که در مقام امتحان ۹ ممکن است در بعضی ارقام حاصل ضرب خطائی اتفاق افتاده باشد و در ارقام دیگر همان قدر خطای ناقص چون در مجموع صور ارقام حاصل ضرب اختلاف واقع نشده در امتحان ۹ خطائی ظاهر نمیشود

(اینجا گفتگوی خود را در قابل قسمت بودن اعداد ختم میکنیم و عنقریب در خصوص قابل قسمت بودن اعداد بر ۶ و مثال آن ذکری خواهیم نمود و در ضمیمه کتاب در خصوص قابل قسمت بودن بر ۱۱ اشاره میکنیم و چون بنای ما در متن کتاب ذکر اصول است از اینجا نیاوردیم)

در بزرگترین مقسوم علیه مشترک (درس ۸)

۳۷ حال مشغول میشویم بتعیین کردن بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو عدد یا بزرگتر عددی که عاد کند چند عدد مفروض را و بزرگتر باشد از جمیع مقسوم علیه های مشترک آن اعداد بزرگترین مقسوم علیه مشترک آن اعداد گویند و من باب اختصار بزرگترین مقسوم علیه مشترک را بحروف اوایل آن چهار کلمه مینمائیم باین صورت بمعم

فرض میکنیم مقصود تعیین بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو عدد ۳۴۸ و ۹۶ باشد چون این بمعم باید ۹۶ را عاد کند ممکن نیست از ۹۶ بزرگتر باشد پس ۹۶ هرگاه ۳۴۸ را عاد کند چون خود را عاد میکند بمعم مطلوب است و من باب تحقیق ۳۴۸ را بر ۹۶ قسمت میکنیم

۳۴۸	۹۶
۶۰	۳

باقی این قسمت ۶۰ است و از این قرار ۹۶ بمعم مطلوب نیست ولی تقسیمی که مجری داشتیم بیفایده نیست چونکه بمعم مابین ۳۴۸ و ۹۶ همان بمعم است که مابین ۹۶ و ۶۰ استخراج میشود و اکنون این حکم را ثابت میکنیم

از قسمت مذکور چنین نتیجه میشود

$$۳۴۸ = ۹۶ \times ۳ + ۶۰$$

اولا هر مقسوم علیه که مشترک باشد ما بین ۳۴۸ و ۹۶ مقسوم علیه مشترک خواهد بود ما بین ۹۶ و ۶۰ چونکه مقسوم علیه مشترک ما بین ۳۴۸ و ۹۶ عاد میکند ۳ × ۹۶ را که مضرب ۹۶ است و چون عاد میکند حاصل جمع ۳۴۸ و یک جزوش را که ۳ × ۹۶ باشد عاد خواهد نمود جزو دیگر ۶۰ را و از این قرار عاد مشترک خواهد بود ما بین ۹۶ و ۶۰

ثانیا هر مقسوم علیه که مشترک باشد ما بین ۹۶ و ۶۰ مشترک خواهد بود ما بین ۳۴۸ و ۹۶ زیرا که آن مقسوم علیه مشترک ما بین ۹۶ و ۶۰ عاد میکند ۳ × ۹۶ را و چون عاد کند ۳ × ۹۶ و ۶۰ را عاد میکند مجموع آنها را که ۳۴۸ است و از این قرار عاد مشترک خواهد بود ما بین ۳۴۸ و ۹۶ پس مقسوم علیه های مشترک ما بین ۳۴۸ و ۹۶ یک یک برابرند با مقسوم علیه های مشترک ما بین ۹۶ و ۶۰ و بنا براین بمعم ما بین دو عدد اول برابر است با بمعم ما بین دو عدد اخیر و بعبارة اخری بمعم ما بین ۳۴۸ و ۹۶ بعینه بمعمی است که استخراج شود ما بین ۹۶ و ۶۰

و حال برهان قاعده را تمام میکنیم

برهان اگرچه در ضمن مثال ذکر شد ولیکن کلی است و باین عبارت ادا شود

بمعم ما بین هر دو عدد مفروض بعینه همان بمعمی است که موجود باشد و استخراج شود ما بین عدد کوچکتر و باقیمانده قسمت عدد بزرگتر بر کوچکتر

پس رجوع میکنیم بمثال ۳۴۸ و ۹۶ و میگوئیم بمعم ما بین این دو عدد حاصل شود باستخراج بمعم ما بین ۹۶ و ۶۰ و برای تحقیق آنکه خود ۶۰ بمعم است بایستی باید ۹۶ را بر ۶۰ قسمت نمود

عدد ۰ بمعم نیست ولی بر مقتضای قضیه مذکوره بمعم مابین ۶۰ و ۹۶ ‏ ۹۶ | ۶۰ ‏ ۳۶

بعینه همان بمعمی است که استخراج شود مابین ۶۰ و ۳۶ پس لازم شد ۶۰ را بر ۳۶ قسمت کنیم و باقی این تقسیم ۲۴ است و بعینه همان دلیل ۳۶ را بر ۲۴ قسمت میکنیم و باقی ۱۲ است و بالجمله ۲۴ را بر ۱۲ قسمت میکنیم باقی صفر است پس معلوم شد که ۱۲ بمعم مابین ۲۴ و ۱۲ است و بنابراین مابین ۳۶ و ۲۴ و بعد مابین ۶۰ و ۳۶ و بعد مابین ۹۶ و ۶۰ و بالجمله مابین دو عدد مفروض ۳۴۸ و ۹۶

و صورت عمل را موافق وضع و ترتیبی که اغلب معمول است اینجا نمودیم

۲	۱	۱	۱	۳	
۱۲	۲۴	۳۶	۶۰	۹۶	۳۴۸
	۰	۱۲	۲۴	۳۶	۶۰

و از آنچه ذکر شد قاعده کلیه ذیل استنباط میشود

۷۴ قاعده در تعیین بمعم مابین دو عدد قاعده آنست که عدد بزرگتر را بر کوچکتر قسمت کنیم پس اگر باقی نماند عدد کوچکتر بمعم مطلوب است و اگر چیزی باقی ماند عدد کوچکتر را بر باقی قسمت میکنیم و اگر در این قسمت نیز چیزی باقی ماند باقی اوله را بر آن قسمت میکنیم و با این ترتیب هر مقسوم علیه را بر باقی خود قسمت میکنیم تا برسیم بتقسیمی که هیچ باقی نداشته باشد آنوقت مقسوم علیه اخیر بمعم مطلوب است

و اگر در این قسمتهای متتالیه یکی از باقی ماندها ۱ باشد باید دانست که دو عدد مفروض نسبت بهم اولند

۷۴ مکرر ـ تتمه از آنچه ذکر شد نتیجه میشود که بمعم مابین دو عدد همان بمعمی است

که موجود باشد مابین بسر دو باقی متتالی و مابین مقدوم و مقوم علیه هر تقسیمی

و چون انتهای متتالی در رسنا قصد ظاهر است که بعد از چند قسمت باید عدد مذکور بحد منتهی شود اختصار عمل در بعضی مقامات ممکن است مثلا چون میدانیم که اگر عدد اولی عاد کند عدد دیگر را نسبت با و اول است

پس اگر در استخراج معم بر سیم به باقی مانده که عدد اول مطلق باشد یک قسمت دیگر ختم میشود چونکه آن عدد اول اگر عاد کند مقوم خود را معم مطلوب خواهد بود و اگر عاد نکند نسبت با و اول است و درانحال چون معم آنها آحاد است معم مابین دو عدد مفروض واحد خواهد بود

٧٥ قضیهٔ اول هرگاه عددی عاد کند دو عدد دیگر را عاد میکند معم مابین آن دو عدد را

مثال عدد ٤ عاد میکند ٣٤٨ و ٩٦ را پس عاد خواهد نمود معم آنها را و این قضیه نتیجه ایست از حکم ذیل

هرگاه عددی عاد کند دو عدد دیگر را عاد میکند باقیمانده قسمت یکی از آنها را اگر بر دیگری قسمت کنند

مثال ٤ عاد میکند ٣٤٨ و ٩٦ را پس عاد خواهد نمود ٦٠ را که باقی قسمت آنها است

در حقیقت ٣٤٨ = ٩٦ × ٣ + ٦٠ و چون چهار عاد میکند ٩٦ را عاد خواهد نمود ٩٦ × ٣ را که مضروب وست و چون عاد میکند مجموع دو عدد یعنی ٣٤٨ و یکی از دو جزوش یعنی ٩٦ × ٣ را عاد خواهد نمود جزو دیگر ٦٠ را

حال در قسمت اول عمل معم چون عدد ٤ عاد میکند ٣٤٨ و ٩٦ را عاد خواهد نمود باقی مانده را و در قسمت دوم چون همین ٤ عاد میکند مقوم ٩٦ و مقوم علیه ٦٠ را (که باقی اول است) عاد خواهد نمود باقی دوم ٣٦ را و همچنین میگوئیم ٤ عاد میکند باقی سوم و سایر باقیها را پس عاد خواهد نمود معم را که یکی از این باقی ماندها است

عکس قضیه مذکوره نیز صحیح است یعنی هرگاه عددی عاد کند بمعم دو عدد را پس دو عدد
بیز عاد میکند چونکه این دو عدد مضرب بمعم خود هستند

۱ ۷۶ قضیه هرگاه دو عدد را در عددی دیگر ضرب کنیم بمعم انها نیز در همان عدد
ضرب میشود یعنی چون آن دو عدد را در عددی ضرب کنیم بمعم انها با بمعم حاصل
میشود که بمعم دو عدد مفروض را در همان عدد مشترک ضرب کنیم

مثال دو عدد مفروض ۳۴۸ و ۹۶ هر دو را در ۱۰ ضرب میکنیم عمل را بترتیبی که در (۷۳)
نموده شده قرار میدهیم و اعداد ش را قسمت بقسمت می سنجیم با اعدادی که در تعیین بمعم
مابین ۱۰×۳۴۸ و ۱۰×۹۶ بدست می آید

(۵۵) ش
در قسمت اول چون مقسوم و مقسوم علیه هر دو ضرب شده اند در ۱۰ باقی آنها نیز در ۱۰ ضرب میشود
در قسمت دوم چون مقسوم و مقسوم علیه (که باقی اول باشد) هر دو در ۱۰ ضرب
شده اند باقی دوم نیز در ۱۰ ضرب میشود (۵۵)
و همچنین ثابت میکنیم که باقی سوم و دیگر باقی ماندها در ۱۰ ضرب میشوند و چون جمیع این باقی ماندها
بترتیب مقسوم علیه واقع میشوند در قسمت اخیر باقی عمل صفر میشود و مانند عمل اول مقسوم علیه اخیر یعنی
بمعم عمل ثانی بعینه مقسوم علیه (بمعم) عمل اول میشود که ضرب شده باشد در ۱۰ فهو المطلوب

۱ ۷۷ قضیه هرگاه دو عدد را بر عدد ثالث قسمت کنیم بمعم دو خارج قسمت
بعینه بمعم دو عدد مفروض است که بر عدد ثالث قسمت شده باشد ،
این حکم شبیه است بحکم سابق و از همان قرار ثابت میشود باین طور که چون دو جمله قسمت را بر
عدد تقسیم کنیم خارج قسمت صحیح تغییر نمیکند ولی باقی مانده بر همان عدد قسمت میشود (۵۵)
و بلکه این حکم نتیجه است از قضیه سابقه ظاهر است که بمعم مابین ۳۴۸ و ۹۶ خارج قسمت
بمعم مابین ۳۴۸۰ و ۹۶۰ است بر ۱۰

تنبیه اگر بخواهیم معلوم کنیم معظم مابین دو عدد مثل ۵۵۰۰ و ۸۴۰ را و این دو عدد مقسوم علیه مشترکی داشته باشند که بی زحمت بدست آید چنانچه در مثال ما ۲۰ است ممکن است این دو عدد را اول بر مقسوم علیه مشترک ۲۰ قسمت کنیم و بعد معظم دو خارج قسمت ۲۷۵ و ۴۲ را معلوم کنیم چون ۱ بدست آید در عامل ۲۰ ضرب نمائیمش اولند

۱ **۷۸** قضیه چون دو عدد را بر معظم خود قسمت کنیم دو خارج قسمت نسبت بهم اولند

مثال چون قسمت کنیم ۱۲۰ و ۸۴ را بر معظم خود که ۱۲ باشد دو خارج قسمت ۱۰ و ۷ نسبت بهم اولند زیرا که از حکم (۷۷) چنین نتیجه میشود که معظم مابین ۱۰ و ۷ چون مساوی است به معظم مابین ۱۲۰ و ۸۴ که قسمت شود بر ۱۲ این میشود $\frac{12}{12}$ یعنی ۱ پس این دو خارج قسمت نسبت بهم اولند

و بالعکس چون دو عدد را بر مقسوم علیه مشترکی قسمت کنیم و دو خارج قسمت نسبت بهم اول باشند آن مقسوم علیه معظم دو عدد مفروض است

در اعداد فرد اول و اعداد متباینه (درس ۹)

۷۹ بعضی تعریفات سابقه را اینجا مکرر میکنیم

۱، عدد اول آنست که غیر از واحد و خودش عددی او را عاد نکند مثل ۵ و ۷

دو عدد را نسبت بهم اول و متباین گوئیم هرگاه عاد مشترک نداشته باشند جز واحد مثل ۸ و ۱۵ هر عدد اول که عاد نکند عدد دیگر را نسبت باو متباین است مثل ۷ نسبت به ۲۴ (۵۷)

عامل اول هر عدد عدد اولی است که عاد کند عدد مفروض را

۸۰ نتیجه هر عدد غیر اول حاصل ضرب چند عامل اول است

این حکم خود ظاهر است و باین نحو نیز ثابت میشود (در حقیقت این عدد مقسوم علیهی قبول

ملک .

میکند و آنوقت میتوان آنرا بدو عامل تجزیه نمود که یکی مقسوم علیه مذکور باشد و عامل دیگر خارج قسمت حال اگر این دو عامل اول نباشند میتوان هرکدام را بدو عامل کوچکتر تجزیه نمود و هکذا تا در این چند عامل معلوم عامل غیر اول دیده شود مبدل میکنیم آنرا بحاصل ضرب از دو عامل کوچکتر و چنین تجزیه را باید حدی تعیین باشد زیرا هر عاملی که بدست می آوریم اقلا رقم ۲ است و عدد مفروض ممکن نیست حاصل شود جز بضرب عدد محدودی از عاملهای ۲ و غیر آن پس ظاهر است که هر وقت تجزیه بحدی منتهی گردد جمیع عاملهائی که مرتب شده باشند در حاصل ضرب اخیر که معادل عدد مفروض است اعداد اول میباشند مثال

۸۴۰ = ۴۰ × ۲۱ = ۱۰ × ۴ × ۳ × ۷ = ۲ × ۵ × ۲ × ۲ × ۳ × ۷

۸۱ پس اگر عدد مفروض را عاد نکند هیچیک از اعداد اول زیر سلسله آن عدد اول است

۸۲ حال مشغول شویم بذکر دستور العملی که باید اختیار نمود در ترتیب و ترکیب جدول اعداد اول تا هر حد بخواهیم ولی باید دانست که در چنین جدول ممکن نیست جمیع اعداد اول را محصور و مندرج نمائیم چونکه سلسله اعداد اول را حدی مشخص نیست یعنی عدد اولی را هرچند بزرگ تصور کنیم عدد اول بزرگتر از او البته موجود است در حقیقت فرض میکنیم اعداد اول از ۲ تا ۱۷ را بدون استثنا در هم ضرب نموده باشیم ۱۷ × ..... ۷ × ۵ × ۳ × ۲ و بر این حاصل ضرب واحدی اضافه کنیم تا حاصل شود ف = ۱ + ۱۷ × ...... ۷ × ۵ × ۳ × ۲ در این تساوی ف هر عدد باشد البته فرد اولی یافت میشود که آنرا عاد کند ۸۵ (جمیع اعداد ۱ + ۲ و ۱ + ۳ × ۲ و ۱ + ۵ × ۳ × ۲ و غیره فرد اول هستند و چون این چند حاصل فرد اولند شخص گمان می برد که جمیع آنها فرد اولند ولی چنین

نیست

نیست همین قدر که پیش بردیم معلوم میشود که (۲×۳×۵×۷×۱۱×۱۳+۱ = ۳۰۰۳۱ = ۵۹×۵۰۹) و آن مقسوم علیه اول نباید هیچکدام از اعداد ۲ و ۳ و ۵ ..... تا ۱۷ باشد زیرا که هرکدام از این اعداد اول مثل ۵ عاد میکند جزو اول ف یعنی ۲×۵×......×۱۷ را و عاد نمیکند جزو دوم را که واحد است و از این قرار مقسوم علیه اول عدد ف که البته موجود است عدد اولی خواهد بود بزرگتر از ۱۷ پس معلوم شد که سلسله اعداد اول از ۱۷ تجاوز میکند

از آنچه ذکر شد استنباط میشود که هروقت خواهیم جدول اعداد اول را ترتیب دهیم باید جدا آنها را مشخص نمائیم

۸۳ دستور ترتیب جدول اعداد فرد اول مثال میخواهیم جدول اعداد اولی از واحد تا یکهزار ترتیب دهیم

هزار عدد را بترتیب اینجا مینویسیم

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱،
۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵،
۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸،
۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰،
۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰.........۱۰۰۰

رقم ۲ عدد اول است ابتدا از بعد این رقم اعداد دیگر را باین ترتیب دو به دو شمرده عدد دوم پس از آن را محو میکنیم و از این قرار جمیع مضربهای ۲ یعنی اعداد زوج محو میشوند زیرا که در مرتبه دوم بعد از رقم ۲ بعلاوه ۲ است یعنی دو مرتبه دو و در دو مرتبه دورتر ۲ برابر ۲ بعلاوه ۲ است یعنی سه مرتبه ۲ و هکذا و رقم ۳ چون محو نشد عدد اول است

زیراکه

زیراکه قابل قسمت نیست بر هیچ عدد اول کوچکتر از خود پس ابتدا از ۳ در سلسله
اعداد نوبت دیگر سیر کرده ثلث ثلث شمرده هر مرتبه سومی که مضرب ۲ نبوده و محو
نشده محو میکنیم و از این قرار جمیع مضربهای ۳ محو میشوند چونکه در مرتبه سوم
بعد از ۳ نوشته شده است ۳ + ۳ یا دو مرتبه ۳ و در ثلث مرتبه دورتر نوشته
شده ۳ + (۳ + ۳) یعنی سه مرتبه ۳ و هکذا و چون جمیع مضربهای ۳ محو شده اند
نظر میکنیم کدام باشد عدد اول بعد از ۳ که محو نشده باشد و آن ۵ است چونکه این عدد
قابل قسمت نیست بر هیچکدام از دو عدد اول ۲ و ۳ که کوچکتر از او میباشند پس ابتدا
از ۵ اعداد را پنج پنج شمرده هر مرتبه پنجم را که مضرب ۲ و ۳ نبوده و محو نشده
و مضرب این عدد است محو میکنیم و بعد از آن نظر میکنیم عدد اول بعد از ۵ که محو نشده
باشد بدلیل مذکور ۷ است و ابتدا از آن هر عدد هفتم را محو میکنیم و با این دستور العمل پیش
میرویم تا غیر از اعداد اول چیزی باقی نماند

میتوان عمل مذکور را بدستور ذیل سهل و مختصر نمود چون شروع کنیم بمحو کردن مضربهای
عدد اولی مثل ۷ می بینیم که اولین مضربها که هنوز محو نشده باشد ۷ × ۷ یعنی
مجذور ۷ است و این نکته را باید قبل از شروع بعمل دانست برای آنکه اعداد کوچکتر از ۷
بر دو قسمتند یا اعداد اولی باشند که سابق منظور شده یا مضربهای آن اعدادند و بنا
براین حاصل ضربهای رقم ۷ در آن اعداد کوچکتر از ۷ مضربهای اول سابق میباشند
والبته محو شده اند پس چون به ۷ برسیم باید بلاواسطه ۴۹ را طلب نموده محو کنیم
و ابتدا از او اعداد را هفت هفت شمرده محو کنیم چون این حکم نسبت بهر عدد
اول صحیح است قاعده ذیل استنباط میشود هر وقت رسیدیم بعدد اولی مثل ۱۳
مجذور او را مشخص نمائید ۱۶۹ = ۱۳ × ۱۳ و بلاواسطه آن مجذور را در سلسله اعداد

طبیعی طلب نموده محو کنند و ابتدا از آن مجذور هر عدد مرتبه سیزدهمی را محو کنند.
بنابراین قاعده چون برسیم بعدد اولی که مجذورش از حد جدول تجاوز نموده باشد
مثلا بفرض تا از هزار گذشته باشد معلوم میشود که عمل بانتها رسیده چونکه باید ابتدا از او
مضربها را محو نمود و آن مجذور در سلسله موجود نیست و چون مضربهای اعداد اول سابق
محو شده در سلسله قطعی نمانده جز اعداد فرد اول مطلق چونکه هیچکدام از این اعداد باقی
مضرب اعداد اول سابق نیستند.

تنبیه هر عدد غیر اول برابر است اقلا با مجذور کوچکترین عامل اول خود چونکه آن عدد
نظر باینکه مضرب کوچکترین عامل است در سلسله اعداد محو میشود و کوچکترین عددی که نظر
بمضرب بودن از آن عامل اول ابتدا محو میشود مجذور اوست

جدول اعداد فرد اول تا هزار

۲	۷۹	۱۹۱	۳۱۱	۴۳۹	۵۷۷	۷۰۹	۸۵۷
۳	۸۳	۱۹۳	۳۱۳	۴۴۳	۵۸۷	۷۱۹	۸۵۹
۵	۸۹	۱۹۷	۳۱۷	۴۴۹	۵۹۳	۷۲۷	۸۶۳
۷	۹۷	۱۹۹	۳۳۱	۴۵۷	۵۹۹	۷۳۳	۸۷۷
۱۱	۱۰۱	۲۱۱	۳۳۷	۴۶۱	۶۰۱	۷۳۹	۸۸۱
۱۳	۱۰۳	۲۲۳	۳۴۷	۴۶۳	۶۰۷	۷۴۳	۸۸۳
۱۷	۱۰۷	۲۲۷	۳۴۹	۴۶۷	۶۱۳	۷۵۱	۸۸۷
۱۹	۱۰۹	۲۲۹	۳۵۳	۴۷۹	۶۱۷	۷۵۷	۹۰۷
۲۳	۱۱۳	۲۳۳	۳۵۹	۴۸۷	۶۱۹	۷۶۱	۹۱۱
۲۹	۱۲۷	۲۳۹	۳۶۷	۴۹۱	۶۳۱	۷۶۹	۹۱۹
۳۱	۱۳۱	۲۴۱	۳۷۳	۴۹۹	۶۴۱	۷۷۳	۹۲۹
۳۷	۱۳۷	۲۵۱	۳۷۹	۵۰۳	۶۴۳	۷۸۷	۹۳۷
۴۱	۱۳۹	۲۵۷	۳۸۳	۵۰۹	۶۴۷	۷۹۷	۹۴۱
۴۳	۱۴۹	۲۶۳	۳۸۹	۵۲۱	۶۵۳	۸۰۹	۹۴۷
۴۷	۱۵۱	۲۶۹	۳۹۷	۵۲۳	۶۵۹	۸۱۱	۹۵۳
۵۳	۱۵۷	۲۷۱	۴۰۱	۵۴۱	۶۶۱	۸۲۱	۹۶۷
۵۹	۱۶۳	۲۷۷	۴۰۹	۵۴۷	۶۷۳	۸۲۳	۹۷۱
۶۱	۱۶۷	۲۸۱	۴۱۹	۵۵۷	۶۷۷	۸۲۷	۹۷۷
۶۷	۱۷۳	۲۸۳	۴۲۱	۵۶۳	۶۸۳	۸۲۹	۹۸۳
۷۱	۱۷۹	۲۹۳	۴۳۱	۵۶۹	۶۹۱	۸۳۹	۹۹۱
۷۳	۱۸۱	۳۰۷	۴۳۳	۵۷۱	۷۰۱	۸۵۳	۹۹۷

احکام چند در خصوص عدد اول عاد کننده که عوامل اوّل نیز گوئیم

۸۴ قضیه هرگاه عددی عاد کند حاصل ضرب دو عامل را و مباین باشد نسبت بیکی از آن دو عاد میکند عامل دیگر را

مثال ۲۰ × ۴۲ = ۸۴۰ و ۲۱ بفرض عاد میکند ۸۴۰ را و مباین است با ۲۰ پس باید عاد کند ۴۲ را

برهان ۲۰ چون با ۲۱ متباین است بعم آنها آنست حاصل این دو عدد را در ۴۲ ضرب میکنیم و دو حاصل ۴۲ × ۲۰ و ۴۲ × ۲۱ را بهم سنجیده معلوم شود که بعم آنها ۴۲ × ۱ است یعنی ۴۲ (۷۶) و ۲۱ بالفرض عاد کننده بود ۴۲ × ۲۰ یعنی ۸۴۰ را و عاد میکند ۴۲ × ۲۱ را که مضرب خاص اوست و چون این دو حاصل را عاد کرد عاد میکند بعم آنها که ۴۲ است فهو المطلوب

۸۵ هرگاه عددی اوّلی عاد کند حاصل ضربی را باید عاد کند اقلاً یکی از عاملهای آنحاصل را اول این حکم را در دو عامل ثابت میکنیم مثال ۵ عاد کننده است حاصل ۳۰ × ۲۴ را باید عاد کند اقلاً یکی از دو عامل و را برهان فرض میکنیم ۵ عاد نکند ۲۴ را پس متباین شود با او (۵۷) و عاد کننده حاصل ۳۰ × ۲۴ را پس باید عاد کند عامل دیگر ۳۰ را (قضیهٔ مذکوره)

دوم حکم را در حاصل ضرب چند عامل ثابت میکنیم مثال ۵ عاد کننده است حاصل ۱۸ × ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ را باید عاد کند اقلاً یکی از عاملهایش را برهان فرض میکنیم ۵ عاد نکند نه ۱۸ نه ۱۳ نه ۲۴ را آنوقت باید عاد کند ۳۰ را چه که میتوان فرض کرد ۱۸ × ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ حاصل شود از ضرب عامل ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ در عامل ۱۸ و ۵ چون عاد نمیکند ۱۸ را باید بحکم اول عاد کند ۱۳ × ۳۰ × ۲۴ را

واین جمله را مساوی حاصل فرض کرد از ضرب عامل ۳۰ × ۲۴ در ۱۳ وعدد ۵ چون
عاد میکند ۱۳ را باید (بحکم اول) عاد کند ۳۰ × ۲۴ را واین جمله مرکب است از دو
عامل پس بحکم اول ۵ چون عاد نمی کند ۲۴ را باید عاد کند ۳۰ را فهو المطلوب

۸۶ نتیجه هرگاه عدد اولی عاد کند قوت عدد مفروض را باید خود آن عدد را عاد کند
مثال عدد اول ۳ عاد کننده است ۱۲^۴ را باید عاد کند خود ۱۲ را زیرا که .....
۱۲ × ۱۲ × ۱۲ × ۱۲ = ۱۲^۴ وعدد ۳ چون عاد میکند حاصل را عاد خواهد نمود یکی
از عاملهایش را که ۱۲ باشد

۸۷ نتیجه هرگاه دو عدد نسبت بهم متباین باشند هر دو قوت از آنها را اختیار کنیم نسبت بهم
متباین میباشند
مثال ۸^۲ و ۱۵^۳ را فرض میکنیم ۳ عاد مشترک شد ما بین این دو قوت و چون ۳ عاد کننده شد
۸^۲ را عاد میکند ۸ را (۸۶) و چون عاد کننده شد ۱۵^۳ را عاد میکند ۱۵ را پس مقسوم علیه
مشترک باشد ما بین ۸ و ۱۵ و حال آنکه این دو عدد را متباین فرض نموده بودیم
وعدد غیر اولی مثل ۶ نیز عاد میکند ۸^۲ و ۱۵^۳ را زیرا که از وقتی این دو قوت قابل قسمت
میشوند بر هر کدام از عاملهای ۶ که ۲ و ۳ باشند و چنانچه ثابت شد خلاف است

۸۸ قضیه هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر چند عدد که دو بدو نسبت
بهم متباین باشند قابل قسمت است بر حاصل ضرب آنها
مثال ۴۲۰ قابل قسمت است بر اعداد متباینه ۲ و ۳ و ۵ پس باید قابل قسمت
باشد بر حاصل ضرب آنها ۵ × ۳ × ۲
قسمت ۴۲۰ بر ۲ بدون باقی است و خارج قسمت ۲۱۰ پس ۲ × ۲۱۰ = ۴۲۰
و چون عدد دوم ۳ عاد میکند ۴۲۰ یعنی ۲۱۰ × ۲ را و متباین است با ۲

باید عاد کند ۲۱۰ را ۸۴ و خارج قسمت ۲۱۰ بر ۳ بدون باقی ۷۰ است
۷۰ × ۳ = ۲۱۰ پس ۷۰ × ۳ × ۲ = ۴۲۰ و عدد سوم ۵ چون عاد
میکند ۴۲۰ یا ۲۱۰ × ۲ را و متباین است با ۲ باید عاد کند ۲۱۰ را و چون
۷۰ × ۳ = ۲۱۰ و ۵ متباین است با ۳ باید عاد کند ۷۰ را و خارج قسمت ۷۰
بر ۵ بدون باقی ۱۴ است ۱۴ × ۵ = ۷۰ پس ۵ × ۳ × ۲ × = ۴۲۰
۱۴ × ۳۰ = ۱۴ × پس ۴۲۰ قابل قسمت شد بر حاصل ضرب
۵ × ۳ × ۲ = ۳۰

۸۹ قضیه هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر ع عدد که دو بدو نسبت بهم متباین باشند قابل قسمت است بر حاصل ضربهای آن ع عدد که ۲ به ۲ و ۳ به ۳ و ۴ به ۴ و ... ع به ع در همدیگر ضرب شده باشند (ع علامت شماری است غیر معین)

۹۰ کوچکترین عددی که قابل قسمت باشد بر چند عدد متباین حاصل ضرب آنهاست

۹۱ چون تبیین احکامی را که سابق در خصوص قابل قسمت بودن عددی بر ۲ و ۴ و ۸ و ۳ و ۵ و ۹ ذکر شده بنابر قضیه مذکوره نتایج ذیل استنباط میشود

هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۳ قابل قسمت است بر ۳ × ۲ یعنی بر ۶ و اگر قابل قسمت باشد بر ۲ و بر ۹ قابل قسمت است بر ۹ × ۲ یعنی بر ۱۸ و هرگاه قابل قسمت باشد بر ۳ و بر ۵ قابل قسمت است بر ۱۵ و هرگاه قابل قسمت باشد بر ۵ و بر ۹ قابل قسمت است بر ۵ × ۹ یعنی بر ۴۵ و هکذا

و این احکام را بهتوان چنین ادا نمود

هرگاه مجموع صور ارقام عددی جفت قابل قسمت باشد بر ۳ یا بر ۹ آن عدد قابل قسمت بر ۶ یا بر ۱۸ و هرگاه مجموع صور ارقام عددی که بصفر منتهی شده باشد یا به ۵ قابل

قابل قسمت باشد بر ۳ یا بر ۹ آن عدد قابل قسمت است بر ۳ یا بر ۵:

در تفصیل و تجزیه عدد بعاملهای اول خود (درس ۱۵)

چنانچه عنقریب بیان میشود هر عدد را بچند وجه میتوان تجزیه نمود بعاملهای اول خود ولیکن عمل بهر وجه مجری شود در نتیجه معینی از عوامل بدست می آید و بعبارت اخری

۹۲ هر عدد مفروض را ممکن نیست تفصیل نمود جز بعاملهای مشخصه

برهان فرض میکنیم به دو وجه مختلف عدد مفروض را بعاملهای اول تجزیه نموده باشیم پس دو حاصل ضرب آنها برابر میشوند و حال ثابت میکنیم که اولاً هر عامل اول یکی از این دو حاصل عامل حاصل دیگر خواهد بود مثلاً ۵

این رقم ۵ چون حاصل اول را عاد کننده است و حاصل دوم برابر است و آنرا نیز عاد میکند و چون آنرا عاد کرد باید یکی از عاملهایش را اقلاً عاد کند ولی هر کدام از عاملهای حاصل دوم عدد فرد اول است که جز خود هیچ عدد او را عاد نمیکند پس ناچار یکی از عاملها آنکه قابل قسمت باشد بر ۵ غیر از ۵ عدد دیگر نخواهد بود ثانیاً هر عامل اول که چند مرتبه در یکی از دو حاصل تکرار شده باشد بهمان عده مرات در حاصل دوم تکرار شده

فرض میکنیم ۵ چند مرتبه عامل یکی از این دو حاصل ضرب باشد پس بنا بر حکم سابق یک مرتبه اقلاً در حاصل دوم یافت میشود این دو حاصل را بر ۵ قسمت میکنیم و خارج قسمت مساوی هستند و دو حاصل ضرب جدیدند از عاملهای اول و بنابر فرض (بحکم اول) ۵ نیز عامل یکی از این دو حاصل است پس عامل حاصل دیگر نیز میباشد و میتوانیم نوبت دیگر آنها را بر ۵ قسمت کنیم و تقسیم را تکرار میکنیم تا آنکه عامل ۵ در یکی از دو خارج قسمت مفقود شود و آن وقت باید در خارج قسمت نظیر وی را او نیز مفقود شود و در آخر عمل از دو حاصل ضرب اول عامل ۵ بیک شمار اسقاط شد پس حکم دوم نیز ثابت گشت و دو حاصل ضرب

مرکب شده از عدد مشخصه از عاملهای اول که درجه‌هاشان نیز برابر است فهو المطلوب

نتیجه هرگاه عاملی چند مرتبه در تفصیل عدد مفروض تکرار شده باشد قاعده آنست که یکمرتبه آنرا نویسیم با نماینده که بعدد مرات آن عامل باشد در عدد مفروض

مثال $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$

۹۳ از قضیهٔ مذکوره چنین نتیجه شد که در تفصیل هر عدد بعاملهای اول خود ممکن است وجه‌های آنرا اختیار کنیم چونکه دانستیم بهر وجه پیش رویم یک نتیجهٔ مشخص بدست می آید و حال مشغول میشویم بذکر قاعده که معمول‌تر باشد

مثال میخواهیم این عدد را ۷۶۴۴۰ بعاملهای اول خود تقسیم کنیم و صورت عمل این است

۷۶۴۴۰	۲
۳۸۲۲۰	۲
۱۹۱۱۰	۲
۹۵۵۵	۳
۳۱۸۵	۵
۶۳۷	۷
۹۱	۷
۱۳	۱۳
۱	

$$76440 = 2 \times 38220$$
$$38220 = 2 \times 19110$$
$$19110 = 2 \times 9555$$
$$9555 = 3 \times 3185$$
$$3185 = 5 \times 637$$
$$637 = 7 \times 91$$
$$91 = 7 \times 13$$
$$13 = 13 \times 1$$

$$76440 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot7\cdot13 = 2^3\cdot3\cdot5\cdot7^2\cdot13$$

از ملاحظهٔ رقم اول سمت یمین عدد مفروض معلوم میشود که آن عدد زوج است یا فرد در مثال ما زوج است پس بقاعدهٔ تقسیم رسمی آنرا نصف میکنیم و خارج قسمت ۳۸۲۲۰ را تحت مقسوم مینویسیم چنانچه نموده شده و می‌بینیم که $76440 = 2 \times 38220$ پس عاملهای اول ۷۶۴۴۰ یکی ۲ است و دیگر عاملهای اولی که در ۳۸۲۲۰ موجود باشند و باید عاملهای اول این عدد را معلوم نمود و آن قابل قسمت است بر ۲

و نصفش که خارج قسمت باشد این است ۱۹۱۱۰ پس ۱۹۱۱۰×۲=۳۸۲۲۰ و ۱۹۱۱۰×۲×۲=۷۶۴۴۰ و حال باید عاملهای اول ۱۹۱۱۰ را معلوم نمود این عدد قابل قسمت است بر ۲ و خارج قسمتش این است ۹۵۵۵ این عدد دیگر قابل قسمت نیست بر ۲ و باید فهمید بر ۳ قسمت میشود یا خیر بنابر شرط سابقه قابل قسمت بر ۳ و ۳۱۸۵×۳=۹۵۵۵ و عدد ۳۱۸۵ دیگر قابل قسمت نیست بر ۳ ولی بر ۵ قسمت شود مقسوم علیه ۵ را در همین عدد می نویسیم و خارج قسمت را ۶۳۷ در تحت آن این عدد دیگر قابل قسمت نیست بر ۵ و باید سایر عاملهایش را مشخص نمود تقسیمش کنیم بر ۷ قابل قسمت شد و خارج قسمت ۹۱ است و این نیز قابل قسمت است بر ۷ و خارج قسمت ۱۳ است که از خارج میدانیم عدد اول است

بعد از ترتیب چند تساوی فوق که نتیجهٔ اعمال تقسیم تساوی اخیر زود بدست می آید باینکه جمیع تساویهای فوق را جزو بجزو در هم ضرب کنیم و قبل از نوشتن حذف کنیم عاملهائی را که در دو حاصل مشترک باشند و از آن تساوی معلوم میشود که عدد ۷۶۴۴۰ حاصل ضرب عاملهای اول است که در ستون قائم نوشته شده و آنها مقسوم علیه هائی بوده اند که خارج قسمتهای صحیح بدون باقیشان در سمت یسار نوشته شد

و از آنچه ذکر شد دستور العمل برای تفصیل هر عدد بعاملهای اول بدست آمده اکنون آنرا بعنوان قاعده بیان کنیم

۹۴ قاعده در تفصیل هر عدد بعاملهای اول بترتیب امتحان میکنیم قسمت این عدد را بر اعداد اول ۲ و ۳ و ۵ و ..... تا برسیم بمقسوم علیه اولی که چون عدد مفروض را بر آن قسمت کنیم هیچ باقی نماند

پس اگر در هیچ قسمتی باقی صفر نشود برسیم بمقسوم علیهی که خارج قسمت نظیرش

تمه از این مقسوم علیه باشد معلوم میشود که عدد مفروض ع اول است اگر باقیمانده
قسمت ع بر عددی اولی مثل ل صفر باشد یکی از عاملهای اول ع است و بعد خارج
از این اولی قسمت میکنیم و همچنین پیش میرویم تا برسیم بخارج ع که دیگر قابل قسمت نباشد
بر ل آنوقت معلوم میشود که ع مساوی است بحاصل ضرب ع در قوتی از ل که نمایش
برابر عدد مراتبی باشد که ل مقسوم علیه واقع شده بدون باقی پس در ع جاری میکنیم
اعمالی را که مجری شد در ع غیر از آنکه نباید امتحان نمود جز آن مقسوم علیه‌هائی
که بزرگتر باشند از ل پس اگر در این امتحانات عددی اولی مثل ل' عاد کند ع را
خارج قسمتش را باز بر ل' قسمت میکنیم و تکرار مینمائیم تا برسیم بخارج قسمتی مثل ع''
که دیگر قابل قسمت نباشد بر ل' و آنوقت قاعده مذکور را جاری میکنیم در ع'' ولی باید
اعداد اولیه را امتحان کرد که بزرگتر باشند از ل' و هکذا تا برسیم بخارج قسمتی
که بذاته عدد اول است

در ضمن بیان قاعده اشاره شد که چون عدد ع را بر اعداد اول بترتیب قسمت کنیم
و هیچ باقی صفر نشود تا برسیم بخارج قسمتی که کوچکتر از مقسوم علیه باشد در این وقت
عدد ع اول است

برهان چون برسیم بتقسیمی که خارج قسمتش کوچکتر از مقسوم علیه شد ظاهر است که اگر عمل را ختم
نکنیم و بر مقسوم علیه‌های اول بزرگتر قسمت کنیم خارج قسمت هر تقسیم بسیار کوچکتر از مقسوم علیه
خواهد شد و در هیچکدام از این قسمتها باقی صفر نخواهد شد زیرا که اگر در یکی از این قسمتها فرض کنیم
۱۸ × ۲۳ = ع هر عامل اولی از ۱۸ باید عاد کند پس عدد ع قابل قسمت میشود اقلاً بر
یک عدد اول کوچکتر از ۲۳ و این حکم خلاف است زیرا که مقسوم علیه ۲۳ آنوقت رسیدیم
که بترتیب امتحان کرده باشیم تقسیم ع را بر جمیع اعداد اول کوچکتر از ۲۳ و چون هیچ قسمت

بدون باقی بشد عدد اول است

نتیجه پس در هر حال تتمه عمل منجر شد باینکه معلوم کنیم جمیع عاملهای اول اخرین خارج قسمت صحیح را که بدست آورده‌ایم (رجوع کنید به تساویهای سابق مثال) کی هیچ خارج قسمت عنی پذیرد عاد اولی کوچکتر از ان عاد کننده که خارج قسمت مذکور بتوسط او حاصل شده

برهان بنا بر قاعده مذکوره چون هر یک از عاملهای اول کوچکتر از مقسوم علیه اخیر عاد نکرده‌اند عدد مفروض یا یکی از خارج قسمتهائی را که سابق مشخص شده آن عاملها متروک شده‌اند و چون از عدد مفروض یا از آن خارج قسمت سابقی که این عاملها را قبول نکرده بر سیم بخارج قسمت کنونی بعد از آنکه اسقاط کرده باشیم عاملهای اولی را که قبول نمیکند عامل اول معهود در خارج قسمت اخیر یا دیگر موجود نیست

نتیجه چون خارج قسمتی قابل قسمت نشد بر مقسوم علیه اولی که بتوسط او حاصل شده برای تمام عمل بیفاید است قسمت آن بر اعداد اولی که کوچکتر از مقسوم علیه اخیر باشند

۹۵ قاعده که در خصوص تفصیل هر عدد بعاملهای اول خود ذکر شد بسیار منظم و معتبر است ولیکن لازم نیست آن را بعینه در همه جا جاری کنیم کاه اتفاق می افتد عمل سهل تر میشود و زود تر انجام میگیرد اگر عدد را بعاملهای غیر اولی تفصیل کنیم که اجزای آنها بغیر عمل معلوم است و یا اجرای قاعده کلیه در آنها آسان تر است مثلا در تفصیل ۵۴۰۰ ظاهر است که

$$۵۴۰۰ = ۵۴ \times ۱۰۰ = ۹ \times ۶ \times ۲^{۲} \times ۵^{۲} = ۳^{۲} \times ۲ \times ۳ \times ۲^{۲} \times ۵^{۲} = ۲^{۳} \times ۳^{۳} \times ۵^{۲}$$

$$۱۳۲۰ = ۱۳۲ \times ۱۰ = ۶ \times ۲۲ \times ۲ \times ۵ = ۲ \times ۳ \times ۱۱ \times ۲ \times ۲ \times ۵ = ۲^{۳} \times ۳ \times ۵ \times ۱۱$$

این نکته وقتی اسباب تسهیل عمل میشود که عدد منتهی باشد بصفر و یا از روی شروط قابل قسمت

بودن آن اسم قبول بکند عاملهای ۲ و ۴ و ۸ و ۶ و ۹ وغیره را

در تعیین کوچکترین عددی که قابل قسمت باشد بر چند عدد مفروض بعبارت اخری تعیین
کوچکترین مضرب مشترک آنها

قاعده تعیین آن مضرب مبنی است بر قضیه ذیل

۹۶ شرط آنکه عددی قابل قسمت باشد بر عدد دیگر آنست که اولاً هر عامل اولی از مقسوم علیه یکی از عاملهای اول مقسوم باشد وثانیاً نمایندهٔ هر عامل اول مقسوم علیه بزرگتر نباشد از نمایندهٔ که همان عامل در مقسوم دارد و همین دو شرط کفایت میکند

برهان فرض میکنیم عدد معلوم قبول کند این مقسوم علیه را ۷ × ۵^۲ × ۳^۳ آن عدد برابر میشود با حاصل ضرب ۷ × ۵^۲ × ۳^۴ در خارج قسمت صحیح (یا بصورت خارج قسمت × ۷ × ۵^۲ × ۳^۴) پس عاملهای اول عدد مفروض چهار مرتبه حامل ۳ است و دو مرتبه حامل ۵ و یک مرتبه حامل ۷ با اضافه عاملهای اول خارج قسمت پس معلوم میشود که اولاً ۳ و ۵ و ۷ عاملهای اول عدد مفروض اند ثانیاً عدد ۳ باید اقلاً بقوت چهارم موجود باشد در آن عدد و ۵ بقوت دوم وغیره واز اینقرار دو شرط مذکور لازم شدند و علاوه برآن کافی باشند چونکه اگر فرض کنیم عدد مفروض ع چنین باشد ۸ × ۵ × ۳^۳ × ۲^۴ و عدد دیگر مثل ۵ × ۳^۲ × ۲^۳ = م نسبت بعدد ع موافق دو شرط مذکور باشد ظاهر است که چون ۲^۳ و ۳^۲ و ۵ نسبت بهم متباین میباشند و عدد مفروض قابل قسمت است بر هر یک از آنها قابل قسمت خواهد بود بر حاصل ضرب آنها که عدد دوم باشد

۹۷ وحال ذکر میکنیم قاعدهٔ تعیین نمودن کوچکترین عددی را که قابل قسمت باشد بر چندین عدد مفروض

قاعده در تعیین چنین عدد قاعده آنست که اعداد مفروض را بعاملهای اول خود تفصیل کنیم و ما بین آنها عاملهای اولی را اختیار کنیم که در همه مختلف باشد و هر کدام

صاحب

حاصل ضرب بزرگترین عاملی باشد که در اعداد مفروض دارد و حاصل ضرب چنین
عاملهای مختلف کوچکترین مضرب مشترک مطلوب است
مثال فرض میکنیم این اعداد را

$$ب = ٢^{٤} \times ٣^{٢} \times ٥^{٣} \times ١٣$$

$$ج = ٢^{٣} \times ٣^{٤} \times ٥^{٢} \times ١٩$$

$$د = ٢^{٥} \times ٣^{٣} \times ٥ \times ١١$$

و بنا بر قاعده مذکوره معلوم میکنیم این صورت را

$$م = ٢^{٥} \times ٣^{٤} \times ٥^{٣} \times ١٣ \times ١٩ \times ١١$$

برهان این حاصل ضرب کوچکتر مضرب مشترک مطلوب است چه بنا بر حکم ٩٤ اولاً جمیع عاملهای اول هر کدام از اعداد مفروض باید در این مضرب مشترک موجود باشد و چنین است در حاصل ضرب م ثانیاً نماینده هر کدام از این عاملهای اول باید در این مضرب برابر باشد اقلاً با نماینده که در هر کدام از اعداد مفروض دارد و نماینده را که برای این عامل قرار داده ایم برابر است با بزرگترین نماینده که در اعداد مفروض دارد پس این حاصل ضرب مضرب جمیع اعداد است و بلکه کوچکتر مضرب مشترک آنهاست چونکه هر عامل را در حاصل ضرب بشماری قرار دادیم که دو شرط مذکور اقتضا میکردند نه بیشتر

٩٨ نتیجه اول هرگاه عددی قابل قسمت باشد بر چند عدد مفروض قابل قسمت میشود بر کوچکتر مضرب مشترک آنها چونکه بر مقتضای دو شرط سابق هر عامل از کوچکتر مضرب م باید موجود باشد در هر مضرب مشترک با نماینده که برابر باشد اقلاً با نماینده که در م دارد (٩٤)

نتیجه ٢ هرگاه چند عدد نسبت بهم متباین باشند کوچکتر عددی که قابل قسمت

باشد برای نهاحاصل ضرب این نهاست ،

چونکه کوچکتر مضرب باید قابل قسمت باشد بر این حاصل ضرب ت ۸۸ پس ممکن نیست کوچکتر باشد از این حاصل

۱ تنبیه قاعده مشهور در تعیین کوچکتر مضرب غیر از آنست که ذکر شد اینست که بعم ز دو عدد از اعداد مفروض را معلوم کرده یکی از این دو عدد را بر آن قسمت کرده خارج قسمت را در عدد دیگر ضرب کنیم و حاصل را با عدد سوم سنجیم یعنی بزرگتر مقسوم علیه مشترک مابین آن حاصل و این عدد معلوم کنیم حاصل را بر این قسمت کرده در عدد سوم ضرب کنیم با این دستور پیش رویم تا آخر و چون قاعده سابقه بنظر آسان تر نمود با اکتفا کرده از بیان دلیل قاعده دوم چشم میپوشیم (رجوع کنید بعلم حساب مبسوط جبر)

در تعیین بزرگتر مقسوم علیه مشترک مابین چند عدد

۹۸ مکرر قاعده اختیار میکنیم جمیع عاملهای اولی را که در اعداد مفروض مشترک باشند و هر کدام را با کوچکتر نماینده که در اعداد مفروض دارند و حاصل ضرب این عاملها بزرگتر مقسوم علیه مشترک مطلوب است مثال فرض میکنیم

ب = ۲^۴ × ۳^۴ × ۵^۲ × ۲۳

ج = ۲^۳ × ۳^۴ × ۵^۲ × ۱۹ × ۱۳۱

د = ۲^۵ × ۳^۳ × ۵ × ۱۱

و موافق قاعده مذکور بعم ج برابر است با ۲ × ۳^۳ × ۵

برهان بنابر ش ۹ هر مقسوم علیه مشترک اعداد مفروض باید بر وفق شروط ذیل باشد اولا جمیع عاملهای اول آن مقسوم علیه باید در اعداد مفروض موجود باشند و مشترک باشند در جمیع آن اعداد ثانیا نماینده هر عامل اولی از این مقسوم علیه نباید تجاوز کرده باشد از هر نماینده که همین عامل در یکی هر کدام باشد از اعداد مفروض دارد و در عدد ح این شروط موجود است اگر بمقسوم علیه مشترکی است از اعداد مفروض این دو شرط کامل نمیبود اگر در ح عامل اولی کم یافت میشد یا نماینده عاملهای اولش را بزرگتر اختیار مینمودیم پس ح بزرگتر مقسوم علیه مشترک است

باب چهارم

درکسور متعارفه (درس ۱۱)

مقدمات اصلیه در اندازه گرفتن مقادیر

۹۹ درس ۱ اشاره شد که ابتدا ماخذ عدد از تصور چندین شئی مشابه و متجانس پدید آمد
که میخواستیم اجتماعشان را معلوم و مشخص کنیم مثل یک سرباز و پانزده سیب و بعد معنی عدد را
عمومیت داده استعمالش نمودند برای تشخیص اندازه جمیع مقادیر

هر شیئی که افزایش و نقصان در او ممکن باشد کمیت و مقدار گویند مانند طول و سطح و وزن
و در علوم ریاضی بحث میکنیم از مقادیری که قابل تحدید و تشخیص و اندازه گرفتن باشند

چون خواهیم کمیتی را درست بشناسیم از روی دقت تصور کنیم باید آنرا بسنجیم بمقداری دیگر
که از نوع او باشد و پیش از وقت آگاهی از مقدارش داشته باشیم و با او مألوف باشیم و چنین عملی را
اندازه گرفتن آن مقدار گوییم

مثال چون خواهیم طول دیواری را درست تصور کنیم ذرعی میگیریم و از یک طرف دیوار بطرف
دیگر بترتیب نقل میکنیم هر چند ممکن باشد فرض میکنیم هشت مرتبه درست نقل شد بدون کم و زیاد
در اینصورت میگوییم طول دیوار هشت ذرع است پس هر کس ذرع را شناخته باشد طول دیوار را
درست تصور میکند و بطور کلی واحد عبارت از طولی است که اختیار کرده باشیم تا مقیاس
مشترک باشد برای مقادیر دیگر که از جنس آن واحد باشند (تعریف واحد اینجا موافق است با
آنچه درس ۱ ذکر شد)

در مثال مذکور ذرع را برای واحد طول اختیار نمودیم و چنین است مثقال در اوزان و قران در نقود
پس حاصل سنجیدن مقدار بواحد نوع خود عددیست که بعد بیان میشود چنانچه در مثال سابق
عدد هشت بکار آمد در بیان حاصل سنجیدن طول دیوار به ذرع که واحد طول است

هرگاه مقدار درست مرکب باشد از تکرار خود واحد بعدد صحیح بیان میشود مثل هشت قران و هجده
ذرع و دوازده سیب

ولی ممکن است اتفاق افتد که مقداری مرکب باشد از عدد آحاد چند باضافه جزئی کوچکتر از واحد
که باید اندازه گرفت و یا در ضمن اندازه گرفتن چنین معلوم شود که آن مقدار کوچکتر از واحدیست که
اختیار شده در این صورت واحد را بر ۲ و ۳ و ...... جزو متساوی قسمت میکنیم و مقداری را
که کوچکتر از واحد بود با یکی از این اجزا اندازه میگیریم پس اگر مقدار باقی درست برابر یکی از این
اجزا باشد یا بتکرار جزئی حاصل شود به کسر بیان میشود (۱۰۰)

و بالجمله ممکن است چنین اتفاق افتد که مقداری متعلق بهیچکدام از این دو حالت نباشد و نتوان
از روی واحد اصلی یا از روی قسمتی از آن اندازه گرفت در این صورت آن مقدار را نسبت باین
واحد اصم گوئیم و نتوان آنرا با این واحد بتحقیق اندازه گرفت بلکه باید بتقریب اکتفا کرد

در شرح کسور متعارفه

۱۵۵ تعریف چون واحد را بعددی از اجزاء متساویه قسمت کنیم و یکی
از این اجزاء یا چند جزو از آنها را اختیار کنیم حاصل را کسر گوئیم
و عدد کسری عددی باشد مرکب از صحیح و کسر و آنرا صحیح مع الکسر نیز گویند

۱۵۱ کسر به دو عدد نموده میشود یکی را مخرج گویند و از او معلوم میشود که واحد صحیح بر چند
جزو متساوی قسمت شده دیگر را صورت کسر و از آن معلوم میشود که در ترکیب کسر چند جزو از اجزا
اختیار شده

مثال فرض میکنیم واحد را به پنج جزو متساوی قسمت نموده باشیم و سه جزو آنرا برای ترکیب
کسر اختیار کرده باشیم پس مخرج این کسر ۵ است و صورتش ۳

۱۵۲ در خواندن کسر قاعده اینست که اول صورت را تلفظ کنیم و بعد مخرج را و در آخر

کلمات یا یک را ملحق کنیم مثال کسر مذکور را باید سه خمس یا سه یک خمس خواند ولی از این قاعده کلیه باید کسور متعدد را استثنا نمود و عوض یک دوم و یک سوم و غیره نصف و ثلث و ربع و خمس و سدس و سبع و ثمن و تسع و عشر گفت

۱۰۳ در نوشتن کسر قاعده آنست که اول صورت را بنویسند و فاصله خطی افقی در زیر تحتش مخرج را مثال سه خمس را باین صورت بنویسیم $\frac{۳}{۵}$ و گاه باین صورت ۳/۵ و هرگاه بخواهیم عددی را مانند یکی را بر چند جزء قسمت کنیم و یکجزوش مطلوب باشد در تحریر حرف م را در جای مخرج قرار میدهیم مثلاً پانزده یک شیء را چنین مینویسیم ۱۵^م

۱۰۴ میتوان کسر را خارج قسمت دانست از تقسیم صورت بر مخرج
مثال $\frac{۳}{۵}$ خارج قسمت ۳ است بر ۵ زیرا که ۳ = ۵ × $\frac{۳}{۵}$ در حقیقت ۵ برابر ۳ خمس مساوی است با ۳ برابر ۵ خمس و آن مساوی است با ۳ چونکه ۵ خمس برابر است با واحد و ۵ برابر ۳ مساوی است با ۳ برابر ۵
و بطریق ذیل نیز ثابت میشود $\frac{۳}{۵}$ خارج قسمت ۳ است بر ۵ یا خمس ۳ است و آن مساویست با خمس آحاد ۱ + ۱ + ۱ و بعد از جمع این سه خمس واحد حاصل کسر $\frac{۳}{۵}$ است

۱۰۵ چون عدد صحیحی را بر عدد صحیح دیگر قسمت کنیم و چیزی باقی ماند باید برای اتمام عمل بر جزو صحیح خارج قسمت کسری اضافه نمود که صورتش باقی قسمت باشد و مخرجش مقسوم علیه
مثال در تقسیم ۴۳۲ بر ۱۵ خارج قسمت صحیح ۲۸ است و باقی ۱۲ است و میتوان گفت که خارج قسمت ۴۳۲ بر ۱۵ عبارت است از پانزده یک ۴۳۲ (۳۹)
و چون ۱۲ + ۱۵ × ۲۸ = ۴۳۲ پانزده یک ۱۵ برابر ۲۸ بعینه ۲۸ است و باقی مانده که ۱۵ جزو ۱۲ است و آن عبارت است از پانزده یک هر کدام از ۱۲ واحد

که با همدیگر جمع شوند و چون پانزده یک واحد این است $\frac{۱}{۱۵}$ و تکرار ۱۲ مرتبه $\frac{۱}{۱۵}$ چنین میشود $\frac{۱۲}{۱۵}$ باید آنرا بر ۲۸ افزود و نتیجه $\frac{۱۲}{۱۵} + ۲۸$ تمام خارج قسمت ۴۳۲ است بر ۱۵

۱۰۶ هر کسر بزرگتر از واحد را جمله کسری گوئیم

مقدار کسر کوچکتر از واحد است یا برابر واحد یا بزرگتر از واحد بحسب آنکه صورتش کوچکتر از مخرج باشد یا برابر مخرج یا بزرگتر از مخرج

ولی در اعمال کسور اختلافی منظور نمیشود ما بین کسور خاص و کسور که جمله کسری خواندیم

۱۰۷ میخواهیم این عدد کسری را $\frac{۱۲}{۱۵} + ۲۸$ بجمله کسری تحویل کنیم و این عمل را تجنیس گوئیم

پس گوئیم چون هر واحد برابر است با ۱۵ پانزدهم ۲۸ واحد معادل میشود با ۲۸ برابر ۱۵ پانزدهم یعنی با ۴۲۰ پانزدهم و ۴۲۰ پانزدهم باضافه ۱۲ پانزدهم برابر است با ۴۳۲ پانزدهم

$$۲۸ + \frac{۱۲}{۱۵} = \frac{۴۳۲}{۱۵}$$

پس این قاعده کلیه نتیجه میشود در تجنیس عدد صحیح با کسر باید ضرب نمود صحیح را در مخرج کسر و بر حاصل صورت کسر را اضافه نمود و مخرج کسر را مخرج حاصل جمع قرار داد

۱۰۸ و در دفع یعنی استخراج عدد صحیح از جمله کسری مانند $\frac{۴۸}{۹}$ چون هر واحد برابر است با ۹ نهم عدد واحدها که در ۴۸ نهم موجود است برابر میشود با عدد مراتبی که در ۴۸ نهم ۹ نهم مندرج میشود در ۴۸ عدد ۹ پنج مرتبه مندرج میشود و باقی میماند ۳ پس در ۴۸ نهم ۵ مرتبه ۹ نهم موجود است یعنی ۵ واحد صحیح باضافه ۳ نهم

$$\frac{۴۸}{۹} = ۵ + \frac{۳}{۹}$$

فاعده — در رفع کسر باید صورت را بر مخرج قسمت نمود و خارج قسمت عدد آحادی است که در جمله کسر مندرج بوده و با عدد صحیح ملحق میکنیم کسریکه صورتش باقی مانده باشد و مخرجش مقسوم علیه

ذکر اصول خواص کسور

۱۰۹ اصل هرگاه صورت کسر را بعد از مرات بزرگ یا کوچک نمائیم مقدار خود کسر بهمان عدد مرات بزرگ یا کوچک میشود

مثال اول چون صورت این کسر را $\frac{۳}{۵}$ در ۴ ضرب کنیم حاصل $\frac{۱۲}{۵}$ چهار برابر $\frac{۳}{۵}$ میشود زیراکه این دو کسر از یک جزو مشخص واحد مرکب شوند و عدد مرات این جزو در $\frac{۱۲}{۵}$ چهار برابر عدد مراتیست که در $\frac{۳}{۵}$ تکرار شده

مثال دوم هرگاه صورت کسر $\frac{۶}{۱۱}$ را بر ۳ تقسیم کنیم خارج قسمت $\frac{۲}{۱۱}$ میشود و ظاهر است که مقدار این کسر ثلث $\frac{۶}{۱۱}$ است

۱۱۰ اصل هرگاه مخرج کسری را مرات چند بزرگ یا کوچک نمائیم مقدار آن کسر بهمان مرات کوچک یا بزرگ میشود

مثال اول $\frac{۱}{۵}$ چهار مرتبه بزرگتر است از $\frac{۱}{۲۰}$ و بعبارت اخری یک خمس معادل ۴ بیستم است زیراکه بیستم جزو واحد باین طور حاصل شود که واحد را اول بر ۵ جزو و هر یک را بر ۴ قسمت کنیم تا بیستم واحد شود و چونکه از این جزء در واحد بعینه چهار عدد موجود است

مثال دوم کسر $\frac{۳}{۵}$ چهار مرتبه بزرگتر است از $\frac{۳}{۲۰}$ و بعبارت اخری $\frac{۳}{۵}$ معادل است با چهار برابر $\frac{۳}{۲۰}$ چونکه $\frac{۱}{۵}$ مساوی است با $\frac{۴}{۲۰}$ (مثال اول) پس $\frac{۳}{۵}$ مساوی میشود به ۳ برابر ۴ بیستم یا با ۴ برابر ۳ بیستم (چونکه ۳ برابر ۴ = ۴ برابر ۳)

مثال سوم کسر $\frac{3}{12}$ سه مرتبه کوچکتر است از $\frac{3}{4}$ و بعبارت اخری $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ برابر $\frac{3}{12}$ است
و این نیز بطریق مثال دوم ثابت میشود

111 اصل چون هر دو جمله کسر را در یك عدد ضرب کنیم مقدار آن کسر تغییر نمیکند

مثال $\frac{3\times4}{8\times4} = \frac{3}{8}$ یا $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ چونکه (بنا بر مثال اول نمره سابق) ۸ هشتم مساوی است با ۳۲ سی و دوم پس ۳ هشتم مساوی میشود با ۳ برابر ۴ سی و دوم یعنی ۱۲ سی و دوم

مثال دوم چون هر دو جمله این کسر را $\frac{15}{18}$ بر ۳ قسمت کنیم کسر خارج قسمت $\frac{5}{6}$ مساوی است با کسر اول و دلیلش آنست که بنحو مذکور ثابت میکنیم که ۱ ششم مساوی است با ۳ هیجدهم پس $\frac{5}{6}$ مساوی میشود با ۵ برابر ۳ هیجدهم یعنی با ۱۵ هیجدهم

112 آیا میتوان بر هر دو جمله کسر عددی افزود یا از او عددی کاست بی آنکه در مقدارش تغییر عارض شود جواب چنین عمل صحیح نیست و بر متعلم است اثبات این حکم کند

اگر کسر مفروض کوچکتر از واحد باشد با فزایش عدد بزرگ میشود و اگر بزرگتر از واحد باشد حکم بعکس است

در تحویل کسر بصورت ساده تر و بساده ترین صورتی که ممکن باشد و دیگر ذکری از کسور غیر ممکن التحویل (درس ۱۲)

113 ساده و مختصر نمودن کسر عبارتست از اینست که بدل کنیم او را بکسر دیگر که از حیثیت مقدار معادلش باشد ولی هر دو جمله اش کوچکتر باشند از جملهای آن
راه این کار آنست که دو جمله کسر را قسمت کنیم بر مقسوم علیه های مشترکی که داشته باشند

مثال کسر $\frac{210}{252}$ است و این صور بترتیب حاصل میشود $\frac{210}{252} = \frac{105}{126} = \frac{35}{42} = \frac{5}{6}$

دو جمله کسر مفروض را بر ۲ قسمت میکنیم و دو جمله خارج را بر ۳ و با بحبه دو جمله خارج ثانی را بر ۷ (۱

۱۱۴ کسر را غیر ممکن التحویل گوییم یا متحول بساده‌تر صورت نخود هرگاه مبدل نشود بکسر معادل خود که دو جمله اش کوچکتر باشند (۱

۱۱۵ قضیه هرگاه دو جمله کسری نسبت بهم متباین باشند هر کسری دیگر که معادل او باشد دو جمله اش حاصل ضرب دو جمله کسر او باشند در عدد مفروضی

مثال در $\frac{5}{7}$ که دو جمله اش متباین باشند فرض میکنیم $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ چون این دو کسر را بیک مخرج تحویل کنیم باید و صورت آنها برابر شوند اول چنین میشود

$$\frac{5 \times 28}{7 \times 28} = \frac{20 \times 7}{28 \times 7}$$ (۱۲۱

و ظاهر است که بعد از این نسبت و نتیجه میشود (۱) $5 \times 28 = 20 \times 7$

حال ۵ چون عاد کننده است حاصل دوم را عاد میکند حاصل 7×20 را که معادل اوست و چون نسبت به ۷ متباین است عاد میکند عامل دویم ۲۰ را (۸۴ و در حقیقت $5 \times 4 = 20$ و چون در وی (۱) ۲۰ را بدل کنیم به 4×5 چنین میشود $5 \times 28 = 7 \times 4 \times 5$ و چون دو جزو را بر ۵ قسمت کنیم $28 = 4 \times 7$ پس معلوم شد که ۲۰ و ۲۸ دو حاصل ضربند از ۵ و ۷ در عدد ۴ فهو المطلوب

۱۱۶ نتیجه هرگاه دو جمله کسری متباین باشند آن کسر غیر ممکن التحویل است

مثال $\frac{5}{7}$ هر کسر که معادل باشد با $\frac{5}{7}$ دو جمله اش مضربند از ۵ و ۷ (۱۱۵ پس ممکن نیست کوچکتر باشند از ۵ و ۷ و چون دو جمله کسر معادل با $\frac{5}{7}$ کوچکتر نشد از ۵ و ۷ این کسر غیر ممکن التحویل است فهو المطلوب و از آنچه ذکر شد این قاعده استنباط میشود

۱۱۷ قاعده در تحویل کسر بساده‌تر صورت خود باید معلوم کرد بزرگترین مقسوم علیه مشترک مابین دو جمله آنرا و این دو جمله را بر آن قسمت کرد

در حقیقت

درحقیقت بعد از آنکه دو جمله کسر بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک خود تقسیم شد دو خارج قسمت متباین میشوند (۷۸) و بنا بر حکم سابق کسری که از آن ترکیب میشود غیر ممکن التحویل است
مثال در کسر $\frac{۲۱۵}{۲۵۲}$ بزرگتر مقسوم علیه مشترک ما بین دو جمله ۴۳ است و چون ۲۱۵ و ۲۵۲ را بر ۴۳ قسمت کنیم این دو خارج قسمت ۵ و ۶ نتیجه میشود پس معلوم شد که چون $\frac{۲۱۵}{۲۵۲}$ را غیر ممکن التحویل نمائیم کسر $\frac{۵}{۶}$ نتیجه میشود *

۱۱۸ قضیه هرگاه کسری معادل باشد با کسر غیر ممکن التحویل و جملهٔ آن حاصل ضرب دو جملهٔ این کسر است در عدد مشخصی
درحقیقت ظاهر است که دو جمله کسر غیر ممکن التحویل متباین میباشند پس بنا بر (۱۱۵) حکم مذکور صحیح است

۱۱۹ نتیجه هرگاه دو کسر غیر ممکن التحویل هم معادل شوند باید جملهای آنها نظیر بنظیر متساوی باشند
فرض میکنیم $\frac{۵}{۷}$ و $\frac{ب}{ج}$ دو کسر غیر ممکن التحویل اند چون کسر $\frac{ب}{ج}$ معادل است با کسر غیر ممکن التحویل $\frac{۵}{۷}$ میبایست م × ۵ = ب و م × ۷ = ج و م عدد صحیح غیر معینی است
ولی بفرض باید ۱ = م چونکه $\frac{ب}{ج}$ غیر ممکن التحویل است پس ب و ج باید متباین شوند

نتیجه هرگاه دو کسر متساوی را تحویل کنیم بساده ترین صورت خود دو کسر غیر ممکن التحویل نتیجه یک کسر مشخص خواهد بود و بعبارت اخری کسر را بهر جهت تحویل بصورت ساده ترین خود نمائیم نتیجه عمل کسر غیر ممکن التحویل منحصر خواهد بود

۱۲۰ تنبیه چون خواهیم کسوری چند معادل کسر مفروضی بدست آوریم قاعده این است که اول کسر مفروض را غیر ممکن التحویل نمائیم و بعد دو جمله را بترتیب ضرب کنیم در اعداد صحاح ۲، ۳، ۴، ...

در تحویل کسور بمخرج مشترک

۱۲۱ هرگاه کسور چند صاحب یک مخرج باشند بیک نظر میتوان کسر بزرگتر را از کوچکتر تشخیص داد و همچنین آنها را جمع نمود و بعضی را از دیگر تفریق کرد پس مفید است دانستن قاعده برای تحویل کسور بیک مخرج ۴

تحویل کسور بیک مخرج این ست که بدست آوریم کسور دیگر معادل آن کسور بر وجهی که جمیع صاحب یک مخرج باشند

قاعده در تحویل کسور بیک مخرج همین قدر کافی است که ضرب بکنیم دو جمله هر کسر را در حاصل ضرب مخارج سایر کسور

مثال در کسور $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ و $\frac{11}{12}$

دو جمله ۲ و ۳ از کسر اول را ضرب بکنیم در حاصل ضرب باقی مخارج یعنی $4\times5\times12=240$

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times(4\times5\times12)}{3\times(4\times5\times12)}=\frac{480}{720}$$

و نسبت به $\frac{3}{4}$ نیز

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times(3\times5\times12)}{4\times(3\times5\times12)}=\frac{540}{720}$$

و همچنین

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times(3\times4\times12)}{5\times(3\times4\times12)}=\frac{576}{720}$$

و بالجمله

$$\frac{11}{12}=\frac{11\times(3\times4\times5)}{12\times(3\times4\times5)}=\frac{660}{720}$$

چون در این قاعده دقت کنیم معلوم میشود که مقدار هیچ کسری تغییر نکرده زیرا که هر دو جمله آن در یک عدد ضرب شده و ظاهر است که جمیع آن کسور صاحب یک مخرج میشوند چونکه در این عمل هر مخرج جدید حاصل ضرب جمیع مخارج کسور مفروضه است بلی ترتیب ضرب این مخارج در کسور مختلف است (۳۲)

تنبیه بعد از آنکه قاعده را در کسر اول جاری نمودیم مخرج مشترک بدست می آید آنوقت میتوان تتمه عمل را باین دستور ذیل تمام کرد در تحویل $\frac{3}{4}$ عوض آنکه حاصل ضرب باقی

مخارج

مخارج را نمیکنیم میتوان مخرج مشترک معین ساخت را که ۶۰ را باشد قسمت نمود بر مخرج ۴ از کسر $\frac{۳}{۴}$ و بعد دو جمله این کسر را ضرب نمود در خارج قسمت ۱۵ و از این قرار ظاهر است که مخرج کسر جدید معادل با $\frac{۳}{۴}$ بعینه ۶۰ است و از همین قرار میتوان سایر کسور را تحویل نمود و علاوه بر این قاعده در تعیین مخرج مشترک چندین کسر قواعد دیگر نیز وضع شد

۱۲۲ هر عدد که قابل قسمت باشد بر مخارج کسور مفروض و بعبارت اخری مضرب مخارج باشد میتوان آنرا مخرج مشترک آن کسور قرار داد و بدستور ذیل رفتار نمود

مضرب مشترک را بر مخرج کسر اول قسمت میکنیم و دو جمله کسر را در خارج قسمت صحیح ضرب میکنیم و بعد در سایر کسور بترتیب همین عمل را اجاری مینمائیم

مثال $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۴}{۵}$ ، $\frac{۱۱}{۱۲}$

چون ۶۰ قابل قسمت است بر جمیع مخارج آن را بر ۳ تقسیم میکنیم خارج قسمت ۲۰ است دو جمله $\frac{۲}{۳}$ را در ۲۰ ضرب میکنیم حاصل میشود کسر $\frac{۴۰}{۶۰}$ که معادل است با $\frac{۲}{۳}$ و بعد ۶۰ را بر ۴ قسمت میکنیم و دو جمله $\frac{۳}{۴}$ را در خارج قسمت ۱۵ ضرب میکنیم حاصل میشود $\frac{۴۵}{۶۰}$ که معادل است با $\frac{۳}{۴}$ و همچنین $۱۲ = \frac{۶۰}{۵}$ پس $\frac{۴}{۵} = \frac{۴ \times ۱۲}{۵ \times ۱۲} = \frac{۴۸}{۶۰}$

و بالجمله $۵ = \frac{۶۰}{۱۲}$ و $\frac{۱۱}{۱۲} = \frac{۱۱ \times ۵}{۱۲ \times ۵} = \frac{۵۵}{۶۰}$

بنا بر این قاعده مقدار کسور تغییر نمیکند (۱) و علاوه بر آن مضرب مشترک مخرج مشترک کسور مفروض شده چونکه در هر عمل مقسوم علیهی که مخرج کسر مفروض است ضرب میکنیم در خارج قسمتی و حاصل البته مساوی میشود با مقسوم که در همه مضرب مشترک است

ممکن است چنین اتفاق افتد که بزرگترین مخرج کسور مضرب سایر مخارج باشد پس و بعینه مخرج مشترک خواهد شد

ونیز اتفاق می افتد که مخرجی قابل قسمت باشد بر بعضی از مخارج کسور دون بعضی
چنانچه در مثال ما ۱۲ قابل قسمت است بر ۳ و بر ۴ دون ۵ در این صورت
کافی باشد عددی مشخص کنیم که مضروب شود ۱۲ و سایر مخارجی که او را
عاد نکنند و معلوم است که چنین عدد قابل قسمت باشد بر جمیع مخارج
و چون آن متباین است با ۵ مضرب مشترک همان است که سابق گرفتیم ۶۰ = ۵ × ۱۲

در تحویل کسور بکوچکترین مخرج مشترک

۱۲۳ قاعده در تحویل کسور بکوچکترین مخرج مشترک باید اول آنها را ۱۲۴
بکسور غیر ممکن التحویل مبدل نمود و بعد کوچکترین عدد مشخص کرد که قابل
قسمت باشد بر مخارج این کسور (۹۷) چنین عدد کوچکترین مشترک مطلوبست
پس بدستور (۱۲۲) ما بقی عمل را باید بانجام رسانید

مثال ۵/۷ و ۲/۳ و ۷/۱۲ و ۳/۴ و ۱/۲ و ۹/۱۵ این کسور خود غیر ممکن التحویلند
و گرنه میبایست اول تحویل کنیم و معلوم است که هر مخرج مشترکی از کسور مفروض مضرب مشترکی
از مخارج کسور فی الحقیقت فرض کنیم که آن کسور به مخرج مشترکی تحویل شده باشند پس در جمله
جدید یکه جانشین کسر غیر ممکن التحویل ۵/۷ باشد حاصل ضرب ۵ و ۷ باید در یک عدد (۱۱۷)
و از این قرار مخرج آن کسر یعنی مخرج مشترک مذکور مضرب ۷ است و بهمین وجه ثابت میشود
که آن مخرج مضرب ۳ و ۱۲ و غیره است حاصل آنکه مضرب مشترک مخارج مذکور است پس مخرج
مشترک خود را ممکن نیست اختیار کنیم جز ما بین مضربهای مشترک این مخارج و هر مضرب را
بی تفاوتی میتوان اختیار نمود (۱۲۳) ولی اگر مطلوب کوچکتر مخرج مشترک باشد ظاهر
که باید کوچکترین مضرب مشترک را اختیار کرد

و صورت عمل در کسور مفروض این است

$\frac{۹}{۱۰}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۷}{۱۲}$ ، $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۵}{۷}$

۲×۵ ، ۲ ، $۲^۲$ ، $۲^۲×۳$ ، ۳ ، ۷ ؛ م = $۲^۲$·۳·۵·۷

۴۲ ، ۲۱۰ ، ۱۰۵ ، ۳۵ ، ۱۴۰ ، ۶۰ ؛ م = ۴۲۰

$\frac{۳۷۸}{۴۲۰}$ ، $\frac{۲۱۰}{۴۲۰}$ ، $\frac{۳۱۵}{۴۲۰}$ ، $\frac{۲۴۵}{۴۲۰}$ ، $\frac{۲۸۰}{۴۲۰}$ ، $\frac{۳۰۰}{۴۲۰}$

مخارج را بعد از تفصیل بعاملها اول تحت کسور نوشتیم و چون کوچکترین مضرب مشترک ۴۲۰ است قسمت نمودیم آنرا بترتیب بر مخارج کسور و این قسمت هم بطریق رسمی ممکن است و سیم تفصیل عاملهای اول و هر خارج قسمت را زیر مخرج نظیر خود نوشتیم و ضرب نمودیم در صورت کسر نظیر و آن را صورت کسر قرار دادیم و مخرجش مضرب ۴۲۰ است

سؤال آیا قبل از معلوم کردن کوچکترین مضرب مشترک که مخرج مشترک باشد تبدیل کسور مفروض بکسور غیر ممکن التحویل از شروط و لوازم عمل است

جواب بلی اگر بخواهیم خاطر جمع و مطمئن باشیم از اینکه حاصل عمل کوچکترین مخرج مشترک ممکن است باید البته عمل تبدیل را مقدم داشت

و برای اثبات این حکم کسور غیر ممکن التحویل سابق را اینجا نقل میکنیم

$\frac{۹}{۱۰}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۳}{۴}$ ، $\frac{۷}{۱۲}$ ، $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۵}{۷}$

و دو جمله یکی از آنها را ضرب کنیم در عامل اولی که خارج باشد از مخارج این کسور مثلاً دو جمله $\frac{۳}{۴}$ را در ۱۳ ضرب میکنیم و حاصل میشود کسر $\frac{۳۹}{۵۲}$

فرض میکنیم که علی الاتفاق این کسور را از ما خواسته باشند بیک مخرج تحویل کنیم

$\frac{۹}{۱۰}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۳۹}{۵۲}$ ، $\frac{۷}{۱۲}$ ، $\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۵}{۷}$

و ظاهر است که اگر بدون تحویل کسور کوچکترین مضرب مشترک این مخارج ثانوی را تحصیل کنیم

مخرج مشترک چنین میشود ۵۴۶۰ = ۱۳×۴۲۰ وحال انکه میدانیم میتوان کسور دیگر بدست آورد معادل کسور مفروض که مخرج مشترک آن ۴۲۰ باشد

و نیز میتوان مثالی فرض کرد از کسور مختلف ممکن التحویل که قبل از تحویل کوچکتر مضرب مشترک کوچکتر مخرج مشترک باشد مثال $\frac{4}{20}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{15}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$

۱۲۴ هرگاه بخواهیم مقادیر چند کسر را نسبت بهدیگر بسنجیم تا بزرگتر از کوچکتر تشخیص داده شود همین کافی است که آن کسور را بیک مخرج تحویل کنیم

مثال $\frac{7}{12}$ و $\frac{11}{18}$ عدد ۳۶ چون مضرب مشترک ۱۲ و ۱۸ است مخرج مشترک قرار دهیم

$$36 : 12 = 3 \quad , \quad \frac{7}{12} = \frac{7\times 3}{12\times 3} = \frac{21}{36}$$

$$36 : 18 = 2 \quad , \quad \frac{11}{18} = \frac{11\times 2}{18\times 2} \quad \frac{22}{36}$$

و چون $\frac{22}{36}$ بزرگتر است از $\frac{21}{36}$ معلوم میشود که $\frac{11}{18}$ نیز بزرگتر است از $\frac{7}{12}$

در اجرای چهار عمل اصلی در کسور و اعداد کسری

در عمل جمع (درس ۱۳)

۱۲۵ جمع چند عدد عملی است که بان عمل مشخص نمائیم عددیکه مؤلف باشد از جمیع احاد یا اجزائی از احاد که اعداد مفروض از انها مؤلفند

قاعدهٔ جمع اعداد صحاح را سابق ذکر نمودیم

در جمع کسور و اعداد کسری

۱۲۶ جمع چند کسر مؤلف نمودن ان کسور است بوجهی که یک کسر بدست اید و انرا حاصل جمع کسور گوئیم

۱۲۷ · در جمع اعداد کسری · در جمع اعداد صحاح مع الکسور قاعده اینست که اول کسور را بدستور نمره سابق جمع کنیم پس اگر عدد صحیحی دراو باشد رفع نمائیم و با اعداد صحاح مفروض بعد جمع کنیم

مثال در جمع این اعداد ۱۷ $\frac{۵}{۶}$ ، ۱۰ $\frac{۲}{۳}$ ، ۷ $\frac{۳}{۴}$ صورت عمل چنین است

		مخرج مشترک
۱۷ $\frac{۵}{۶}$	۱۲ / ۱۰	۲
۱۰ $\frac{۲}{۳}$	۸	۴
۷ $\frac{۳}{۴}$	۹	۳
۳۴ + $\frac{۳}{۱۲}$	۲۷	۱۲

و حاصل جمع مطلوب اینست ۳۴ + $\frac{۳}{۱۲}$ = ۳۶ $\frac{۱}{۴}$

در تفریق کسور و اعداد کسری

۱۲۸ · بطور کلی تفریق موضوع کردن آحاد و اجزای آحاد عدد مفروضی است از عدد مفروض دیگر و نتیجه چنین عمل را باقی یا تفاوت یا تفاضل گوئیم و نیز میگوئیم که هرگاه معلوم باشد حاصل جمع و عدد و یکی از آن دو عدد مقصود از عمل تفریق تعیین کردن عدد دیگر است از آنچه در خصوص جمع گرفته شد نیز نتیجه میشود که ممکن نیست اجزائی را از جنسی دیگر بلا واسطه تفریق نمود جز آنکه از یک جنس باشند یعنی آن اجزای کسوری باشند صاحب یک مخرج پس قاعده تفریق چنین میشود

۱۲۹ · قاعده در تفریق کسری از کسر دیگر باید هر دو را بیک مخرج تحویل کرد و صورت کسر کوچکتر را از بزرگتر تفریق نمود و مخرج باقی را همان مخرج مشترک قرار داد

مثال در تفریق کسر $\frac{۵}{۹}$ از $\frac{۱۱}{۱۲}$

صورت عمل چنین است

۳	۱۱/۱۲	۳۶/۳۳
۲	۵/۶	۳۰

باقی مانده . . . . ۳۶ / ۱۳

۱۳۵ چون خواهیم عدد کسری را از عدد کسری دیگر تفریق کنیم باید کسر عدد کوچکتر را از کسر عدد بزرگتر موضوع کرده و صحیح اوّل را از صحیح دوم پس ترکیب دو باقی نتیجهٔ مطلوبست
ممکن است اتفاق افتد که کسر عدد اوّل بزرگتر باشد از کسر عدد اکثر در اینصورت واحدی بر کسر کوچکتر اضافه کنیم ولی بعد از تجنیس با مخرج مشترک و تفریق را مجری داریم و چون برسیم بتفریق اعداد صحاح که با کسور بودند باید واحدی بر عدد صحیح مفروق اضافه نمود و یا از صحیح مفروق‌عنه کاست
و از اینجا معلوم شد دستور العمل وقتی که مفروق‌عنه عدد صحیح باشد

مثال اول

۹/۱۲	۳/۴	۱۹
۸/۱۲	۲/۳	۸
۱/۱۲		۱۱

مثال دوم

۸۱ ۱۸/۶۳	۲/۷	۳۱
۴۹/۶۳	۷/۹	۱۷
۳۲/۶۳		۱۳

مثال سوم

۵/۵	۳۷
۳/۵	۱۳
۲/۵	۲۳

در مثال دوم عدد ۸۱ حاصل جمع ۶۳ جزو است با واحدی که بر کسر ۱۸/۶۳ اضافه کرده‌ایم و آن باین قسم حاصل شود که دو عدد مجاور ۱۸ و ۶۳ را با همدیگر جمع کنیم

در ضرب کسور

۱۳۶ ضرب عدد صحیح در کسر عملی است که بآن عمل میابیم عددی که مؤلف شود از عدد مفروض همان طور که مضروب‌فیه مؤلف شده است از واحد

مثال چون $\frac{3}{5}$ مولف است از سه برابر خمس واحد حاصل ضرب عددی مثل ۵۴ در $\frac{3}{5}$ مولف خواهد بود از سه برابر خمس این عدد ۵۴

پس ضرب ۵۴ در $\frac{3}{5}$ عبارت است از مشخص کردن $\frac{3}{5}$ عدد ۵۴

پس میتوان ضرب مکسور را باین نحو تعریف نمود

ضرب عدد صحیحی در کسر عبارت از اینست که بعددی از مرات حصه صحیح مشخص او آن عدد را تکرار کنیم

۱۳۲ در ضرب کسور نظر باینکه یکی از دو عامل یا هر دو کسر باشند یا عدد کسری چهار حالت متصور است

حالت اول ضرب کسر است در عدد صحیح

قاعده در ضرب کسر در عدد صحیح ضرب کنند صورت کسر را در آن عدد و مخرج حاصل را بعینه مخرج کسر قرار دهند

مثال ضرب $\frac{7}{9}$ در ۵

چون مضروب فیه عدد صحیح است بنا بر تعریف (۲۱) حاصل ضرب باید مؤلف شود از پنج بار $\frac{7}{9}$ پس موافق قاعده جمع حاصل ضرب مساوی است باین حاصل جمع

$\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}+\frac{7}{9}$ یعنی $\frac{7\times5}{9}$ و این موافق شد با قاعده ما

هرگاه مخرج کسر مفروض قابل قسمت باشد بر عدد صحیح میتوان کسر حاصل ضرب را مختصر نمود زیرا که بنا بر قاعده سابق چون کسر را در عدد صحیح ضرب کنیم مقدارش بهمان عدد مرات بزرگ میشود و همین حاصل بدست می آید اگر مخرجش را بر این عدد صحیح قسمت کنیم مشروط بر آنکه بدون باقی باشد (۱۱۵) مثال حاصل ضرب $\frac{7}{8}$ در ۴ مساوی با $\frac{7}{2}$ و اگر این حاصل را $\frac{7\times4}{8}$ مختصر کنیم باز همان نتیجه بدست می آید

حالت دوم ضرب عدد صحیح است در کسر

۵ قاعده در ضرب عدد صحیح در کسر باید صحیح را در صورت کسر ضرب نمود و مخرجش را همان مخرج کسر قرار داد مثال میخواهیم ضرب کنیم ۵ را در $\frac{7}{9}$ بنا بر تعریف سابق چون $\frac{7}{9}$ مؤلف است از هفت برابر تسع واحد حاصل ضرب مطلوب مؤلف میشود از هفت برابر تسع ۵ و چون تسع ۵ این است $\frac{5}{9}$ (۱۰۴) هفت برابر آن تسع یعنی حاصل ضرب مطلوب این میشود $\frac{5\times7}{9}$ بنابراین $5\times\frac{7}{9}=\frac{5\times7}{9}$ نتیجه چون $5\times\frac{7}{9}=\frac{5\times7}{9}$ و $\frac{7}{9}\times5=\frac{7\times5}{9}$ و دو حاصل دو کسر متساوی هستند پس $\frac{7}{9}\times5=5\times\frac{7}{9}$ پس در دو حالت مذکور ضرب میتوان ترتیب عاملها را تغییر داد بی آنکه تغییری در حاصل ضرب عارض شود بنابراین اگر در حالت دوم مخرج کسر قابل قسمت باشد بر عدد صحیح میتوان مثل حالت اول کسر حاصل ضرب را مختصر نمود و موافق دستور کلی ذیل نیز آن کسر مختصر شود

۶ بعد از اتمام هر عمل که تعلق داشته باشد بکسور بهتر است که نتیجه را بمختصرتر صورتی که ممکن باشد تحویل کنیم و باز میگوئیم که باید آنوقت کسر را دفع نموده صحیحش را خارج نمود.

۷ حالت سوم ضرب کسر است در کسر

قاعده در ضرب کسری در کسر دیگر باید دو صورت کسر را جداگانه در هم ضرب کرده صورت جدید قرار داد و دو مخرج را جداگانه ضرب نموده مخرج جدید گرفت

مثال میخواهیم ضرب کنیم $\frac{7}{8}$ را در $\frac{3}{5}$ *

باید عددی مشخص نمود که مؤلف شود از $\frac{7}{8}$ همان طور که $\frac{3}{5}$ مؤلف است از واحد و چون $\frac{3}{5}$ مؤلف است از سه برابر خمس واحد حاصل ضرب مؤلف میشود از سه برابر خمس $\frac{7}{8}$ و خمس $\frac{7}{8}$ عددی است پنج مرتبه کوچکتر از $\frac{7}{8}$

یعنی

یعنی بنابر حکم ن ۱۱۰ مساوی است با $\frac{7}{8\times5}$ و سه برابر این جنس یعنی حاصل ضرب مطلوب بنابر حالت اول چنین است

$$\frac{7}{8\times5}\times3=\frac{7\times3}{8\times5}$$

حال چون این حاصل را بدو کسر مفروض سنجیم معلوم میشود که قاعده مذکوره صحیح بود.

۱۳۳ سنجه چون $\frac{7\times3}{8\times5}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}$ و $\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}=\frac{3\times7}{5\times8}$

و همچنین $3\times7=7\times3$ و $5\times8=8\times5$ پس $\frac{7\times3}{8\times5}=\frac{3\times7}{5\times8}$

یعنی $\frac{7}{8}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{8}$ پس این حکم سنجیده میشود

حاصل ضرب دو کسر تغییر نمیکند هرگاه تغییر دهیم ترتیب عاملها را

۱۳۴ حالت چهارم ضرب دو عدد کسری است در همدیگر

قاعده در ضرب دو عدد کسری باید هر دو را جدا جدا تجنیس نمود و بعد موافق حالت سوم ضرب کسور دو نتیجه را در هم ضرب نمود

مثال میخواهیم ضرب کنیم $3+\frac{4}{5}$ را در $5+\frac{2}{3}$

اگر موافق تعریف عمومی عمل را بسط دهیم ناچار میشویم که بیابیت ضرب کنیم $3+\frac{4}{5}$ را در ۵ و بعد $3+\frac{4}{5}$ را در $\frac{2}{3}$ و بعد دو حاصل را جمع نمود ولی هر کدام از این دو حاصل سنجیده میشود بدو ضرب دیگر و از این قرار میبایست چهار ضرب جزئی بجا آورد و بعد حاصل ضربها را جمع نمود پس می بینیم که اجرای قاعده اول آسان تر است و عمل منجر میشود بحالت سوم $3+\frac{4}{5}=\frac{19}{5}$ و $5+\frac{2}{3}=\frac{17}{3}$ و $\frac{19}{5}\times\frac{17}{3}=$ حاصل ضرب دو عدد کسری $=\frac{19\times17}{5\times3}=\frac{323}{15}=21\frac{8}{15}$ تغییر نمیکند آنوقت که تغییر دهیم ترتیب عاملها را چونکه هر عدد کسری را میتوان بصورت کسر نوشت و عمل را بحالت سوم راجع نمود

تنبیه اگر یکی از دو عامل عدد کسری باشد و دیگر عدد صحیح آسانتر آنست که کسر و صحیح عامل اول را بترتیب ضرب کنیم در عامل صحیح

مثال $(۳ + \frac{۴}{۷}) \times ۵ = ۳ \times ۵ + \frac{۲۰}{۷} = ۱۷ + ۶/۷$

و هر وقت ممکن باشد از جزو کسر حاصل ضرب صحیحی رفع نمود و بر عدد صحیح جزو دیگر افزود

۱۳۵ تنبیه حاصل ضرب هر عدد در کسر واقعی یعنی در کسر کوچکتر از واحد کوچکتر است از مضروب فیه

مثال در ضرب ۵۴ در $\frac{۳}{۷}$ چون کسر مضروب فیه مؤلف از اجزاء متساویه واحدست بر اتی که جمعش از واحد کمتر شده حاصل ضرب مؤلف میشود از اجزاء متساویه مضروب برانی که جمعش کمتر از این مضروب شود پس حاصل ضرب کوچکتر از مضروب شد

وبهمین وجه ثابت میشود که حاصل ضرب هر عدد در جمله کسری بزرگتر از واحد اعظم از مضروبست

۱۳۶ هرگاه بخواهیم چند عامل صحیح یا کسری را درهم ضرب کنیم حکمش همچنانست که بخواهیم زیاده از دو عامل صحیح را درهم ضرب کنیم و تعریف در هر دو یکیست

مثال در ضرب $\frac{۶}{۷} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۸}{۹} \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۳}{۴}$ باید باین دستور پیش رفت

$\frac{۶}{۷} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۶ \times ۲}{۷ \times ۳}$ و $\frac{۶ \times ۲}{۷ \times ۳} \times \frac{۸}{۹} = \frac{۶ \times ۲ \times ۸}{۷ \times ۳ \times ۹}$ وهکذا

پس در ضرب چند کسر باید صورتها را که درهم ضرب نموده صورت قرار داد ومخارج را که ضرب نموده در مخرج نوشت

۱۳۷ در تعیین قوای کسور چون خواهیم کسری را بقوت برسانیم باید دو جمله اش را که باین قوت برسانید

مثال $\frac{5^2}{7^2} = \frac{5}{7}\times\frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^2$ و $\frac{5^3}{7^3} = \frac{5}{7}\times\frac{5}{7}\times\frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^3$

و $\frac{5^4}{7^4} = \frac{5}{7}\times\frac{5}{7}\times\frac{5}{7}\times\frac{5}{7} = \left(\frac{5}{7}\right)^4$ غیره

وبطور کلی قوت نـ در کسر باینصورت نوشته میشود $\left(\frac{a}{b}\right)^n$

١٣٨ قضیه جمیع قوای کسر غیر ممکن التحویل کسور غیر ممکن التحویل اند

مثال در $\frac{7}{9}$ قوت چهارمش این است $\frac{7^4}{9^4} = \left(\frac{7}{9}\right)^4$ و چون ٧ و ٩ متباین هستند 7^4 و 9^4 نیز متباین میباشند (٨٧) بنابراین $\frac{7^4}{9^4}$ کسر غیر ممکن التحویل است

١٣٩ حاصل ضرب چند کسر یا چند کسری تغییر نمیکند هرگاه تغییر دهیم ترتیب عاملها را

زیرا که به تغییر ترتیب عاملهای کسور ترتیب عاملهای صحیح صور و ترتیب عاملهای صحیح مخارج در حاصل ضرب تغییر میکند و این تغییر مقدار دو حاصل تغییر نمیکند

مثال در لعتین $\frac{5}{6}$ از $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{9}$ از ٢٤ و $\frac{8}{9}$ از ٢٤ این است
$\frac{8}{9}\times 24$ و $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{9}$ از ٢٤ این است $\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\times 24$ و بالجمله
$\frac{5}{6}$ از $\frac{3}{4}$ از $\frac{8}{9}$ از ٢٤ این میشود $\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\times 24$

پس رسیدیم بجائیکه ضرب کنیم عدد صحیح را در حاصل ضرب جمیع کسور مفروضه و این عمل را اخذ کسور از کسور از عددی گویند . با تعیین حاصل کسر مضاعف و عدد اخیر ممکن است کسری باشد ولی دستور العمل عینیه همان است که ذکر شد و ممکن ضرب اعداد مفروض را ابهام ترتیب که در مثال ذکر شده مجری دارید باینصورت

$$\frac{5}{6}\times\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\times 24 = \frac{5\times3\times8\times24}{6\times4\times9}$$

و حاصل اخیر ممکن است مختصر شود

قسمت کسور درس ١٤

١٤٥ بنا بر تعریف (٣٩) مقصود از قسمت عددی بر عدد دیگر معلوم کردن عدد ثالثی است موسوم بخارج قسمت که چون ضرب شود در عدد مفروض دوم (یعنی مقسوم علیه) حاصلش مساوی شود بعدد اول (یعنی مقسوم)

در عمل قسمت نظر باینکه یکی از دو جمله یا هر دو عدد صحیح باشند یا کسری چهار حالت متصورست

حالت اول قسمت کسر است بعدد صحیح

قاعده در قسمت کسر بر صحیح قاعده اینست که مخرج کسر را در صحیح ضرب کنیم مخرج قرار دهیم و صورت را بجای خود گذاریم

مثال در قسمت $\frac{7}{8}$ بر ٥ چون مقسوم $\frac{7}{8}$ مساوی است بحاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه ٥ این مقسوم پنج برابر خارج قسمت میشود و بعبارت اخری خارج قسمت خمس مقسوم $\frac{7}{8}$ میشود پس بنا بر اصل (١١٥) خارج قسمت باین وجه منتقل شود که ضرب کنیم مخرج کسر $\frac{7}{8}$ را در ٥ یعنی با همین صورت $\frac{7}{40} = \frac{7}{8\times5}$ و آن موافق است با قاعده مذکور

اگر صورت کسر قابل قسمت باشد بر عدد صحیح خارج قسمت باین وجه بدست آید که آن صورت را قسمت کنیم بر عدد صحیح بدون تصرف در مخرج

مثال در قسمت $\frac{8}{9}$ بر ٤ خارج قسمت $\frac{2}{9}$ میشود چونکه باید ربع $\frac{8}{9}$ باشد

حالت دوم قسمت عدد صحیح است بر کسر

قاعده در قسمت عدد صحیح بر کسر باید صحیح را در مخرج کسر ضرب نمود و حاصل بر صورت قسمت کرد و بعبارت اخری باید صحیح را در کسر معکوس ضرب نمود

مثال میخواهیم ١٤ را بر $\frac{8}{9}$ قسمت کنیم پس اگر خارج قسمت مطلوب ضرب شود در $\frac{8}{9}$ حاصل باید برابر شود با ١٤ و بعبارت اخری $\frac{8}{9}$ از خارج قسمت مساوی میشود با ١٤، پس $\frac{1}{9}$ از خارج قسمت معادل میشود با ثمن ١٤ یعنی با $\frac{14}{8}$ و بالجمله $\frac{9}{9}$

ازخارج

از خارج قسمت یعنی نه ثمنش مساوی میشود با $\frac{14\times 9}{8}$
و این نتیجه موافق است با قاعدهٔ مذکوره چنانچه

$$14 : \frac{8}{9} = 14 \times \frac{9}{8}$$

حالت سوم قسمت کسر است بر کسر
قاعده در قسمت کسر بر کسر باید کسر مقسوم را ضرب نمود در کسر مقسوم علیه معکوساً
مثال میخواهیم قسمت کنیم $\frac{5}{7}$ را بر $\frac{3}{4}$
حاصل ضرب خارج قسمت در $\frac{3}{4}$ باید مساوی شود با مقسوم $\frac{5}{7}$ و بعبارت اخری
سه ربع خارج قسمت معادل میشود با $\frac{5}{7}$ پس یک ربعش معادل میشود با ثلث $\frac{5}{7}$
یعنی با $\frac{5}{7\times 3}$ و خود خارج قسمت که چهار برابر ربع مذکور است مساوی میشود با
$\frac{5}{7\times 3}\times 4$ و آن مساوی است با $\frac{5\times 4}{7\times 3}$
پس اگر نتیجهٔ اخیر را باین صورت نویسیم $\frac{5}{7}\times\frac{4}{3}$ و بسنجیم با عداد مفروض قاعدهٔ
سابق نتیجه میشود
تنبیه خارج قسمت هر عدد بر کسر کوچکتر از واحد اعظم از مقسوم میشود زیرا که مقسوم چون
حاصل ضرب خارج قسمت است در کسر کوچکتر از واحد اصغر از خارج قسمت میشود پس بالعکس
خارج قسمت اعظم از مقسوم میشود
حالت چهارم قسمت عدد کسری است بر عدد کسری دیگر
هرگاه یکی از دو جملهٔ قسمت یا هر دو عدد کسری باشند باید صحیح هر کدام را
تجنیس کرد و بعد بدستور سابق عمل را انجام داد
مثال در قسمت ۵ بر $3+\frac{4}{7}$ تقسیم میکنیم ۵ بر $\frac{25}{7}$

تنبیه کلی

تتمه کلی

۱۴۱ هرگاه این قضیه مسلمه که حاصل ضرب تغییر نمیکند اگر تغییری در ترتیب عاملها بدهیم صحیح باشد در کسور و در اعداد کسری همچنانکه در صحاح ثابت شد جمیع نتایج این قضیه تعلق میگیرند بکسور و باعداد کسری پس بنابراین میتوان بحکم کلی گفت

اولاً در ضرب عددی در حاصل ضرب چند عامل کافی است که آن عدد را در عامل اول ضرب کنیم و حاصل را در عامل دوم و هکذا تا جمیع عاملها استعمال شوند (۳۰) و همین است حکم در قسمت

ثانیاً در ضرب دو حاصل ضرب در همدیگر کافی است جمیع عاملهای مضروب و مضروب فیه را بترتیب تالی همدیگر بنویسیم (۳۲)

ثالثاً در ضرب چند عامل میتوان عددی از عاملها را بحاصل ضرب خود آنها مبدل نمود (۳۳)

رابعاً در ضرب حاصل ضربی در عدد مفروض کافی است که یکی از عاملها حاصل را در آن عدد ضرب کنیم و همچنین است حکم در قسمت (۳۱)

خامساً احکام متعلقه بحاصل ضرب و بخارج قسمت چند فوت عدد صحیح بعینه تعلق میگیرند بقوای هر نوع عددی (۳۸)

سادساً اگر دو عدد مقسوم را در عددی ضرب کنیم و یا بر آن عدد قسمت کنیم خارج قسمت بعینه ضرب میشود در آن عدد و یا بر آن عدد قسمت میشود

$$\frac{ع \times ق}{قہ} = ع \times ح \quad \text{پس} \quad ع \times ق = ع \times ح \times قہ \quad \text{و} \quad ق = خ \times قہ$$

دراین جند ق و ح بعد ق علامت مقسوم ست و قہ علامت مقسوم علیه و خ علامت خارج قسمت و ع علامت عددی غیر معین

سابعاً چون مقسوم علیه را در عددی ضرب کنیم خارج قسمت بعکس بر آن عدد قسمت میشود و اگر مقسوم علیه را قسمت کنیم بر عدد خارج قسمت ضرب میشود در آن عدد

ح × خ = ق و $\frac{ح}{ع}$ × ع × خ = ق پس $\frac{ح}{ع}$ = $\frac{ق}{ع × خ}$ (دلیل دوم ۵۸)

ثامناً چون دو جمله قسمت را در عددی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت کنیم در خارج قسمت تغییری حاصل نمیشود

و باید دانست که در حکم اخیر مقصود تمام خارج قسمت است یعنی عدد صحیح مع الکسر که چون در مقسوم علیه ضرب شود حاصلش برابر شود با مقسوم و نه مقصود جزو صحیح خارج قسمت است

امثله مشق

اول ذکر چند مسئله مشکل

۱۴۲ شخصی چند تخم مرغ داشت بی آنکه هیچیک را بشکند ثلث تمام را باضافه $\frac{2}{3}$ یک تخم بفروخت و سدس تمام را باضافه ۳ تخم باضافه $\frac{1}{3}$ یک تخم بشخص دیگر داد و ربع تمام را بخورد و باقی را بشمرد و سبع تمام تخم مرغها بود باضافه ۶ تخم و $\frac{5}{7}$ تخم حال مطلوبست عدد تخمهاست جواب اول کسور تمام تخم مرغها را جمع میکنیم یعنی این کسور را

$\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{7}$: $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{7}=\frac{28}{84}+\frac{14}{84}+\frac{21}{84}+\frac{12}{84}=\frac{75}{84}$

و بعد تخمهایی که عددی با کسور یک تخم را

$\frac{2}{3}+3+\frac{1}{3}+6+\frac{5}{7}=\frac{3}{3}+3+6+\frac{5}{7}=10+\frac{5}{7}$

و بنابراین عدد تخمهایی که اول داشت معادل میشود با $\frac{75}{84}$ از همان عدد باضافه ۱۰ $\frac{5}{7}$ تخم پس میتوان گفت که $\frac{84}{84}$ از تخمهایی $\frac{75}{84}$ از همان عدد معادل میشود با ۱۰ $\frac{5}{7}$ پس ۱۰ $\frac{5}{7}$ تخم درست مساوی میشود با $\frac{9}{84}$ از تخمها که تحویلش $\frac{3}{28}$ میشود و چون تجنیس ۱۰ $\frac{5}{7}$ این است $\frac{75}{7}$ پس $\frac{3}{28}$ تمام تخمها مساوی میشود با $\frac{75}{7}$ تخم و $\frac{1}{28}$ از آن همه مساوی میشود با ۳ : $\frac{75}{7}$ یعنی با $\frac{25}{7}$ و ۲۸ هفتم ...

تخمها مساوی میشود با ۴۲۰ × ۲۵/۱۰۰ که ۳ × ۳۵ باشد یعنی ۱۰۵ پس معلوم شد که آن شخص یکصد و پنج تخم داشته و زود تحقیق میشود

مسئله ۱/۲ و ۱/۴ و ۱/۶ از سن شخصی باضافه ۴ سال و یکروز معادل میشود با سنی که همان شخص خواهد داشت یکسال ۱۱ ماه ۱۵ روز بعد از این حال مطلوب سن آن شخص است اول کسور سن مطلوب را جمع میکنیم ۱/۲ + ۱/۴ + ۱/۶ = ۶/۱۲ + ۳/۱۲ + ۲/۱۲ = ۱۱/۱۲ و از این قرار ۱۱/۱۲ از سن شخصی باضافه ۴ سال و ۱ روز معادل میشود با همین سن یعنی با ۱۲/۱۲ سن باضافه یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز پس ۴ سال و ۱ روز مساوی میشود با ۱/۱۲ از سن باضافه یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز و ۱/۱۲ سن مساوی میشود با ۴ سال و یک روز منهای یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز و برای اجرای تفریق میگوئیم ۴ سال و یکروز مساوی است با ۳ سال ۱۱ ماه ۳۱ روز پس بعد از تفریق یک سال ۱۱ ماه ۱۵ روز باقی میماند ۲ سال ۱۶ روز و ۱/۱۲ سن مساوی میشود با ۲ سال و ۱۶ روز پس تمام سن مساوی است (۲ سال ۱۶ روز) × ۱۲ = ۲۴ سال ۱۹۲ روز

مسئله در حوضی سه فواره جاری است برای پر کردنش و زیرآبی است برای خالی کردنش فواره اول تنها حوض را در ۳/۵ ۳ ساعت پر میکند و فواره دوم در ۳/۴ ۲ ساعت و سوم در ۱/۲ ۴ ساعت پر میکند و اما زیرآب در مدت ۳/۵ ۳ ساعت حوض را خالی میکند و ما میخواهیم هر چهار را با هم باز کنیم و بدانیم در چند مدت حوض پر میشود

فواره اول چون تنها حوض را در ۳/۵ ۳ ساعت پر میکند یعنی در ۱۸/۵ ساعت پس در ۱/۵ ساعت ۱/۱۸ حوض پر میشود و در یک ساعت ۵/۱۸ حوض

فواره دوم چون تنها حوض را در ۳/۴ ۲ ساعت یا ۱۱/۴ ساعت پر میکند پس ۱/۱۱ حوض را در ۱/۴ ساعت پر میکند و در یک ساعت ۴/۱۱ حوض را

وبهمین وجه معلوم میکنیم که فوارهٔ سوم در یکساعت $\frac{۲}{۹}$ حوض را پر میکند و در برات در یک ساعت $\frac{۵}{۱۸}$ حوض را خالی میکند پس در یک ساعت آنقدر آبی که در حوض باقی ماند مساوی است با این کسر حوض

$\frac{۵}{۱۷} + \frac{۴}{۱۱} + \frac{۲}{۹} - \frac{۵}{۱۸}$ وحال باید این کسور را یک کسر تحویل نمود مخرج مشترک این ست $۱۷ \times ۱۱ \times ۱۸ = ۳۳۶۶$ و صورت کسر بحسب آن مخرج این است $۹۹۰ + ۱۲۲۴ + ۷۴۸ - ۹۳۵$ و خلاصهٔ عمل این میشود $\frac{۲۰۲۷}{۳۳۶۶}$ پس معلوم شد که در مدت یک ساعت این کسر $\frac{۲۰۲۷}{۳۳۶۶}$ حوض پر میشود و از این قرار $\frac{۱}{۳۳۶۶}$ حوض در $\frac{۱}{۲۰۲۷}$ ساعت پر میشود و این کسر حوض $\frac{۳۳۶۶}{۳۳۶۶}$ که عبارت از تمامش باشد در مدت $\frac{۳۳۶۶}{۲۰۲۷}$ ساعت پر میشود یعنی یک ساعت و $\frac{۱۳۳۹}{۲۰۲۷}$ کسر ساعت

چند مسئله حل ننموده

مسئله اول پدری با پسرش گفت چند عدد قرانی در کیسه دارم چنانچه $\frac{۱}{۳}$ باضافه $\frac{۳}{۴}$ باضافه $\frac{۵}{۶}$ باضافه $\frac{۷}{۸}$ از اربعه متناسبه آن تنخواه را باضافه ۳۲ قران میداشتم مجموع ۳۰۰ قران بود حال اگر بگوئی عدد قرانهای حاضر چند است همگی را بتو خواهم داد جواب ۲۴ قران

مسئله دوم یاوری با ۳۶ نفر سرباز بقیة السیف از جنگ مراجعت نمود و مطلوب عدد اشخاصی است که اول همراه برده بود بنابراینکه میدانیم $\frac{۱}{۴}$ آنها مقتول شده و $\frac{۱}{۸}$ ایشان اسیر و $\frac{۱}{۶}$ در مریض خانه و $\frac{۱}{۱۲}$ متوفی شده جواب ۹۶ نفر بوده اند

مسئله سیم شخصی ملکی را خریده و $\frac{۲}{۳}$ از $\frac{۳}{۴}$ از $\frac{۸}{۹}$ قیمتش را نقد فی المجلس داد و ۶۵۴۳۵ قران هم مدیون است میخواهیم بدانیم آن ملک را بچند خریده جواب ۱۵۹۱۴۳ قران

مسئله چهارم دو فواره در حوضی جاری میشوند اولی در دو ساعت حوض را پر میکند و دومی

در ۳ ساعت و آن از زیرابی است که یک ساعت و نیم خالی میشود حال میخواهیم بدانیم که اگر حوض با

خالی باشد و هر سه مجری باز باشند حوض در چند مدت پر میشود جواب در ۶ ساعت

مسئلهٔ پنجم تاجری متاعی را بمبلغ ۶۲۸ قران فروخت و اگر ۷۲ قران بیشتر می‌فروخت

بقدر ثلث خرید اول منفعت میکرد حال مطلوب قیمت خرید است جواب ۵۲۵ قران

مسئلهٔ ششم میل آهن نرم کوبیده را چون از صفر درجهٔ حرارت بیکصد درجه برسانیم

طولش باندازهٔ این کسر $\frac{1}{819}$ نسبت بطول اول افزوده میشود حال میل آهنی داریم که به صفر

درجهٔ حرارت ۴ متر و $\frac{3}{5}$ متر طول دارد میخواهیم بدانیم در یکصد درجه طولش چه قدر

میشود جواب $4\frac{2485}{4095}$ متر

باب پنجم در کسور اعشاریه (درس ۱۵)

۱۴۳ سهولت اعمال متعلقه با عداد صحاح بسبب همین قاعده اصلیه است ۸

که احاد مراتب مختلفه عدد از یسار بیمین بهر مرتبه بده مرتبه تنزل میکند

و ممکن است اعمال متعلقه بکسور را نیز مانند اعداد صحاح آسان کرد بنا بر اینکه بدون انقطاع

همین قاعده تنزل مراتب را در آن سمت اعداد صحاح بسط دهیم

۱۴۴ اول اجزائی از واحد منظور میداریم که هر کدام عشر واحد

باشند و بعد از این اجزائی دیگر را که نسبت بعضی عشر بعض دیگر باشند

و چنین اجزا را اجزای اعشاریهٔ واحد گوئیم

اجزای اعشاریه واحد دهم است و صدم و هزارم و بطور کلی اجزائی هستند

که میتوان باین صورت نوشت $\frac{1}{10^n}$ و n علامت عدد صحیح است هر چه باشد

اجزای اعشاری را احاد اعشاری مراتب مختلفه گوئیم چنانچه دهم واحد اعشاری

مرتبهٔ اولی است و صدم از مرتبهٔ دوم و هکذا

عدد عشاری

عدد اعشاری عددی است مرکب از اجزای اعشاری یا مرکب از عدد صحیح و اجزای اعشاری
مثال اول ۳۹۷ هزارم مثال دوم ۴۹ واحد ۵۹ صدم
کسور اعشاریه نیز کسری است از اجزاء اعشاریه مثال ۳۹۷ هزارم
کسور اعشاریه را بتفاوت کسور متعارفه میتوان چنین تعریف کرد
۴ کسر اعشاری کسری است که مخرج واحد با شد صاحب اصفار چند در سمت یمین
و بعبارت اخری آن مخرج قوتی باشد از ده مثل $\frac{347}{1000}$
۱۴۵ ده واحد هر مرتبه اعشار واحدی باشد از مرتبه بلا واسطه فوقانی
خود پس چنین نتیجه میشود که عدد اعشار آحاد مرتبه است که شمارش کمتر از ۱۰ باشد
و یا ترکیب چند جزو است از آن قبیل
مثال $\frac{347}{1000} = \frac{300}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{7}{1000} = \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$
نظر باین نوع ترکیب اعداد اعشاری و به پیوستگی قاعده تنزل آحاد صحاح و اعشاری مبنا
و قواعد حساب خطی را بایستی معلوم ساخته اند با عداد اعشاری پس آنچه در خصوص شمار اعشار
باقی باشد اینجا ذکر میکنیم

دستور در نوشتن اعداد اعشاریه

۱۴۶ در نوشتن عدد اعشاری قاعده اینست که اول عدد صحیحی را که
با او باشد بنویسیم و بعد در سمت یمین صحیح علامت ممیزه قرار دهیم بصورت
(،) که او کوچک باشد و آن را ممیزه گوئیم و در یمین ممیزه رقم مرتبه دهم
اعشار را و بعد رقم صدم و بعد هزارم و غیره را بترتیب از یسار بسمت یمین
نا بنویسیم بکوچکترین آحاد اعشاری و اگر از صحاح عاری باشد صفر بجای آنها
مینویسیم و در یمین صفر ممیزه را و بعد بطریق مذکور آحاد اعشاری را

و اگر آحاد اعشاری مرتبه برتر از مرتبه سفلی مفقود باشد بجایش صفری نویسیم تا سایر ارقام هر کدام بمکان خود قرار گیرند و مقدار متعلق بهرکدام تغییر نکند -

مثال $\frac{6}{1000} + \frac{7}{100} + \frac{4}{10} + 57 = \frac{6}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{400}{1000} + 57 = \frac{476}{1000} + 57$

پس باید آنرا چنین نوشت ۵۷٫۴۷۶ و کذا $\frac{4}{1000} + \frac{8}{100} + \frac{4}{10} = \frac{484}{1000}$

و چنین مینویسیم ۰٫۴۸۴ و همچنین $\frac{8}{10000} + \frac{6}{1000} + 57 = \frac{68}{10000} + 57$

در این مثال چون مرتبه دهم و صدم مفقود است باید باین طور نوشت ۵۷٫۰۰۶۸

برای خواندن عدد اعشاری مرقوم یا نمودن عدد اعشاری که بخاطر داشته باشیم ۳ وجه در دست است

وجه اول عدد صحیح را اول تلفظ کنند و بعد بترتیب تالی دهم و صدم و هزارم وغیره را مثال این عدد را ۲۵۳٫۴۶۷ باید باین وجه خواند ۴۶۷ واحد ۲ دهم ۵ صدم ۳ هزارم و برای نوشتن عدد اعشاری که باین وجه تلفظ شده باشد باید قاعده سابق را مجری داشت ۵

وجه دوم و آن معمول تر است

اینست که اول عدد صحیح را تلفظ کنیم و بعد مجموع اجزای اعشار را مثل آنکه متنا وفی باشد مرکبا از اجزای مرتبه سفلی

مثال عدد سابق را چنین میخوانیم ۴۶۷ واحد ۲۵۳ هزارم و در نوشتن عدد اعشاری که باین وجه تلفظ شده باشد باید اول عدد صحیح را نوشت و در یمین آن ممیزی قرار داد و در یمین ممیز عدد آحاد اعشار را مثل عدد صحیح رسم نمود باین طور ۴۶۷٫۲۵۳ ولی باید ملتفت بود که رقم آخر عدد مرقوم در یمین ممیز بمکانی قرار گرفته باشد که مختص آحاد مرتبه از اعشار باشد که بنظر بیاید و اگر عدد صاحب آن قدر ارقام نباشد که شرط مذکور

اقتضا میکند باید مابین دو ممیزه هر چند صفر لازم باشد نوشته شود داد
مثال ۶۷ واحد و ۵ ده هزارم را باید چنین نوشت ۶۷٫۰۰۰۵
وجه سیم آنست که تمام عدد اعشاری را تلفظ کنیم مثل عدد کثیره مرکبات از اجزای اعشاری مرتبهٔ سفلی و این وجه مثال اول چنین تلفظ میشود ۴۶۷۲۵۳ هزارم و در نوشتن عددی که باین وجه تلفظ شده باشد آنچه را که تلفظ شده مثل عدد صحیح مینویسیم و بعد از طرف یمین بعلامت ممیزه آن قدر رقم جدا میکنیم که رقم آخر سمت یمین در مکان آحاد اعشاری ملفوظ قرار گرفته باشد
چنانچه مثال مذکور را باین قسم مینویسیم ۴۶۷۲۵۳ و بعد با ممیز چنین ۴۶۷٫۲۵۳
چونکه رقم هزارم باید در مرتبه سوم طرف یمین ممیز قرار گیرد
واگر عدد صحیحی که بی ممیز نوشته ایم صاحب آن قدر ارقامی نباشد که از روی این قاعده میبایست جدا ساخت پس هر چند صفر مقتضی باشد در سمت یسارش قرار میدهیم و ممیز را در یسار آن اصفار و در یسار ممیز صفری بمکان اعداد صحاح مثال ۷۸ ده هزارم را باین صورت مینویسیم ۰٫۰۰۷۸
و آنچه ذکر شد از تساوی ذیل ظاهر و محسوس میشود

$$۴۶۷٫۲۵۳ = ۴۶۷ + \frac{۲}{۱۰} + \frac{۵}{۱۰۰} + \frac{۳}{۱۰۰۰} = ۴۶۷ + \frac{۲۵۳}{۱۰۰۰} = \frac{۴۶۷۲۵۳}{۱۰۰۰}$$

و از این تساوی قاعدهٔ ذیل نتیجه میشود

۱۴۷ در نوشتن عدد اعشاری بصورت کسر متعارفی باید ممیز را حذف نمود و مخرجی برایش قرار داد مرکب از یک واحد و آن قدر عدد اصفار که عدد اعشاری مفروض بعد از ممیز رقم اعشار موجود است

۱۴۸ در عدد اعشاری هر رقم صاحب دو مقدار است یکی مقدار مطلق و دیگر متعلق و معنی این اسم دو کلمه همانست که در خصوص رقم عدد صحیح ذکر شده مقدار متعلق

رقم در عشاریه بمرتبه که در یمین باز بود دارد پس این چند حکم نتیجه میشود

۱۴۹ چون در عدد اعشاری ممیز را بسمت یمین یا یسار محل خود نقل کنیم آن عدد ضرب میشود و یا قسمت میشود بواحدی که عدد اصفارش برابر عدد مراتب نقل ممیز باشد

مثال در این عدد ۵۴۸۱٫۳۶۸ چون ممیز را دو مرتبه بسمت یمین نقل کنیم حاصل میشود این عدد ۵۴۸۱۳۶٫۸ که صد برابر عدد مفروض است و اگر سه مرتبه بسمت یسار نقل کنیم این عدد حاصل میشود ۵٫۴۸۱۳۶۸ که هزار یک عدد مفروض است بحرکت اول مقدار متعلق هر رقمی از عدد یکصد برابر شده و چنانچه ارقام عدد مفروض را از یمین بسنجید با ارقام نظایر خود از این عدد ۵۴۸۱۳۶٫۸ صحت حکم بنظر میرسد و همچنین در حرکت ثانی ممیز

۱۵۰ هرگاه بسمت یمین عدد اعشاری چند صفر ملحق کنیم یا از همان طرف چند صفر بکاهیم مقدار آن عدد تغییر نمیکند

مثال ۱۹٫۲۳۷۰۰ = ۱۹٫۲۳۷

زیرا که هر رقم عدد دوم چون نسبت بممیز همان مرتبه را دارد که در عدد اول داشت مقدار متعلقش تغییر ننموده مثال رقم ۷ در عدد اول هزارم است در دوم نیز از مرتبه هزارم است پس عدد در هر دو صورت صاحب یکنوع مقادیر متعلقه است و تغییر ننموده

۱۵۱ در تکمیل کسور اعشار نظر بحقیقت نمره مذکور میتوان ارقام اعشاری اعداد چندرا تکمیل نمود یعنی بدون تغییر اعداد تصرفی کرد که عدد ارقام اعشار در همه برابر باشد این است که در یمین اعداد مفروض اصفار چند قرار دهیم بشمار هائی که عدد ارقام اعشار جمیع آنها برابر با اعشار آن عدد باشد که اول از همه بیشتر داشت این عمل نظیر تحویل

کسور متعارفی است بیک مخرج مثال در این دو عدد ۳۴٫۷۶ و ۳۵۱٫۷۸۵۶ را
چنین نوشته میشود ۳۴٫۷۶۰۰ و ۳۵۱٫۷۸۵۶ چونکه اول باین معنی بود
۳۴۷۶/۱۰۰ و ۳۵۱۷۸۵۶/۱۰۰۰۰ و عوض آنها این دو صورت اختیار شد
۳۴۷۶۰۰/۱۰۰۰۰ و ۳۵۱۷۸۵۶/۱۰۰۰۰

۱۵۲ سنجه آنچه سابق در خصوص کسور متعارفه و اعداد کبری ذکر شد و ثابت کردید بدون تصرف باعداد اعشاری تعلق میگیرد پس از آنجمله آنچه را در کسور اعشار مناسب ببینیم میتوان اختیار نمود

در جمع اعداد اعشاری

۱۵۳ قاعده در جمع اعداد اعشاری باید آن اعداد را زیر همدیگر بطرزی نوشت که آحاد هر یک در ستون ثانی واقع شوند بعد بدون رعایت ممیزها بقاعده جمع اعداد صحاح عمل را تمام کرد و در حاصل جمع ممیزی تحت ممیزهای اعداد فرادادها انکه از طرف یمین حاصل جمع ارقامی بعده اعشار عددی که از این اعشار بیشتر داشته باشد جدا نمود

مثال

۳۶۷٫۴۸
۵۳٫۷۶۹
۴۱۹٫۷
۸۳۴٫۵۸۴
―――――
۱۶۷۵٫۵۳۳

برهان این عمل مانند آنست که در جمع اعداد صحاح ذکر شد چون ممکن نیست با هم جمع کرد جز ارقامی را که از یک مرتبه و از یک نوع باشند اما نیز دیدیم که آن آحاد را در ستون قائم نویسیم و چون آحاد ستون اول سمت یمین را با هم جمع کردیم و ده احاد این مرتبه

معادل یک واحدی از مرتبه فوقانی خود ظاهر است که باید آحاد این حاصل جزو را نوشت و عشرات را محفوظ داشت تا مثل آحاد مفرد افزوده شوند بستون مابعد و بهمین نحو ستون بستون پیش میرویم تا آخر

در تفریق

۱۵۴ در تفریق قاعده اینست که مفروق را تحت مفروق عنه بنویسیم چنانچه آحاد هر مرتبه برابر هم یکدیگر واقع شوند و بعد موافق تفریق اعداد صحاح بدون رعایت ممیز عمل را اتمام کرده و در جایی ممیزی مقابل دو ممیز دو عدد مفروض قرار داد

گاه در بعضی اعمال آسانتر اینست که ارقام اعشار دو عدد مفروض را مثل کنیم بخصوص آنوقت که عدد ارقام مفروق عنه کمتر باشد مثال

۳۴۷۶,۳۸۴	۴۷۸,۳۵۰۰
۲۵۳۸,۴۹۲	۲۳۶,۲۸۷۴
۹۳۷,۸۹۲	۲۴۲,۰۶۲۶

برهان این عمل مانند آنست که در خصوص تفریق اعداد صحاح ذکر شده و مبنی بر حکمی است که سابق در خصوص شماره ۱۴۵ بیان شد

در ضرب

۱۵۵ قاعده ضرب دو عدد اعشاری اینست که بدون رعایت ممیز آن دو را در هم ضرب نمود و بعد بعدد مجموع ارقام اعشار مضروب و مضروب فیه از طرف یمین حاصل رقم جدا کرد

۳۴,۶۷
۵۳,۸
۲۷۷۳۶
۱۰۴۰۱
۱۷۳۳۵
۱۸۶۵,۲۴۶

برهان این فقره فطری است که در ضرب اعداد اعشاری باید مانند دو عمل سابق ممیز را رعایت کرد

وعمل اعداد صحاح در انجا جاری داشت و بعد از اتمام عمل ملاحظه دو ممیز تصرفی در نتیجه نمود بنابراین میگوییم که چون ممیز مضروب را حذف کنیم آن عامل بعد حاصل ضرب صد برابر میشود یعنی ضرب میشود در ۱۰۰ و چون ممیز مضروب فیه را حذف کنیم حاصل ضرب جدید ضرب میشود در ۱۰ پس چون با بی رعایت ممیز دو عدد را در هم ضرب کنیم حاصلش هزار برابر حاصل دو عدد اعشاری مفروض میشود پس چون حاصل را ۱۰۰۰ مرتبه تنزل دهیم یعنی سه رقم سمت یمینش را اعشار فرض کنیم مطلوب بدست می آید

بوجه دیگر چون دو عامل مفروض را بصورت کسر متعارفی نویسیم عمل مذکور تبیین میشود

$$۳۴٫۶۷ \times ۵٫۳۸ = \frac{۳۴۶۷}{۱۰۰} \times \frac{۵۳۸}{۱۰} = \frac{۳۴۶۷ \times ۵۳۸}{۱۰۰۰}$$

چون حاصل اخیر را بدو عدد مفروض بسنجیم قاعده مبرهن میشود زیرا که در تقسیم این حاصل ۳۴۶۷ × ۵۳۸ بر ۱۰۰۰ کافی است سه رقم سمت یمینش را اعشار کنیم و این عدد سه مجموع ارقام اعشاری دو عامل است

ممکن است چنین اتفاق افتد که حاصل ضرب صحیحی که بعد از حذف دو ممیز بدست می آید حساب آنقدر عدد ارقام نداشته باشد که میتوان از سمت یمینش جدا ساخت آنوقت باید در طرف یسارش هر چند صفر کفایت کند قرار داد تا بتوان از طرف یمینش اعشار مقصود را جدا ساخت و در یسار صفر اخیر مکان ممیز است و در یسارش صفری بجای عدد صحیح

مثال $۰٫۴۷ \times ۰٫۰۲ = ۰٫۰۰۹۴$ $\qquad \frac{۴۷}{۱۰۰} \times \frac{۲}{۱۰۰} = \frac{۹۴}{۱۰۰۰۰}$

در قسمت

۱۵۶ اگر دو مقسوم و مقسوم علیه عدد ارقام اعشار برابر باشد باید ممیز هر دو را حذف نمود و قسمت را در عدد صحیح مجری داشت و خارج قسمتی که نتیجه میشود بدون تصرف همان خارج قسمت دو عدد اعشار مفروض است

زیرا که بحذف صفر دو جمله قسمت در یک عدد ضرب میشود و معلوم است در این صورت خارج قسمت تغییر نمیکند

و اگر عدد ارقام اعشار در مقسوم و مقسوم علیه برابر نباشد باید آنها را متحمل

کرد و معلوم است تغییری در آنها عارض نمیشود لهذا دستور حالت سابق وارد گردد

مثال اول میخواهیم این عدد را ۵۳۴٫۲۸ بر این عدد ۱۲٫۴۹ قسمت کنیم

پس ۵۳۴۲۸ را بر ۱۲۴۹ قسمت میکنیم تا خارج قسمت دو عدد معروض سنجیده شود

و حکم از روی این دستور ثابت میشود

$$\frac{53428}{1249} = \frac{53428\times100}{100\times1249} = \frac{53428}{100} : \frac{1249}{100} = 534{,}28 : 12{,}49$$

مثال دوم میخواهیم این عدد را ۵۳۴٫۲۸۷۶ بر این عدد ۱۲٫۴۹ قسمت کنیم

مقسوم علیه را بدل میکنیم باین عدد ۱۲٫۴۹۰۰ و بعد ۵۳۴۲۸۷۶ را بر ۱۲۴۹۰۰ قسمت میکنیم

تنبیه میتوان قاعده مذکور را بقاعده مشترکه ذیل مبدل نمود .

قاعده باید ممیز مقسوم علیه را حذف نمود و ممیز مقسوم را بعدد اعشار مقسوم

علیه بسمت یمین حرکت داد (و وقت ضرورت اصفار چند در سمت یمین مقسوم

قرار داد) و بعد بی‌رعایت ممیز مقسوم عمل را بانجام رسانید و آخر از یمین

خارج قسمت بعدد باقی ارقام اعشار مقسوم ارقام جدا کرد

مثال در قسمت ۵۳۴٫۲۸۷۶ بر ۱۲٫۴۹ تقسیم میکنیم عبارة ۵۳۴۲۸٫۷۶ را بر

۱۲۴۹ یا این عدد را ۵۳۴۲۸۷۶ بر ۱۲۴۹ و دو رقم اعشار از خارج قسمت جدا میکنیم

امثله متعلقه بچهار عمل را که ذکر نمودیم بعد از باب مقیاسها قرار دادیم چونکه در حل آن

امثله معرفت مقیاسها لازم است

در تحویل کسور متعارفه بکسور اعشاریه (درس ۱)

۱۵۷ چنانچه معلوم شد اعمال حساب در کسور اعشاریه شبیه است باعمال متعلقه

باعداد

با عداد صحاح و اختلافی با این آنها نیست و مال آنکه اجرای آن اعمال در کسور متعارفه بسیار مطول
و مرکب است لهذا عادت بر این جاری شده که جمیع اعمال را در اعداد اعشاریه بجا آورند
و هر وقت عملی متعلق بکسر و کسور متعارفه این کسور را تحویل کنند بکسور اعشاریه خواه بتحقیق و خواه
بتقریب و قید تقریب از آن ثابت است که جمیع کسور متعارفه قابل تحویل نیستند بکسور
اعشاریه چنانچه در (۱۶۴) بیان میشود

۱۵۸ تحویل کسر متعارفی بکسر اعشاری عبارت از اینست که تعیین
معلوم کنیم که در کسر مفروض چند واحد موجود است (اگر بزرگتر از واحد
باشد) و بعد چند دهم و چند صدم وغیره

۱۵۹ مثال میخواهیم این کسر را $\frac{۳۹}{۸۰}$ بکسر اعشاری تحویل کنیم
کسر مفروض هشتادم جزو ۳۹ واحد است (۱۵۴)
و بعبارت اخری حصهٔ یک نفر است هرگاه ۳۹ واحد
مابین ۸۰ نفر قسمت کنیم پس بهر شخص یک واحد نمیرسد ولی ممکن است بهر کدام اقلاً یک دهم
برسد چونکه ۳۹ واحد معادل است با ۱۰×۳۹ که ۳۹۰ دهم باشد و ظاهر است
که عدد اعشاری سهمی یک نفر مساوی است با عددی مرا آنکه در ۳۹۰ دهم ۸۰ دهم مندرج
میشود یا در ۳۹۰ مطلق ۸۰ پس ۳۹۰ را بر ۸۰ قسمت میکنیم خارج قسمت ۴ است
و باقی ۷۰ پس بهر نفر ۴ دهم میرسد نه بیشتر پس صفری در موضع آحاد صحاح خارج
قسمت مینویسیم و در یمینش علامت ممیزه را و در یمینش قسمت ۴ دهم را و مشغول قسمت
میشویم باید ۷۰ دهم را قسمت کرد و آن مساوی است با ۱۰×۷۰ که ۷۰۰ صدم است
پس بهر نفر علاوه بر ۴ دهم آنقدر صدم میرسد که ۸۰ صدم در ۷۰۰ صدم مندرج
شود یا ۸۰ مطلق در ۷۰۰ پس ۷۰۰ را بر ۸۰ قسمت میکنیم خارج قسمت ۸ است

و باقی

و باقی ۶۰ و معلوم شد که بهر نفر ۸ صدم نیز میرسد نه بیشتر و باقی ماند قسمت ۶۰ صدم مسئله را
در یمین ۴ خارج قسمت مینویسیم تا از مرتبه صدم خوانده شود و مشغول میشویم بقسمت ۶۰ صدم که
معادل است با ۶۰۰ هزارم قسمت میکنیم ۶۰۰ را بر ۸۰ خارج قسمت ۷ است و باقی
۴۰ رقم ۷ هزارم را در یمین ۸ خارج قسمت مینویسیم و بعمل مشغول میشویم و افزودیم
صفری در یمین ۴۰ باقی ملحق میکنیم ۴۰۰ ده هزارم قسمت میکنیم بر ۸۰ خارج قسمت ۵ است
بدون باقی و بهر نفر ۵ ده هزارم نیز میرسد پس تمام سهمی هر نفر این است ۰٫۴۸۷۵ و چیزی
باقی نمی ماند و نتیجه شد که ۳۹ واحد درست مساوی است با ۸۰ برابر ۰٫۴۸۷۵

و بعبارت اخری $۸۰ \times ۰٫۴۸۷۵ = ۳۹$

پس خارج قسمت ۳۹ بر ۸۰ یعنی کسر مفروض $\frac{۳۹}{۸۰}$ معادل شد با ۰٫۴۸۷۵ و این کسر
قابل تحویل شد باعشار

۱۶۵ آنچه در خصوص کسر $\frac{۳۹}{۸۰}$ ذکر شد میتوان در سایر کسور متعارفه تکرار کرد و مجری داشت و از این اعمال ضمناً معلوم کرد که در کسر مفروض چند واحد صحیح است (اگر بزرگتر از یک باشد) و چند دهم و چند صدم و غیره پس از نمره سابق قاعده کلیه برای تحویل کسور متعارفه استنباط میشود

۱۶۶ قاعده در تحویل هر کسر متعارفی بکسر اعشاری یا بصورت مخرج کسر را بصورت قسمت عدد صحاح نوشت و صفر در خارج قسمت قرار داد و در یمینش ممیز را و صفری در یمین صورت کسر و قسمت کرد آنرا بمخرج خارج قسمت رقم اول اعشار است و بعد صفر دیگر در یمین باقی الحاق کرده قسمتش کرد بمخرج خارج قسمت رقم دوم اعشار است و صفر دیگر در یمین باقی جدید نوشت و تقسیمش نمود بر مخرج و همچنین مداومت کرد

تا انکه هیچ باقی نماند یا در خارج قسمت انقدر عدد ارقام نوشته شود که ما خواسته باشیم
اگر صورت کسر مفروض بزرگتر از مخرج باشد مانند عدد اصحاح تقسیم میکنیم بر مخرج تا برسیم بباقی اخیر که کوچکتر از مقسوم علیه است انوقت باید میزیم در خارج قسمت قرار داد و صفر در یمین باقی بقاعده مذکوره عمل تمام کرد

۱۶۲ چون کسری قابل تحویل باعشار باشد وفق قاعده مذکوره دران جاری نمائیم البته خارج قسمتش همین کسر اعشار خواهد بود و هیچ باقی نخواهد ماند زیرا که از انچه مذکور شد معلوم میشود که بقسمت متوالی صد و دهها و صدها وغیره که در کسر متعارفی مفروض مندرج باشند بدست می آید یعنی تمام ارقام کسر اعشار معادلش در خارج قسمت نوشته میشود و چون جمیع این ارقام بدست آمد ظاهر است که باید دیگر قسمت متوالی نشود و باقی باید صفر شود

۱۶۳ و چون باقی صفر شد کسر اعشاری که در خارج قسمت نوشته شده باشد معادل است با کسر متعارفی مفروض (نظر کنید باخر ۱۵۹)
ولیکن چنانچه در ۱۵۷ ذکر شد جمیع کسور متعارفه از قبیل $\frac{39}{80}$ نیستند که قابل تحویل باشند بکسور اعشار و برای انکه کسری بتواند درست تحویل بکسر اعشار شود شرط ذیل در او لازم است

۱۶۴ قضیه شرط انکه کسری بتواند درست بکسر اعشار تحویل شود اینست که در مخرجش بعد از انکه غیر ممکن التحویل شد عاملی غیر از ۲ و ۵ موجود نباشد
برهان کسر غیر ممکن التحویلی فرض میکنیم که درست معادل باشد با کسر اعشار پس اگر بقاعده تحویل جمیع ارقام اعشار را بترتیب در خارج قسمت معلوم کنیم (۱۶۲) البته باقی صفر خواهد شد

واگر چنین باشد صورت کسر بعد از الحاق چند یعنی بعد از ضرب در قوتی از ۱۰ قابل قسمت بوده است
بر مخرج چونکه در ضمن تقسیم بر یک یک از باقیهای متتالی صفری اضافه نمودیم و حکمش همچنانست
که این اصفار را اول در همین صورت کسر نوشته باشیم و بعد یک یک نقل نموده باشیم بالجمله چون
حاصل ضرب صورت کسر در قوتی از ۱۰ قابل قسمت شد بر مخرج جمیع عاملهای اول مخرج باید
میان عاملهای آن حاصل یافت شود (ش ۹) پس باید جمیع آنها در قوت ۱۰ موجود باشد
ولی در هر قوت ۱۰ مثل 10^n عامل اولی جز ۲ و ۵ موجود نیست پس مخرج کسر مفروض نباید
غیر از دو عامل اول ۲ و ۵ عاملی دیگر داشته باشد پس شرط مذکور مقتضی شد

بوجه دیگر فرض میکنیم کسر متعارفی غیر ممکن التحویل $\frac{39}{80}$ بتواند در دست کسر اعشاری تحویل شود و
کسر عشری را میتوان باین صورت $\frac{ح}{10^n}$ نوشت (ح و ن دو عدد صحیحند) پس این تساوی
حاصل میشود $\frac{ح}{10^n} = \frac{39}{80}$ و چون کسر $\frac{39}{80}$ غیر ممکن التحویل است عدد 10^n بنا بر (۱۱۸)
مضرب است از ۸۰ پس جمیع عاملهای ۸۰ مندرجند در 10^n ولی در 10^n غیر از عامل ۲ و ۵
عاملی دیگر نیست پس ۸۰ نباید غیر از دو عامل ۲ و ۵ عامل اولی داشته باشد فهو المطلوب

پس ثابت شد که شرط مذکور لازم است حال باید معلوم کرد که همین یک شرط کفایت کند در حقیقت
فرض میکنیم این کسر را $\frac{39}{80}$ که مخرجش یعنی $5 \times 2^4 = 80$ موافق شرط مذکور است
حال زود معلوم میشود $10^4 \times 39$ و بباقیهای متتالی اضافه نمودیم باید بیافزائیم چونکه آن قسمت راجع میشود
بقسمت ۳۹۰۰۰۰ یا 39×10000 بر ۸۰ و ظاهر است که

$5^4 \times 2^4 \times 39 = 39 \times 10000$ قابل قسمت است بر $5 \times 2^4 = 80$ و چون رسیدیم
بباقی صفر کسر $\frac{39}{80}$ درست معادل میشود با کسر اعشاری که در خارج قسمت نوشته شده (نظر کنید
باجنس ۱۵۹)

تنبیه از آنچه ذکر شد نتیجه واضح ذیل استنباط میشود

هرگاه کسر متعارفی غیر ممکن التحویل درست بکسر اعشاری تحویل شود عدد ارقام اعشار
کسر ثانوی مساوی است با نماینده بزرگتر دو عامل ۲ و ۵ در مخرج کسر مفروض

۱۶۵ هرگاه کسر متعارفی مفروض درست قابل تحویل نباشد بکسر اعشاری و بدستور تحویل (۱۰۱)
صورت را بر مخرج قسمت کنیم هر چند عمل را طول دهیم هرگز بباقی صفر نخواهیم رسید (۱۶۳)
ولی مقدار کسر متعارفی بحسب اعشار حاصل میشود کمتر از یک واحد اعشار تقریباً از هر مرتبه که خواسته
باشیم (۱۶۰)

در جمیع حالات چون یکی از مراتب اعشار خارج قسمت توقف کنیم قبل از آنکه بباقی
صفر رسیده باشیم کسر اعشاری که بدست آمده مقدار کسر متعارفی مفروض است
تا کمتر از یک واحد اعشار از مرتبه رقمی که بآن توقف نمودیم

مثال فرض میکنیم این کسر را $\frac{19}{28}$ که مخرج ۲۸ آن مساوی است با ۷ × ۲^۲ و قاعده
تحویل را در آن جاری میکنیم

۱۹۰	۲۸
۲۲۰	۰٫۶۷۸۵....
۲۴۰	
۱۶۰	
۲۰	

چون برقسم صدم توقف کنیم از مطلب (۱۵۹)
چنین نتیجه میشود که مقدار $\frac{19}{28}$ مرکب میشود از ۰٫۶۷ با اضافه
$\frac{۲}{۸}$ جزو از ۲۴ صدم که کمتر است از یک صدم

و چون بخواهیم مقدار کسر متعارفی را تا کمتر از یک واحد عشری از مرتبه آن تحصیل کنیم همین قدر کافی است
که قاعده (۱۰۱) را جاری نمائیم تا آنکه ن رقم اعشار در خارج قسمت بدست آید

در کسور اعشاریه متناوبه از درس ۱۷ام

۱۶۶ تعریف کسر اعشاری متناوب آنست که عدد ارقام اعشارش نهایت نداشته
باشد و ابتدا از مرتبه معینه چند رقم بترتیب معین بیحد تکرار شوند
و مجموع ارقامی را که بی حد تکرار میشوند دوره و گردش و نوبه گوئیم

کسر اعشاری را متناوبه مفرده گوئیم هرگاه ابتدای دوره اول بلا واسطه بعد از ممیز باشد و در غیر اینحالت کسر را متناوبه مرکب گوئیم و ارقام اعشاریرا که بر دوره اول مقدم مقدم شده جزو خارج نوبه گوئیم

مثال ....۰٫۳۶۷۳۶۷۳۶۷۳۶ کسر متناوبه مفرده است دوره اش ۳۶۷ میباشد

و ....۰٫۵۸۳۶۷۳۶۷۳۶۷ کسر متناوبه مرکب است دوره اش ۳۶۷ و جزو

خارج نوبه ۵۸

واکنون مشغول میشویم بشرح این قضیه

۱۶۷ هر کسر متعارفی که قابل تحویل نباشد بکسر اعشاری تحویل خواهد شد یکسر اعشاری متناوبه

مثال فرض میکنیم این کسر را $\frac{۱۹}{۴\times۷} = \frac{۱۹}{۲۸}$

چون دستور (۱۶۱) را در این کسر مجری داریم هر چند پیش رویم هرگز باقی صفر نخواهیم رسید (۱۶۵) و باقی ماندهای متتالیه مندرج میباشند در سلسله اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ... ۲۷ که جملات آخرش کوچکتر از مقسوم علیه است و بنابراین بهمه جهة ممکن است بیست و هفت باقی مختلف پیدا شود پس اگر در ضمن بیست و هفت قسمت اول هیچ باقی عود نکند و مکرر نشود حکماً باقی قسمت ۲۸ ام مساوی میشود با یکی از باقیهای سابق زیرا که در غیر این صورت بیست و هشت باقی مختلف داریم و این خلاف است چون در این نوع قسمت یکی از باقی ماندها باید حکماً تکرار شود بمثال خود رجوع میکنیم و مشخص مینمائیم کدام است آنکه اول عود میکند

۱۹۰	۲۸
۲۲۰	...۰٫۶۷۸۵۷۱۴۲
۲۴۰	
۱۶۰	
۲۰۰	
۴۰	
۱۲۰	
۸۰	
۲۴۰	

باقی ۲۴ اول دفعه عود کرد و چون صفری در پیش ملحق کنیم عود میکند بحالت سابقه که صفری بر باقی ۲۴ اضافه کرده بودیم و چون در هر دو حالت مقسوم ۲۴۰ شد

و مقسوم علیه ۲۸ عمل کرده است و آنچه بعد از باقی ۲۴ گذشته است بدون اختلاف عود میکند
و در خارج قسمت همان رشته ارقام ۲ ۸۵۷۱۴ بدست میآید و همان باقیها که ما بین ۴ و ۲۴
مانده بود و چون بعد از شش قسمت دیگر ۲۴ باز عود میکند حالت سابق تکرار میشود و در خارج قسمت
باز همان سلسله ارقام ۸۵۷۱۴۲ بدست می آید و همچنین بعد از آن هر کجا خواهیم پس
کسر اعشار خارج قسمت متناوبه شد

اگر دو کسر

۱۶۸ چنانچه سابق در نمره ۱۶۵ ذکر شد اعشار متناوبه بیک رقم یا به دو رقم یا به ۰٫۰۰۰۳.... یا بدون رقم اعشار اکتفا کنیم مقدار کسر متعارفی مفروض حاصل میشود تا کمتر از $\frac{۱}{۱۰}$ و $\frac{۱}{۱۰۰}$ و $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ و .... $\frac{۱}{۱۰^n}$ و بطور کلی تا کمتر از یک واحد اعشار از مرتبه که بآن اکتفا نمودیم

۱۶۹ چون بترتیب هر یک از این کسور اعشاریه محدوده را عوض کسر متعارفی مفروض اختیار کنیم بتحقیق نزدیکتر میشویم و مقدار بترتیب کمتر میشود تا بجدیکه اختلاف ما قابل نشود
میگوئیم که کسر مفروض با انکه پیوسته بزرگتر از هر یک از آن کسور اعشاریه محدوده است حدی است که بمنزله کسر اعشار متناوبه حاصل است و نزدیک میشود هرچند به عدد ارقام اعشار محدوده بیشتر بیفزائیم
و چنین است معنائی که ما از این تساوی قصد میکنیم

۰٫۶۷۸۵۷۱۴۲۸۷۱۴۲۰۰۰۰ = $\frac{۱۹}{۲۸}$

تعریف چون مقدار تغییر پذیری متدرجا و بینهایت بعدد محدودی نزدیک شود و اختلاف ما بین آنان تا هر قدر که خواسته باشیم ضعیف شود آن عدد محدود را حد مقدار تغییر پذیر گوئیم
و کسر متعارفی را نیز کسر منتج کسر اعشار متناوبه گوئیم

در تحویل کسر اعشاری متناوب به کسر متعارفی

۱۷۵ و حال مقصود حل عکس مسئلهٔ مذکوره است یعنی
چون کسر اعشاری متناوب معلوم باشد چگونه باید مشخص شود کسر متعارفی صحیح را

حالت اول آنست که کسر متناوب محض مفرد باشد مثال ۰ر۲۸۲۸۲۸...
کسر متعارفی مطلوب چه چیز است که باید بیشتر میل کند رشته متناوب معروض آنوقت که آنرا اول محدود کنیم و بعد مقدار چهار لیاریه معین عدد ارقام اعشاریه بفرائیم پس ابتدا چند دوره محدود اختیار میکنیم مثلاً چهار دوره و من باب اختصار آن کسر اعشاری محدود را ك فرض میکنیم پس

$$ك = ۰ر۲۸۲۸۲۸۲۸$$

$$۱۰۰\ ك = ۲۸ر۲۸۲۸۲۸$$

لست وی اول را قیاس به دوم چنین مینویسیم

$$ك = ۰ر۲۸۲۸۲۸ + ۲۸ \text{ صد هزار هزارم}$$

و چون ك را از ك ۱۰۰ تفریق کنیم چنین شود

$$۹۹\ ك = ۲۸ - ۲۸ \text{ صد هزار هزارم}$$

و بالجمله ك = $\frac{۲۸}{۹۹}$ − $\frac{۱}{۹۹}$ جزو از ۲۸ صد هزار هزارم و $\frac{۱}{۹۹}$ جزو از ۲۸ صد هزار هزارم کمتر است از یکصد هزار هزارم

کسر اعشاری محدود ۰ر۲۸۲۸۲۸ کوچکتر است از کسر متعارفی $\frac{۲۸}{۹۹}$ بمقداری کمتر از واحد اعشاری مرتبهٔ اخیر خود

چون دلیل مذکور کلی است و تعلقی ندارد بعدد دوائر کسر متناوب اختیار شده نتیجه که استنباط شد ثابت و برقرار است هر چند بر عدد دوائر بیفزائیم پس اگر عدد دوائر بی نهایت باشد اختلاف مابین $\frac{۲۸}{۹۹}$ و کسر اعشاری مفروض کمتر از واحد اعشاری مرتبه است که بی نهایت پاشد پس در حد

بايد گفت

باید گفت $\frac{۲۸}{۹۹}$ = ... ۰٫۲۸۲۸۲۸۲۸

و بنابراین $\frac{۲۸}{۹۹}$ کسر منتج است مر کسر متناوب ۰٫۲۸۲۸۲۸۲۸ .... را

قضیه صورت کسر منتج کسر متناوب مفرد که جزء صحیح جدا باشد یکی از دوره‌ها و مخرجش عددی است مرکب از نه بقدر عدد ارقام دوره متناوب کند

۱۷۱ حالت دوم آنست که کسر متناوب مفروض مرکب باشد

کسر متعارفی مطلوب حدی است که سلسله متناوب مفروض بسمتش میل میکند و نزدیک میشود هرگاه اول او را محدود کنیم بعد مندرجاً بر تیش عددی از ارقام اعشار ملحق کنیم پس ابتدا عددی محدود از ادوار اختیار میکنیم مثلاً سه دوره و این کسر اعشار محدود را ك فرض میکنیم

ك = ۰٫۳۷۲۸۴۲۸۴۲۸۴

۱۰۰ ك = ۳۷٫۲۸۴۲۸۴۲۸۴

۱۰۰۰۰۰ ك = ۳۷ ۲۸۴٫ ۲۸۴ ۲۸۴

و بمقابله چنین می‌نویسیم

۱۰۰ ك = ۳۷٫۲۸۴۲۸۴ + ۲۸۴ هزارم سوم

و بعد از تفریق ك ۱۰۰ از ك ۱۰۰۰۰۰ چنین حاصل میشود

ك ۱۰۰۰۰۰ − ك ۱۰۰ یا ك ۹۹۹۰۰ = ۳۷۲۸۴ − ۳۷ − ۲۸۴ هزارم سوم

پس ك = $\frac{۳۷۲۸۴-۳۷}{۹۹۹۰۰}$ − ۲۸۴ جزو از ۹۹۹۰۰ هزارم سوم

و ۹۹۹۰۰ جزو کمتر است از یک صد هزارم سوم زیرا که

صد هزارم سوم $\frac{۲۸۴}{۹۹۹}$ = $\frac{۲۸۴}{۹۹۹}$ × $\frac{\text{یک هزارم سوم}}{۱۰۰}$ = $\frac{۲۸۴\ \text{هزارم سوم}}{۹۹۹۰۰}$

پس اختلاف بین کسر اعشار محدود ۰٫۳۷ ۲۸۴ ۲۸۴ ۲۸۴ و کسر متعارفی $\frac{۳۷۲۸۴-۳۷}{۹۹۹۰۰}$

مقداری است کمتر از یک احد اعشار مرتبه آخر

دلیل مذکور کلی است و تعلق ندارد بعدد اعشاری که اختیار شده پس عدد ادوار را هر چند زیاد فرض کنیم نتیجه مستنبطه بحالت خود باقی و برقرار میماند بنا بر این عدد ادوار را اگر بینهایت فرض کنیم اختلاف مابین کسر اعشار و این کسر متعارفی $\frac{37284-37}{99900}$ کمتر میشود از واحد اعشار مرتبه که بی اندازه است باشد پس در حد میگوئیم که ۱۶۹

$$0,372842842 84\ldots\ldots = \frac{37284-37}{99900}$$

و بعبارت اخری این کسر متعارفی $\frac{37284-37}{99900}$ منتج کسر اعشار $0,3728428 4\ldots$ میباشد پس این حکم نتیجه میشود

قضیه صورت کسر متعارفی منتج کسر اعشار متناوب مرکب کسر جزو صحیحش خارج باشد عددی است مرکب از جزو خارج گردش و یک گردش منها جزو خارج گردش و مخرجش عددی است مرکب از انقدر ۹ که عدد ارقام گردش باشد و از انقدر صفر که عدد ارقام جزو خارج گردش باشد

و چنین کسر متعارفی را هر وقت ممکن باشد غیر ممکن التحویل کنیم و صورت کسری که از حکم این قضیه بدست می آید قابل قسمت نیست بر ۱۰ و برهانش ظاهر است

۱۷۲ در بیانات مذکوره چنین فرض نمودیم که بر کسر اعشار متناوب جزو صحیحی مقدم نباشد و اکنون این قید را رفع میکنیم

هرگاه کسر اعشار متناوب صاحب جزو صحیح باشد ظاهر است که اگر این جزو صحیح ملحق کنیم کسر متعارفی را که معادل باشد با کسر متناوب که تالی ممیز است عدد کسری ترکیب میشود معادل با عدد اعشاری مفروض و آن کسر متعارفی پس از دو وجه سابق بدست می آید

مثال اول $\frac{19367-19}{999} = \frac{19(1000-1)+367}{999} = 19+\frac{367}{999} = 19,367367\ldots\ldots$

مثال دوم $\frac{1914836 7-19148}{99900} = \frac{19148,367367\ldots\ldots}{1000} = 19,148367367\ldots\ldots$

در این دو مثال میتوان ممیز را اول دو مرتبه بسمت یسار نقل نمود اما کسر متناوبه بدست آید عاری از جزو صحیح و بعد آنرا تحویل کرد بکسر متعارفی و آن کسر را بکصد مرتبه ترقی داد

۱۷۳ قضیه کسر متناوبه که دوره اش یک رقم ۹ باشد میتوان مبدل نمود بکسر اعشاری صحیح با عشار که حاصل شود بحذف جزو متناوب باضافه واحد برقم مقدم ملا و اسطه ...

...

اختلاف مذکور تا بهر حد که خواسته باشیم ضعیف میشود

مثال دوم ن = ۵۷٫۴۲۹۹۹۹......

۱۰۰ ن = ۵۷۴۲٫۹۹۹۹

ن = ۵۷۴۳/۱۰۰ = ۵۷٫۴۳

۱۷۴

باشد حذف ...

مقدار تقریب کمتر میشود از یک واحد اعشاری مرتبه آن رقم معین

مثال در این عدد ۵۷٫۴۳۲۸۴۵۱

چون حذف کنیم تمام ارقامی را که تالی رقم سیم اعشاری این عدد بدست می آید ۵۷٫۴۳۲

و آن وقت ۵۷٫۴۳۲ < ۵۷٫۴۳۲۸۴۵۱ < ۵۷٫۴۳۲۹۹۹۹....

۵۷٫۴۳۲ < ۵۷٫۴۳۲۸۴۵۱ < ۵۷٫۴۳۳

چون عدد مفروض واقع شد ما بین عدد ۵۷٫۴۳۲ و عدد ۵۷٫۴۳۳ که اختلاف شان ۰٫۰۰۱ است معلوم میشود که اختلاف این عدد با هر کدام از آن دو کمتر است از ۰٫۰۰۱

(در اعمال مذکور این علامت < نشانه کوچکتر است مثلا اگر بخواهیم بنمائیم که ۴

... ۱۶۲ بر عکس اگر بخواهیم بنمائیم که ۳ بزرگتر است از ۲ چنین

می‌نویسیم ۲ > ۳ (۳) از آنچه ذکر شد مطلب استنباط میشود که اگر عددی معادل باشد با
سلسلهٔ اعشار متشخص یا غیر متشخص که بتوان معلوم نمود و آن سلسله محدود باشد
یا غیر محدود و ما به رقم اول اعشار اکتفا کنیم مقدار آن عدد تا $\frac{1}{10^n}$ تقریب بدست آمده
میتوان بدستور ذیل مقدار هر عدد را تا نصف واحد تقریباً اضافی یا نقصانی از مرتبهٔ مشخصهٔ
ن بدست آورد بدستور سابق تا رقم اعشار مرتبهٔ ن را حفظ میکنیم و سایر ارقام
تالیه را محو میکنیم و نظر میکنیم برقمی که تالی مرتبهٔ ن است پس اگر آن رقم از ۵
کمتر باشد عدد محفوظ مقدار مطلوب است و اگر ۵ باشد یا بیشتر از ۵ باید یک واحد
بر رقم مرتبهٔ ن که محفوظ داشته‌ایم افزود و از این قرار در مثال سابق این عدد
۵۷٫۴۳۳ مقدار تقریبی عدد ۵۷٫۴۳۲۸۴۵۱ است و تقریباً اضافیش
نصف هزارم است زیرا که بر آن عدد مقدار ۰٫۰۰۱ اضافه کرده‌ایم و مقدار ۰٫۰۰۰۸۴۵۱
از او کاسته‌ایم پس مقدار افزایش چنین میشود

۰٫۰۰۱ − ۰٫۰۰۰۸۵۱ = ۰٫۰۰۰۱۵۴۹

در تعیین مقدار حاصل ضرب و خارج قسمت تا یک واحد تقریباً از هر مرتبه که خواسته باشیم

درس (۱۸)

۱۷۵ بسا باشد که در عملیات کفایت کند از تحصیل عدد مطلوب کمتر از یک واحد اعشار
تقریباً از هر مرتبهٔ مشخصه و نظر باین نکته میتوان محاسبات اعداد اعشاری را که صاحب ارقام
زیاد باشند سهل و مختصر نمود چنانچه در عمل ضرب و قسمت تقریبی قواعدی هست مختصرتر از آنچه
ذکر شد در (۱۵۵) و (۱۶۵) چونکه آن قواعد عموماً مطول میباشند و بلکه اگر دو عدد
مفروض صاحب اعشار زیاد باشند غیر ممکن الاستعمال اکنون مشغول میشویم بذکر این قواعد مختصر

در اختصار

در اختصار عمل ضرب

۱۷۶ چون خواهیم بطریق اختصار و تا کمتر از یکی از احد اعشار تقریباً از مرتبهٔ مشخصه معلوم کنیم حاصل ضرب دو عدد صحیح یا اعشار را که صاحب ارقام زیاد باشند باید بدستور ذیل رفتار نمود و آن منسوب است به اوکتِرِد نام مهندس

قاعده مضروب را بطریق رسمی بنویسید و بعد رقم احاد مضروبٌ‌فیه یا صفری را که قائم مقام او باشد قرار دهید در تحت رقمی از مضروب که یکصد مرتبه پیشتر از مرتبهٔ تقریب مطلوب باشد و بعد سایر ارقام مضروبٌ‌فیه را بعکس ترتیب رسمی بنویسید یعنی عشرات و مات و غیره را در یمین آن رقم قرار دهید و دهم و صدم و غیره را در یسار آن رقم و بعد ابتدا از یمین مضروبٌ‌فیه ادوار ارقام مضروبٌ‌فیه ضرب کنید بنابر آنکه در هر ضرب جزو ابتدا نکنید جز بر رقمی از مضروب که واقع باشد فوق رقم منظور مضروبٌ‌فیه و حاصل ضربها را بترتیب زیر همدیگر بنویسید بنابر آنکه رقم اول سمت یمین هر کدام را قرار دهید در تحت رقم اول سمت یمین حاصل سابق خود و بعد ستون بستون جمع کنید

چون مراتب بدست آمد از سمت یمین حاصل جدا کنید دو رقم اعشار بیشتر از آنچه در مخرج تقریب مطلوب باشد و بر دو رقم آخر سمت یمین اعشار قلم محو بکشید و واحدی بر رقم آخر محفوظ بیفزایید پس آنچه نتیجه شد حاصل ضرب دو عدد مفروض است تا کمتر از یکی از احد تقریب نقصاً یا اضافةً از مرتبهٔ مشخصهٔ اعشار

۱۷۷ مثال میخواهیم حاصل ضرب این عدد را ۷,۴۸۹۵۴۵۸۲۴ در این

عدد ۵۷۶۸٫۳۴ تا کمتر از ۰٫۰۱ بتقریب معلوم کنیم

چون واحد تقریب از مرتبه صدم است رقم ۳ آحاد را در زیر رقم ده هزارم مضروب فیه قرار میدهیم بنابر آنکه بترتیب سایر ارقام مضروب فیه را معکوس بنمائیم چنانچه در اصل قاعده ذکر شد و بعد عمل ضرب را بهمان دستور که ذکر شد مجری داریم

```
۷۴۸۹۶۰۵۸۴
 ۵۷۶۸٫۳۴
―――――――――
۲۹۹۵۸۴۰
۲۲۴۶۸۸
۵۹۹۱۳
۴۴۸۸
۵۱۸
۳۵
―――――――――
۳۲۸٫۵۴۸۱
۳۲۸٫۵۵
```

بروفق قاعده ضرب نمودیم اولا ۷۴۸۹۶۰ را در ۴ و ثانیا ۷۴۸۹ را در ۳ و هکذا و حاصل ضربها را تحت همدیگر نوشتیم بنابر آنکه حاصل ضرب تقریبی ارقام اول سمت یمین آنها را مقابل همدیگر قرار دادیم و بعد تحت جمع کردیم و چهار رقم اعشار حذف نمودیم یعنی دو رقم بیشتر از آنچه در کسر تقریب ۰٫۰۱ بود و بالجمله دو رقم آخر سمت یمین را حذف نمودیم و دو واحد بر رقم اخیر محفوظ اضافه کردیم پس حاصل شد ۳۲۸٫۵۵ و آن حاصل ضرب تقریبی دو عدد مفروض است تا کمتر از ۰٫۰۱ اعشار

برهان

اولا در مثال مذکور جمیع حاصل ضربهای اجزاء و بنابراین حاصل ضرب کل از جنس ده هزارم میباشند (یعنی آحادشان یکصد مرتبه ترتیباً از واحد تقریب) و از این بابت بود که ارقام اول سمت یمین را از زیر یکدیگر نوشتیم و بعد از جمع چهار رقم اعشار حذف نمودیم

حکم مذکور بسهولت تحقیق میشود از این قرار (مطلب را میتوان بطریق عام مبرهن کرد ولیکن بنظر ما آسانتر است که در ضمن مثال تحقیق کنیم و به ثبوت رسانیم چنانچه در سایر احکام همین طور رفتار کرده ایم)

ضرب اول عدد ۷۴۸۹۶۰ صد هزارم را ضرب کردیم در ۴ عشر یعنی در ۰٫۴ تا صد هزارم

باین صورت $\frac{۷۴۸۹۶۰\times۴}{۱۰۰۰۰} = \frac{۷۴۸۹۶۰}{۱۰۰۰۰۰}\times ۴۰$ پس حاصل اول ۷۴۸۹۶۰ × ۴
چون مشخص شد از جنس ده صد هزارادم میشود

ضرب دوم عدد ۷۴۸۹۶ ده هزارم را ضرب کردیم در ۳ و ظاهر است که انحاصل ۷۴۸۹۶ × ۳ نیز از جنس ده هزارادم میشود

ضرب سوم عدد ۷۴۸۹ هزارم را ضرب کردیم در ۸ دهم یعنی $\frac{۸}{۱۰}\times\frac{۷۴۸۹}{۱۰۰۰} = \frac{۷۴۸۹\times۸}{۱۰۰۰۰}$ پس حاصل سوم ۷۴۸۹ × ۸ نیز از جنس ده هزارادم است وبهمین وجه سایر حاصلها را تحقیق میکنیم

ثانیا چون عدد ۵۴۸۱ ,۳۲۸ را عوض حاصل ضرب دو عدد مفروض بگیریم تقریبش کمتر میشود از یکصدم مرتبه اعشار

زیراکه اولا آنچه بحساب نیاید و منظور نشد از سمت یمین اولین مفروب جزو ۷۴۸۹۶۰ صد هزارم کمتر است از آ صد هزارم وچون اعتنا نکنیم بضرب این جزو مضروب در ۴ عشره که ۴۰ باشد تقریبی واقع میشود کمتر از ۰۰۰۰۰ × ۴۰ , ۰ که ۴ ده هزارم است

ثانیا آنچه بحساب نیاید از سمت یمین دوئمین مضروب ۷۴۸۹۶ ده هزارم مقدارش کمتر است از آ ده هزارم وچون اعتنا نکنیم بضرب این جزو مضروب در ۳ تقریبی واقع میشود کمتر از ۳ ده هزارم ثالثا انچه واقع است در یمین ستوئمین مضروب جزو ۷۴۸۹ هزارم کمتر است از ۱ هزارم و حاصل غیر معتنا به این جزو مضروب در ۸ دهم کمتر است از $\frac{۸}{۱۰}\times\frac{۱}{۱۰۰۰}$ یعنی از ۸ ده هزارادم وهمچنین در سایر ... هزارادم وبهمین وجه ثابت میکنیم که تقریب نقصانی واقع در هر حاصل جزو کمتر است از القدر ده که بعد از آحاد در قسم نظیرش از مضروب فیه باشد و چون جمیع تقریبات جزو را جمع کنیم و بسنجیم بحاصل جمع ۵۴۸۱ ,۳۲۸ که در عوض حاصل ضرب حساب شده زود

معلوم میشود که تقریب نقصانی بهمه جهة کمتر است از انقدر یده هزادم که برابر آحاد مجموع ارقام مشتعلهٔ مضروب فیه باشد

چنانچه در مثال ما آن تقریب کمتر میشود از ۵ + ۷ + ٤ + ۸ + ۳ + ٤ یعنی از ۳۱ ده هزادم پس بطریق اولی کمتر است از یکصدم که معادل ۱۰۰ ده هزارم باشد تا انتها چون هر وقت بگوئیم حاصل ضرب تا کمتر از ۰۱ ، ۰ تقریب باشد غالب آنست که میخواهیم بر رقم صدم توقف کنیم

پس اگر دو رقم زیادتی ۸۱ را همین طور حذف کنیم تقریب تا نوعی واقع میشود بمقدار ۸۱ ده هزارم که چون بر تقریب اول اضافه شود ممکن است در اکثر حالات از حد مشخصهٔ تقریب یکصدم تجاوز نماید لهذا بعد از حذف دو رقم اخیر سمت یمین الطور کلی واحد اضافه کنیم بر رقم اخیر محفوظ که در مثال ما رقم صدم باشد و از این قرار در آخر سه تقریب واقع میشود دو تقریب نقصانی هر کدام کمتر از یکصدم و تقریب اضافی بمقدار یک صدم و بعد از نکاتی که عدد ۵۵ ، ۳۲۸ را عوض حاصل ضرب بگیریم تقریب حقیقی کمتر میشود از یک صدم پس بمقصود خود رسیده ایم

تنبیه هرگاه مجموع ارقام مشتعلهٔ مضروب فیه و عدد دو رقمی که از آخر حاصل حذف میکنیم میزان هر دو جمله کمتر شود از ۱۰۰ آنوقت لازم نیست که واحد بر رقم اخیر محفوظ اضافه کنیم و چون آنرا بحالت خود واگذاریم تقریب نقصانی حاصل ضرب مطلوب همان قدر است که میخواستیم

مثال میخواهیم حاصل ضرب این عدد را ۳۲۷ ۴۸۵ ، ۳۷ ۵ در این عدد ۵۳۷۸۴ ، ۴ تا کمتر از ۰۰۱ ، ۰ تقریب بدست آوریم

حاصل ضرب این است ۰۷ ۰۲ ۳۹ ، ۲۴ ۲۴ و چون بنگرائیم مجموع ارقام مضروب فیه را که ۳۱ باشد بر عدد ۰۷ که از دو رقمی که باید از سمت یمین حاصل حذف کرد میزان ۳۸ میشود

وچون ۲۴۳۹,۰۲ را عوض حاصل اختیار کنیم مجموع دو تقریب نقصانیش کمتر میشود از ۰,۳۸ هزارم و بطریق اولی کمتر از ۰,۰۱ پس معلوم شد که ۲۴۳۹,۰۲ حاصل ضرب مطلوبست تا کمتر از ۰,۰۱ تقریب نقصانی

در مثال اول مجموع ارقام که ۳۳ باشد باضافهٔ عدد محذوف ۸۱ از ۱۰۰ تجاوز میکند و تقریب نقصانی کمتر میشود از ۸۱ + ۳۳ یعنی از ۱۱۴ ده هزارم و نمیتوان مطمئن شد که کمتر از ۰,۰۱ هم باشد لهذا بر رقم اخیر محفوظ واحدی اضافه نمودیم و در اینصورت میدانیم که حاصل ۳۲۸,۵۰۵ تقریبش اضافی است یا نقصانی

تنبیه

۱۷۸ در مقام اجرای قاعدهٔ سابقه ممکن است که بعضی ارقام مضروب فیه بی فایده در طرح افتد

مثال میخواهیم حاصل ضرب این عدد را ۳۴۵,۳۸۵۷۴۲۶ در این عدد ۸۴,۵۴۹۳۲۶۷۴۲۸ تا ۰,۰۱ تقریب مشخص کنیم

از قرار دستور العمل صورت حساب چنین میشود

```
        ۳ ۴ ۵,۳ ۸ ۵ ۷ ۴ ۲ ۶
۸ ۲ ۴ ۷ ۶ ۲ ۳ ۹ ۴ ۵,۴ ۸
---------------------------
        ۲ ۷ ۶ ۳ ۰ ۸ ۵ ۹ ۲
          ۱ ۳ ۸ ۱ ۵ ۴ ۲ ۸
            ۱ ۷ ۲ ۶ ۹ ۲ ۵
              ۱ ۳ ۸ ۱ ۵ ۲
                ۳ ۱ ۰ ۷ ۷
                  ۱ ۰ ۳ ۵
                      ۶ ۸
                      ۱ ۸
---------------------------
        ۲ ۹ ۲ ۰ ۲,۱ ۲ ۹ ۵
        ۲ ۹ ۲ ۰ ۲,۱ ۳
```

حاصل ضرب تقریبی

بعد از ترتیب عمل قاعده را بدون تصرف جاری نمودیم و در رقم ۶ توقف نمودیم از آنجهت که بموافق
قاعده بعد از آن رقم چیزی نداریم در او ضرب کنیم از این قرار چهار رقم از سمت یمین مضروب فیه
متروک شده و این سبب تقریبی دیگر است که در مثال اول مسطور بیان ورده بودیم ولی بطور کلی
در نتیجه اثری ندارد و نباید در عملیات اعشاری استثنا کرد

ولی اگر بخواهیم حد تقریبی را که در حاصل پیدا شده مشخص کنیم آن وقت بدستور ذیل رعایت از او میکنیم
هر چند باشد عدد ارقام متروکه سمت یمین مضروب فیه مفروض رعایت
ترک باین است که در تشخیص حد تقریب اضافه کنیم بر مجموع ارقام مستعمله مضروب فیه
او این رقم یا بعبارت مضروب را با اضافه واحد و آن در مثال ما ۱+۳
یعنی ۴ (مقصود ما از رقم یا بعبارت آنست که صفر نباشد)

این قاعده زود تحقیق میشود در مثال سابق تمام مضروب به ۴ مائیه میرسد (یعنی ۴ واحد از مرتبه
رقم ۳ سمت یسار) و تمام ارقامی که از سمت یمین ۶ مضروب فیه ترک شده کمتر است
از یک از مرتبه سوم (یعنی از یک واحد مرتبه رقم ۶) و بنابراین چون ترک نمائیم ضرب مضروب را
در این جزء مضروب فیه تقریبی واقع میشود کمتر از ۰٫۰۰۰۱ × ۴ = ۰٫۰۰۰۴ یعنی از ۴ ده‌هزارم
(که ۱+۳ ده‌هزارم باشد) و حد تقریب از بابت اختصار او متروکات مضروب چون بطریق
مثال اول مشخص شود بقرار این است

(۶+۲+۳+۹+۴+۵+۴+۸) ده‌هزارم

و حال باید از بابت متروکی مضروب فیه نیز آنچه ده‌هزارم را بر مجموع اضافه کرد پس قاعده
الحاقیه ما محقق شد

۱۷۹ تنبیه دوم در عملیات ممکن است که من باب رعایت قاعده لازم شود مضروب را
بچند صفر تکمیل نمائیم و در این صورت تقریبی تازه واقع شود بضرب مضروب در ارقامی که از مضروب فیه

تحت آن اصفار و تحت رقم اول باقی سمت یسار شان واقع شده باشند و در چنین حالت برای تحدید تقریب باید این ارقام مضروبٌ فیه را بر سایر ارقام مستعمله اضافه نمود

مثال میخواهیم حاصل ضرب ۵۷٫۳۸۵ را در ۴۵۸٫۳۷۴۲ تا کمتر از ۰٫۱ در تقریب مشخص کنیم

۱۸۰ نکتهٔ کلی قاعدهٔ اختصار ضرب بروجهی که بیان شد عام است و مستعمل هر چند زیاد باشد و محدود یا غیر محدود عدد ارقام اعشاریه و عوامل مفروض

۱۸۱ ولی قیدی هست که باید برداشت این است که فرض کردیم مجموع ارقام مستعملهٔ مضروبٌ فیه کمتر از ۱۰۰ باشد و این حالت بیشتر اتفاق می افتد

پس اگر مجموع از ۱۰۰ تجاوز کند (این حالت بسیار نادر است و میتوان قبل از عمل معلوم نمود) رقم آحاد مضروبٌ فیه را تحت رقمی از مضروب بنویسیم که هزار مرتبه پست تر باشد از مرتبهٔ تقریب و از این قسم ارقام اعشار حاصل ضرب سه رقم بیشتر است از آنچه ما میخواستیم و حاصل مطلب این شد که از مضروب و مضروبٌ فیه نگاه داریم یک رقم بیشتر از آنچه را که در حاصل قاعده معین نمودیم

۱۸۲ هرگاه قید نداشته باشیم به مشخص کردن مقدار حقیقی رقم اخیر محفوظ حاصل ضرب و بدانستن حد واقعی تقریب در چنین صورت قاعدهٔ ما کافی باشد ولی اگر مقصود بیش از این باشد عمل ناتمامی دارد که باید باین طور پیش برد

سابقاً بر حاصل ضربی که بدست آمد و از مقدار حقیقی کمتر بود اضافه نمودیم عدد اعشاری را که برای حد تقریب نقصانی مشخص نموده بودیم و آن در مثال (۱۷۸) ۵ ده هزارم بود و ظاهر است که چنین حاصل جمعی بزرگتر میشود از حاصل ضرب حقیقی ح پس این نامساوی در آن مثال نوشته میشود

۲۹۲۰۲٫۱۲۹۵ < ح < ۲۹۲۰۲٫۱۳۴۰

ارقام سمت یسار که مشترک باشند در این دو مقدار تقریبی متعلق میشوند بمقدار حقیقی حاصل ضرب
در این مثال تا یک رقم اعشاری مشترک نیست یعنی تا رقم دهم چنانچه در مثال اول (۱۷۶)
نیز همین طور میشود ولیکن غالب آنست که تا دو رقم اعشار که از مرتبهٔ صدم باشد مشترک میشود

۱۸۳ و حال قاعدهٔ دیگر ذکر میکنیم که بجمیع مسائل تقریب تعلق بگیرد

دستور العمل عام و درست در معلوم کردن رقم اخیری که در محاسبات تقریبی بخواهیم باو توقف کنیم اینست که عمل را چنان مجری داریم که گویا مقصود تشخیص عدد بود تا کمتر از یک واحد از مرتبهٔ که بلاواسطه پست تر از حد تقریب مفروض باشد و چون نتیجه بدست آمد رقم اخیر را محو کنیم پس اگر آن رقم اخیر ۹ باشد باید یک رقم بیشتر مشخص نمود و این دستور العمل را باید معمول داشت جز آن وقت که راه سهلتر و درست نباشد

۱۸۴ امثلهٔ مشق میخواهیم حاصل ضرب ۵۳۷٫۴۸۵۳۲۷ را در ۴٫۵۳۷۸۴ تا کمتر از ۰٫۰۱ بتقریب معلوم کنیم جواب ۲۴۳۹٫۰۳

میخواهیم حاصل ضرب ۵۳۵٫۵۸۲۷ را در ۴۵٫۵۳۷۴۳ تا ۰٫۱ بتقریب معلوم کنیم جواب ۲۴۳۸۹٫۱

میخواهیم حاصل ضرب ۵۳٫۸۷۴۲۶ را در ۵۸٫۴۷۹۶۴۲۸ تا کمتر از یک واحد بتقریب معلوم کنیم جواب ۳۱۵۱

امثلهٔ دیگر نیز در آخر باب دو در خاتمهٔ جزو محاسبات هندسی ذکر شده بآنجا رجوع کنند

در اختصار قسمت

۱۸۵ اختصار عمل قسمت مبنی بر این اصل است

اصل هرگاه بدون تصرف در مقسوم ارقام اعشاری چند از سمت یمین

مقسوم علیه حذف کنیم تقریبی اضافی در خارج قسمت دست میدهد که مقدار بیش کمتر است از خارج قسمت همین خارج قسمت بر مقسوم علیه مختصر شده که بجای مرتبه نوشته شده باشد

مثلاً میخواستیم عددی را بر ۵۷٫۲۴۲۸ قسمت کنیم قسمتش نمودیم بر ۵۷٫۲۴ پس تقریب اضافی در خارج قسمت واضح شد کمتر از خارج قسمت ثانوی همان خارج قسمت بر ۵۷۲۴

برهان فرض میکنیم ح خارج قسمت حقیقی آن عدد باشد بر ۵۷٫۲۴۲۸ در این صورت

مقسوم مفروض = ۵۷٫۲۴۲۸ × ح = ۵۷٫۲۴ × ح + ۰٫۰۰۲۸ × ح

$$\frac{\text{مقسوم}}{\text{۵۷٫۲۴}} = \text{ح} + \frac{\text{۰٫۰۰۲۸} \times \text{ح}}{\text{۵۷٫۲۴}}$$

معلوم شد که چون مقسوم را بر ۵۷٫۲۴ قسمت کنیم خارج قسمتش بزرگتر میشود از خارج قسمت حقیقی ح بمقدار $\frac{\text{۰٫۰۰۲۸} \times \text{ح}}{\text{۵۷٫۲۴}}$ که معادل است با $\frac{\text{۰٫۲۸} \times \text{ح}}{\text{۵۷۲۴}}$ و ظاهر است که این تقریب اضافی کمتر میشود از $\frac{\text{ح}}{\text{۵۷۲۴}}$ فهو المطلوب

۱۸۴ حال قاعده ذکر کنیم در اختصار عمل تقسیم و تحصیل خارج قسمت دو عدد صحیح یا اعشاری که صاحب ارقام زیاد باشند تا کمتر از یک واحد اعشار معینی تقریب

قاعده من باب ثانی کاد ممیز مقسوم را قرار دهید بعد از آن رقمی که همرتبهٔ واحد تقریب باشد و بعد معلوم کنید که خارج قسمت چنین مقسوم ثانوی بر مقسوم علیه مفروض صاحب چند رقم صحیح میشود تا مرتبهٔ آحاد صحیح عدد آن ارقام را در خارج بنویسید و بهمان عدد صفر در یمینش قرار دهید و از یسار مقسوم علیه آن قدر رقم جدا کنید که قطع نظر از ممیزش عددی شود اقلاً برابر عددی که اکنون ترتیب دادیم و سایر ارقام سمت یمینش را محو کنید و از سمت یسار مقسوم نیز آن قدر رقم جدا کنید که قطع نظر از ممیزش

عدد شود شامل مقسوم علیه مختصر شده و از ابراین قسمت میکنیم و چون در خارج قسمت رقم اول نوشته شد و فی با اول بدست آمده رقمی تازه از سمت یمین مقسوم علیه محو کنید و فی با اول را بر این مقسوم علیه تصرف شده قسمت کنید و چون رقم دوم در خارج قسمت پیدا شد و فی با دوم بدست آمد رقمی تازه از یمین مقسوم علیه محو کنید و فی با دوم را بر این مقسوم علیه مختصر شده قسمت کنید و همین ترتیب پیش روید بنا بر آنکه بعد از هر قسمت جزو رقمی از مقسوم علیه را محو نمائید تا آنکه در خارج قسمت بعدد کاول مشخص شده رقم نوشته شود از فرق علامت مميزه را در محلی قرار دهید که رقم اخیر سمت یمین از جنس مرتبه واحد تقریب باشد.

۱۸۷ مثال میخواهیم خارج قسمت این عدد را ۲۷۳۲۴۶۵۷۳۴ بر این عدد ۸۲۵٫۳۴۸۲۶۴ تا کسر از ۱۰۰۰ دو یعنی بحصل تعیت کنیم

ممیز مقسوم را بعد از رقم هزارم قرار میدهیم و از روی قاعده مذکوره قسمت میکنیم

۲۷۳۲۴۶۵۷٫۳۴ را بر ۸۲۵٫۳۴۸۲۶۴

۲۷۳۲۴۶۵ (مقسوم)	۷٫۳۴	۸۲۵٫۳۴۸۲۶۴ (مقسوم علیه)	۴۶۴
۲۵۶۴۲۱		۳۳۱۰۶	خارج
۸۸۱۹		۳۳٫۱۰۶	
۶۶۵			
۷۴			

۵۰۰۰۰۰

در تعیین عدد ارقام خارج تا مرتبه احاد عشر همین قدر کافی است که بخیال ممیز مقسوم علیه را آنقدر بسمت یمین حرکت دهیم که عدد سمت یسارش مقسوم را تا یک مرتبه شامل شود و نرسد به ۱۵ مرتبه تا مرتبه احاد صاحب

در مثال ما ممیز را با ید پنج مرتبه حرکت داد پس خارج قسمت پنج رقم شود (و در حقیقت

ظاهر ۸

ظاهر است که مقسوم کمتر است ۱۰۰۵۰۰ برابر مقسوم علیه و ۱۰۰۰۵ مرتبه او را شامل است)
عدد پنج را در یسار خارج تویس کردیم و پنج صفر هم در پیش قرار دادیم چنین شد ۵۰۰۰۰۰
و از یسار مقسوم علیه آنقدر رقم جدا کردیم که قطع نظر از ممیز عددش اقلاً مساوی شود ۵۰۰۰۰۰
و آن عدد ۸۲۵۳۴۸ است و سایر ارقام سمت یمین را محو کردیم و بین مقسوم علیه مختصر شده
ابتدا کردیم و بر وفق قاعده پیش رفتیم بنابر آنکه در هر قسمت جزو رقمی تازه از یمین مقسوم علیه محو کردیم
تا در خارج قسمت پنج رقم بدست آوردیم آنوقت سه رقم اعشار را از سمت یمینش جدا کردیم
تا رقم آخر خارج قسمت از مرتبه هزارم شود این عدد بدست آمد ۱۰۶,۳۴۳ که خارج
قسمت دو عدد مفروض است تا کمتر از ۰,۰۰۱ بتقریب نقصانی یا اضافی (چون مجموع
ارقام خارج قسمت هر کدام باضافه واحد ۱۷ میشود و آن کمتر است از باقی ۷۴ خارج
قسمت تقریبش نقصانی میشود)
برهان چون ممیز مقسوم را سه مرتبه بسمت یمین نقل نمائیم خارج قسمت ضرب میشود در ۱۰۰۰
ولی بعد از آنکه در آخر سه رقم اعشار را از یمین خارج قسمت جدا کنیم عود میکند بمقدار حقیقی خود
و در حقیقت آحاد خارج قسمت ۳۴,۵۷۶۴۲۳۲۷۳ بر ۸۲۵,۳۴۸۲۶۴ هزار
برابر خارج قسمت دو عدد مفروض میشوند پس اگر ثابت کنیم که خارج قسمت ۱۰۶,۳۴۳
تقریبش کمتر از واحد است ضمناً ثابت میشود که تقریب خارج قسمت مطلوب کمتر از یک هزارم است
و اکنون مقصود ما اثبات این مطلب است از روی اصل ۱۸۵ (در ۱۸۵ چنین.
فرض نمودیم که ارقام محو شده از جنس اعشار باشند و این فرض ممکن است همیشه وقوع پیدا
کند چونکه موافق همان قاعده در قسمت اول سمت یسار مقسوم علیه هرگز محو نمیشوند و بی آنکه
ادنی تغییری در خارج قسمت پیدا شود یا در محاسبات ما تعمیم معمول داشتیم میتوان فرض کرد
که ممیز مقسوم علیه حرکت کرده در یمین رقم دوم که دنبال آنکه ممیز مقسوم را نیز

بهمان قدر مرتبه سیر و هیم و از این قرار در مثال ما میتوان مقسوم را باینصورت نوشت

۲۷۳۳۴۴۶۵٫۷۳۴ و مقسوم علیه را باینصورت ۸۲٫۵۳۴۸۲۶۴

و چون مقسوم و مقسوم علیه باینصورت نوشته شد ظاهر است که جز از ارقام اعشار جزئی محو شده (اول باید ملاحظه نمود که در مقسوم ... نشده چونکه تقسیم جزو ما مطابق قاعدهٔ رسمی قسمت است (۱۴۷) که اینجا تعلق گرفته بر قسمت خود مقسوم با قسمت باقی تمام بر مقسوم علیه مختصر شده بنظر خود

ولیکن مقسوم علیه چندین مرتبه مغشوش شده

اولاً نوبت اول که مقسوم علیه را مختصر نمودیم در خارج قسمت تقریباً اضافی واقع شد کمتر از خارج قسمت همین خارج قسمت بر مقسوم علیه مختصر شده که بی تمیز نوشته شود باینصورت ۸۲۵۳۴۸ (۱۸۵) و خارج قسمت تا مرتبهٔ آحاد صاحب پنج رقم است و کمتر نباشد از ۱۰۰۰۰۰ بنابراین

تقریب عمل (< $\frac{\text{این خارج قسمت}}{825348}$ و بطریق اولی < $\frac{100000}{500000}$ یعنی از $\frac{1}{5}$

ثانیاً بعد از اولین قسمت جزو مرتب بتکمیل خارج قسمت باید بر قسم عشرات الحق نمود خارج قسمت باقی تمام اول را بر مقسوم علیه مختصر شده ۸۲۵٫۳۴۸ پس تازه از همین این مقسوم علیه قسمت کردیم و باین سبب در خارج قسمت متمم تقریب اضافی تازه اتفاق افتاده کمتر از خارج قسمت همین خارج قسمت بر مقسوم علیه جدید مختصر شده که بی تمیز نوشته شود باینصورت ۸۲۵۳۴ و این خارج قسمت چهار رقمی کوچکتر است از ۱۰۰۰۰ پس

تقریب جدید (< $\frac{\text{این خارج قسمت}}{82534}$ و بطریق اولی < $\frac{10000}{50000}$ یعنی از $\frac{1}{5}$

ثالثاً در سومین قسمت جزو رقمی تازه از مقسوم علیه محو میکنیم و در باقی متمم خارج قسمت

ذکر آن قسمت باشد تقریب جدیدی واقع میشود کمتر از خارج قسمت این خارج قسمت بر مقسوم علیه مختصر
شده جدید رقمی ممیز نوشته شود بصورت ۳ ۵ ۲ ۸ و این تقریب کمتر میشود از $\frac{1000}{5000}$ یا $\frac{1}{5}$ که
و هلذا در هر قسمت جزو چون مقسوم علیه را مختصر نمیکنیم تقریبی اضافی واقع میشود کمتر از $\frac{1}{5}$ و چون
مقسوم علیه را پنج مرتبه مختصر نموده ایم مجموع تقریبات اضافی کمتر میشود از پنج خمس یعنی از واحد
و تقریب نه همین تنها بود بلکه بعد از آخرین قسمت جزو باید خارج قسمت را تکمیل نمود بکسری که صورتش
باقی اخیر باشد و مخرجش آخرین مقسوم علیه مختصر شده و ما این کسر را اعتنا نکردیم و بنابراین در
خارج قسمت تقریبی دیگر واقع میشود نقصانی کمتر از واحد حاصل آنکه در خارج قسمت دو نوع تقریب واقع شده
یکی اضافی کمتر از واحد که مجموع تقریبات سابقه است دیگر نقصانی آنهم کمتر از واحد و تفاضل این
دو تقریب تقریب واقعی است و آن کمتر از واحد فهو المطلوب

١٨٨ تتمه بعد از آنکه عدد ارقام خارج قسمت (تا مرتبه آحاد) معین شد مشغول
قسمت شدیم بی آنکه ممیز مقسوم و مقسوم علیه را رعایت کنیم این عمل مبنی بر قضیه ذیل است
که در قسمت دو عدد اعشاری باید آن دو را بی رعایت ممیز بر هم قسمت کرد بنابر آنکه آخر عمل
ممیزی در مرتبه مناسبی از خارج قسمت قرار داد و ما محل این ممیز خارج قسمت را قبل از
شروع مشخص کردیم

١٨٩ قاعده اختصاری عمل قسمت کلی است و عام هر چند باشد عده ارقام
دو عدد مفروض محدود یا غیر محدود
مسائل متعلقه باین اعمال در خاتمه کتاب بعنوان محاسبات هندسی ضبط است
حالات اتفاقیه اکنون ذکر کنیم بعضی حالات اتفاقیه را که ممکن است ظاهر شود
١٩٠ ممکن است چنین اتفاق افتد که مقسوم علیه صاحب ارقام زیادی
نباشد که باقتضای قاعده میبایستی از یسار شروع جدا نمود

درچنین حالت میبایست قاعدهٔ رسمی قسمت را معمول داشت تا آنکه عدد ارقام باقی مشخص کردنی خارج قسمت با حاصل همان قدر عدد صفر کمتر باشد از مقسوم علیه مفروض آنوقت باید در باقی اخیر و در مقسوم علیه قاعدهٔ بعد را اجرا داشت تا تمام ارقام خارج قسمت بدست آید و این حکم محتاج برهان نیست

۱۹۱ حالت دوم آنست که یکی از باقی ماندها مقسوم علیه مختصر شده نظیر خود را ۱۰ مرتبه شامل شود

دراینصورت عمل باینجا رسید باید قسمت را ختم کرد و در همین آخرین رقمی که در خارج قسمت مشخص شده است فقط ۹ مکرر نوشت که برابر عدد ما بقی ارقامی شود که میبایست در خارج قسمت تقریبی مطلوب بدست آورد و چنین خارج قسمت تقریبش بنقصانی است کمتر از یک واحد

مثال میخواهیم خارج قسمت ۲۳۱۶۶۲۶۸۰۶،۱۷۴۹ را بر ۵۳۸۷۶۵،۳۲۷ تا کمتر از یکواحد بتقریب مشخص کنیم

در ۱۸۷ ذکر شد تمیز مقسوم علیه را انجا بسر میدهیم تا معلوم شود که خارج قسمت مطلوب صاحب چهار رقم است و قاعدهٔ کلی را معمول میداریم

۴۰۰۰۰	۲۳۱۶۶۳	۶۸۰۶،۱۷۴۹	۵۳۸۷۶	۵،۳۲۷
	۱۶۱۵۸		۴۲۹۹	
	۵۳۸۴			

ابتدا از دو قسمت باقی میماند ۵۳۸۴ و آن ۱۰ مرتبه مقسوم علیه مختصر شدهٔ خود را که ۵۳۸ باشد شامل میشود و میبایست دو رقم دیگر در خارج قسمت تقریبی مشخص بشود پس بعد از آخرین رقم معین ۲ رقم ۹ را دو مرتبه مینویسیم باینصورت ۴۲۹۹ و این خارج قسمت دو عدد مفروض است بتقریب بنقصانی تا کمتر از واحد

برهان نیز آنکه در خارج قسمت غلطی نشود یا در محاسبات معموله اختلافی بروز نکند معلوم است

مقسوم

مقسوم علیه را فرض کرد چنین باشد ۵۳٫۸۷۶۵۳۲۷ و مقسوم چنین ۲۳۱۶۶۲٫۶۸۰۶۱۷۴۹

(نظر کنید بشرح ثانی ۱۸۷) و در ابتدا طرز حساب و دلیل همان طور است

که در ۱۸۷ ذکر شد و از تقرار باقی ۵۳۸۴ میشود و از اینجا عمل قسمت بدو وجه تمام میشود

یکی آنکه باقی تمام ۵۳۸۴٫۶۸۰۶۱۷۴۹ را بر دو مین مقسوم علیه مختصر شد ۵۳٫۸۷

قسمت کنیم و مرتکب تقریب اضافه شویم کمتر از $\frac{2}{4}$ و دیگر آنکه همان باقی را

بر مقسوم علیه مختصر شده جدید ۵۳٫۸ قسمت کنیم با تقریب اضافی کمتر از $\frac{3}{4}$

(چونکه مقسوم علیه ۳ مرتبه مختصر شده پس اگر بر ۵۳٫۸۷ قسمت کنیم خارج قسمت کمتر میشود

از ۱۰۰ چونکه مقسوم ..۵۳۸۴٫۶۸ شامل نمیشود ۱۰۰ مرتبه ۵۳٫۸۷ را که ۵۳۸۷ باشد

و هرگاه بر ۵۳٫۸ قسمت کنیم خارج قسمت بزرگتر میشود از ۱۰۰ چونکه مقسوم ..۵۳۸۴٫۶۸

تجاوز میکند ۱۰۰ مرتبه ۵۳٫۸ را که ۵۳۸۰ باشد

پس هم خارج قسمت کمتر شد از ۱۰۰ ولی این صد بقدر $\frac{3}{4}$ از او بزرگتر نیست و

مقدارش ۹۹ است بتقریب نقصانی کمتر از واحد پس خارج قسمت تام تقریبی ۴۲۹۹ میباشد

این برهان کلی است و همه جا معمول باشد چونکه مبنی شد بر آنکه ۵۳۸۴ باقی نقسیمی باشد

که مقسوم علیهش ۵۳٫۸۷ است و علاوه بر آن ۵۳۸۴ شامل نشده است ۱۰ برابر

مقسوم علیهی را که بحذف یک رقم مختصر گشته

پس اصل قاعده کلی شد

۱۹۲ حالت سوم آنست که چون عمل بفهم از قواعد قاعده مرتب شد ممکن است

که اولین مقسوم علیه مختصر شده بعینه دو دنبالهٔ مقسوم مساوی شود

در چنین حالت خارج قسمت تقریبی تا کمتر از واحد اعشار مشخص و بعد از ارقام معین واحدی

باتحاق چند صفر مثال اول ۵۳۸۷٫۶۲۷۴٫۲۷۶۴۸ | ۵۳۸۷٫۶ | ۲۳۷۸۴۴۴

نقصانی ۰٫۰۰۰۱

مثال دوم ۵۳۸۷۶٫۴۳۷۸۹۴۴ / ۱۰۰۰ (اضافه) | ۵۳۸۷۶۲۲۴٫۲۷۶۴۸

در مثال اول مقسوم معادل میشود با ۱۰۰۰ برابر مقسوم علیه چونکه اگر در مقسوم علیه تمیز را سه مرتبه بسمت یمین نقل کنیم عددی حاصل میشود که کمتر از مقسوم و مقسوم ۱۰۰۱ برابر او را شامل میشود چونکه اگر مقسوم علیه را به ۱۰۰۰ برابر خویش تقسیم نمائیم عددی حاصل میشود بزرگتر از مقسوم پس خارج قسمت ۱۰۰۰ است بتقریب نقصانی

در مثال دوم مقسوم معادل نمیشود با ۱۰۰۰ برابر مقسوم علیه و آن ظاهر میشود باینکه تمیز مقسوم علیه را سه مرتبه بسمت یمین نقل کنیم و مقسوم از ۹۹۹ برابر مقسوم علیه تجاوز میکند چونکه اگر مقسوم علیه را از ۱۰۰۰ برابر خود تفریق کنیم عددی باقی میماند پست تر از مقسوم پس خارج قسمت واقع میشود ما بین ۹۹۹ و ۱۰۰۰ یعنی ۱۰۰۰ است بتقریب اضافی

امثلهٔ مشق

میخواهیم آ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹... قسمت کنیم و تا ۱۴ رقم در خارج قسمت معلوم کنیم (و آن مشخص کردن $\frac{1}{\pi}$ است یعنی واحد قسمت بر نسبت محیط بقطر)
جواب ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱۹۰۱۶

میخواهیم ده رقم اول خارج قسمت آ را بر ۰٫۴۳۴۲۹۴۴۸۱۹۰۳۲... معلوم کنیم (و آن عبارت از $\frac{1}{\text{م}}$ است[2]) جواب ۲٫۳۰۲۵۸۵۰۹۲
هر دو را جواب را باید تحقیق کرد باینکه آ را بر آنها قسمت کنند

میخواهیم خارج قسمت ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸... را بر ۵۷٫۲۸۹۷۴۲ تا کمتر از ۰٫۰۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم

میخواهیم حاصل ضرب آنقدر را در ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱... تا کمتر از ۰٫۰۰۰۰۰۱ بتقریب مشخص کنیم (آن خارج قسمت و این حاصل ضرب باید متساوی باشند)

[2] یعنی $\frac{1}{\text{[illegible]}}$ که در علم مخروطات بیان شده است

میخواهیم خارج قسمت ۷٫۳۹۴۸۲۷۱ را بر ۰٫۴۳۴۲۹۴۴۸۱۹.... تا ۰٫۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم

میخواهیم حاصل ضرب همان عدد را در ۲٫۳۰۲۵۸۵۰۹۲..... تا ۰٫۰۰۰۰۱ تقریب مشخص کنیم

(آن خارج قسمت و این حاصل ضرب باید متساوی باشند)

درخصوص تقریبات متعلقه متقابله در مفروضات مسئله و نتیجه آن (درس ۱۹)

۱۹۳ اشارات کلیه در محاسبات بسیار اتفاق می افتد که مقادیر حقیقی بعضی اعداد را بدل میکنیم بمقادیر تقریبی که اختلافشان قلیل باشد یا کثیر و این بنظر آنست که مقادیر حقیقی یا اصلاً معلوم نمیشد و یا بر فرض معلوم بودن صاحب ارقام عشاری بسیار بودند و چون در مفروضات اغتشاشی شد بطور کلی در نتیجه هم اغتشاشی دست میدهد پس برما لازم است که نسبت مابین تقریبات متقابله در مفروضات مسئله و در نتیجه را بدست آوریم تا بتوانیم بعضی را از بعضی استخراج کنیم و اکنون مقصود ما آنست که بعد از تقدمه بعضی تعریفات و اصول کلیه متعلقه به تقریبات چند از آن تعریفات که آسان تر باشند اینجا ذکر کنیم

تقریبی که در عدد واقع میشود بدو وجه میتوان تحدید کرد یکی مطلق بهمان اندازه که واقع شده (مثلاً در حساب عوض ۱۰۱ ذرع ۱۰۰ ذرع منظور آورده ایم تقریب عمل یکذرع شده) و دیگر بصورتیکه جزو مشخص باشد از عددی که در آن تقریب واقع شده (مثلاً عوض ۱۰۱ ذرع ۱۰۰ محسوب داشته ایم تقریب واقع $\frac{1}{101}$ است از مقدار حقیقی ۱۰۱ ذرع) پس یکذرع را تقریب مطلق گوئیم و $\frac{1}{101}$ را تقریب متعلق

بطور کلی تقریبات مطلقه باعتبار و فایده تقریبات متعلقه نمیرسند چونکه قلت و کثرت تقریب آنقدر که بستگی دارد به نسبت مقدار خود بآن عددی که در او واقع شده بستگی ندارد بمقدار مطلق خود و این مطلب از خارج ظاهر است مثلاً شخصی که مالک ۴۰ تومان باشد و یکتومان

با و خسارت وارد شود صدمه اش بیشتر است از آنکس که ۵۰۰ تومان داشته و ده تومان خسارت شد
با آنکه ده تومان بیشتر است از یک تومان و اینجا مقام آنست که بگوییم هر چیز نسبیست پس معلوم شد
که در عملیات بیشتر وقت محتاجیم برعایت تقریبات متعلقه لهذا مشغول ذکر او میشویم

۱۹۴ و اول تعریفات ادقت بیان کنیم

تعریفات در عمل دو نوع تقریب ممکن است واقع شود نقصانی و اضافی تقریب نقصانی است هرگاه
مقدار تقریبی کوچکتر از مقدار حقیقی باشد مثال عوض ۳٫۱۴۲۷ این عدد را ۳٫۱۴ استعمال
میکنیم و تقریب اضافی برخلاف اینحالت است اضافی گوییم مثال عوض ۳٫۱۴۲۷ ۳٫۱۴۳ استعمال میکنیم این عدد را
مقدار حقیقی عدد چون مبدل شد بمقدار تقریبیش تفاوت تفاضل مابین حقیقی و تقریبی را تقریب مطلق
گوییم و خارج قسمت تقریب مطلق را بر مقدار حقیقی تقریب متعلق نامیم
مثال اول چون عوض ۱۰۱ ذرع ۱۰۰ استعمال کنیم تقریب مطلق ۱ ذرع میشود و تقریب متعلق $\frac{۱}{۱۰۱}$ ذرع
مثال دوم بجای ۳٫۱۴۱۵ این عدد را ۳٫۱۴ استعمال میکنیم تقریب مطلق ۰٫۰۰۱۵
میشود و تقریب متعلق $\frac{۰٫۰۰۱۵}{۳٫۱۴۱۵}$ $\frac{۱۵}{۳۱۴۱۵}$
از روی تقریب متعلق بدقت معلوم میشود که تقریب مطلق چند یک مقدار حقیقی است
چنانچه در مثال اول تقریب مطلق یکذرع نسبت بمقدار حقیقی ۱۰۱ ذرع آنقدر میباشد $\frac{۱}{۱۰۱}$ و همچنین ۰٫۰۰۱۵
که ۱۵ ده هزارم تفقش میکنیم نسبت به ۳٫۱۴۱۵ یا به ۳۱۴۱۵ ده هزارم آنقدر میشود $\frac{۱۵}{۳۱۴۱۵}$

۱۹۵ تقریبات متعلقه اگر کسور کوچک باشند پس حاصلی که از ضرب دو تقریب یا چند تقریب
متعلق بدست آید بسیار قلیل است نسبت بآن تقریبها مثلا دو تقریب متعلق فرض میکنیم یکی ۰٫۰۰۱
و دیگر ۰٫۰۰۰۱ پس حاصل ضرب آنها یعنی ۰٫۰۰۰۰۰۰۱ به نسبت ۱۰۰۰۰ مرتبه پست تر است از تقریب
اول و ۱۰۰۰ مرتبه پست تر از تقریب دوم این نکته برای اختصار قواعد اعمال تقریبی مفید است چنانچه مثلا
حاصل ضرب دو یا چند تقریب متعلق را هیچ اعتنا نکنیم و منظور ننماییم هرگاه این حاصل

و در جمع با تقریبهای خود آن تقریبات ضمیمه باشد (مثال این حکم در آخر ۱۹۹ مذکور است)
و ما این حکم را من بعد معمول و مجری داریم بخصوص بعد از ذکر اصول متعلقه بضرب و قسمت
مقادیر تقریبی و آنچه از اول ۱۹۷ به بعد ذکر شود مبنی بر همین حکم است که حاصل ضرب
تقریبات متعلقه متروک باشند
و ترک آن حاصل ضرب چندان اثری در نتایج اعمال ندارد چونکه این تقریبات جزئیه اغلب
بتکافی و تلافی شده غالب آنست که در عملیات ما از آن حدی که برای تقریب مشخص
شده پست تر نمی نشینیم محض آنکه بخیال متروکات تقریب از حد تجاوز نکند

اصول کلیه چند

۱۹۶ اکنون دو حکم عملی در باب تقریبات متعلقه ذکر می کنیم
اصل اول هرگاه از یمین عدد صحیح یا اعشار ارقام چند حذف کنیم و بجای
ارقام آحاد مفرده و مراتب بزرگه محذوف شده باشد اصفار قرار دهیم تقریب
متعلقی که بآن تصرف واقع میشود کمتر است از خارج قسمت واحد بر عدد
مرکب از ارقام محفوظه که بی تمیز نوشته شود
و بطریق اولی آن تقریب متعلق کمتر است از خارج قسمت واحد بر رقم با معنی
سمت یسار محفوظ که بعد سایر ارقام محفوظ صفر تالیش نوشته شده باشد
مثال اول بجای این عدد ۵۴۳۷ عدد ۵۴۰۰ را استعمال میکنیم
تقریب متعلق کمتر میشود از $\frac{۱}{۵۴}$ و بطریق اولی کمتر از $\frac{۱}{۵۰}$
برهان تقریب مطلق ۳۷ کمتر است از یک مایه و مقدار حقیقی ۵۴۳۷ بزرگتر است
از ۵۴ مایه باین دو سبب تقریب متعلق $\frac{۳۷}{۵۴۳۷}$ کمتر میشود از $\frac{\text{۱ مایه}}{\text{۵۴ مایه}}$ یا از
$\frac{۱}{۵۴}$ پس بطریق اولی کمتر میشود از $\frac{۱}{۵۰}$

مثال

مثال دوم بجوض عوض ۳٫۱۴۱۵۹ این عدد را ۳٫۱۴۱ اختیار میکنیم تقریب متعلق کمتر میشود از $\frac{۱}{۳۱۴۱}$ و بطریق اولی از $\frac{۱}{۳۰۰۰}$

برهان . تقریب متعلق ۰٫۰۰۰۵۹ کمتر است از یکهزارم و مقدار حقیقی ۳٫۱۴۱۵۹ بیشتر است از ۳۱۴۱ هزارم پس باین دو سبب تقریب متعلق $\frac{۰٫۰۰۰۵۹}{۳٫۱۴۱۵۹}$ کمتر میشود از $\frac{۱ \text{ هزارم}}{۳۱۴۱ \text{ هزارم}}$ یا از $\frac{۱}{۳۱۴۱}$ پس بطریق اولی کمتر میشود از $\frac{۱}{۳۰۰۰}$

۱۹۷ هرگاه تقریب متعلق عددی ۰٫۰۱ باشد بنابر تعریف تقریب مطلق مساوی میشود با ۰٫۰۱ مقدار حقیقی

پس هرگاه مطابق حکم (۱۹۵) مجذور تقریب متعلق را ترک و باین اغنائی کنیم میتوان گفت که هرگاه تقریب متعلق عددی ۰٫۰۱ باشد یا کمتر از آن تقریب متعلق مساوی میشود با ۰٫۰۱ مقدار تقریبی یا اندک کمتر از آن

برهان تقریب مطلق ث = ۰٫۰۱ مقدار حقیقی م (یعنی م ۰٫۰۱ = ث) و مقدار حقیقی م مساوی است با مقدار تقریبی مُ باضافهٔ تقریب ث یعنی

$$م = مُ + ث$$

بنابراین ث ۰٫۰۱ + مُ ۰٫۰۱ = ث

پس اگر تقریب ث را معادل بگیریم با ۰٫۰۱ از مقدار تقریبی مُ یعنی فرض کنیم مُ ۰٫۰۱ = ث از این تقریب ث چیزی کاسته میشود بمقدار ث ۰٫۰۱ یا م ۰٫۰۱ × ۰٫۰۱ و بنابراین از تقریب متعلق $\frac{ث}{م}$ چیزی کاسته میشود بمقدار $\frac{۰٫۰۱ × ۰٫۰۱ م}{م}$ که مساوی است با ۰٫۰۱ × ۰٫۰۱ و برطبق حکم (۱۹۵) میتوان از این جزئی چشم پوشید پس حکم با تا حد حصر که گوئیم صحیح است

و آنچه در خصوص مثال ۰٫۰۱ ذکر شد کلی است و بهر واحد اعشاری مثل $\frac{۱}{۱۰^n}$ تعلق میگیرد

هرگاه تقریب متعلق کوچکتر باشد از $\frac{۱}{۱۰^n}$ تقریب مطلق کوچکتر میشود از $\frac{۱}{۱۰^n}$ مقدار

تقریبی میان حکم سیم میشود

۱۹۸ اصل دوم هرگاه تقریب متعلق عددی مساوی باشد با $\frac{1}{10}$ یا کوچکتر از آن باشد تقریب مطلق کوچکتر میشود از واحد مرتبه ثم مقدار تقریبی (بنابراینکه رقم با معنی سمت یسار ابتدا کنیم)

مثال ۵۴٫۳۸۱۲ مقدار تقریبی عددی است با تقریب متعلق کمتر از ۰٫۰۰۱ پس تقریب مطلق کمتر میشود از واحد در قسم سیوم ابتدا از یسار یعنی کمتر از عشر واحد

برهان ۵۴٫۳۸۱۲ کمتر است از ۱۰۰۰ عشر و تقریب مطلق چون کمتر است از هزارم ۵۴٫۳۸۱۲ ...

۱۹۷ بطریق اولی کمتر میشود از $\frac{1000}{1000}$ عشر یعنی از یک عشر

و حال مشغول میشویم باحکام ضرب و قسمت اعداد تقریبی

در احکام ضرب

اصول

۱۹۹ حالت اول هرگاه یکی تنها از دو عامل ضرب غیر محقق باشد تقریب متعلق حاصل ضرب مساوی میشود با تقریب متعلق عامل غیر محقق

حالت دوم هرگاه هر دو عامل غیر محقق باشند تقریب متعلق حاصل ضرب مساوی میشود با مجموع یا تفاضل دو تقریب متعلق دو عامل و نوع یک حسب آنست که آن دو تقریب یک نوع باشند یا از دو نوع مختلف

حالت اول مثال میخواهیم ۳٫۱۴۱۵ را در ۵۹ ضرب کنیم بجای آن ۳٫۱۴ را در ۵۹ ضرب میکنیم و از مقدار ضرب ۰٫۰۰۱۵ را در ۵۹ ترک نموده‌ایم پس تقریب مطلق واقع در حاصل ضرب مفروض ۵۹ × ۳٫۱۴۱۵ مساویست با

۰٫۰۰۱۵ × ۵۹

پس تقریب متعلق آن حاصل ضرب این میشود

$$\frac{0.0015}{3.1415} = \frac{0.0015\times 59}{3.1415\times 59}$$

و آن بعینه تقریب متعلق مضروب است (چونکه ۳٫۱۴۱۵ بدل شده به ۳٫۱۴) پس حکم اول مبرهن شد

حال دوم مثال میخواهیم ۳٫۱۴۱۵ را در ۵۹٫۴ ضرب کنیم بجای ضرب کردیم ۳٫۱۴ را در ۵۹

فرض میکنیم که دو عامل یکمرتبه مغشوش نشده باشند بلکه بترتیب از این قرار

عوض ضرب	اول ضرب میکنیم	وبعد
۳٫۱۴۱۵ در ۵۹٫۴	۳٫۱۴ را در ۵۹٫۴	۳٫۱۴ را در ۵۹

پس بسبب ترک نمودن ضرب ۰٫۰۰۱۵ در ۵۹٫۴ تقریب نقصانی واقع شد تقریب اول

$$0.0015\times 59.4$$

وبعد بسبب تبدیل عامل دوم بسوم ضرب ۳٫۱۴ در ۰٫۴ ترک شد و واقع شد این تقریب دوم

$$3.14\times 0.4$$

پس تمام تقریب مطلق که آخر واقع میشود این است

$$0.0015\times 59.4 + 3.14\times 0.4$$

و چون تمام تقریب مطلق که آخر در حاصل ضرب مفروض ۳٫۱۴۱۵ × ۵۹٫۴ واقع خواهد شد این بود که ذکر شد پس تقریب متعلق این حاصل ضرب بدو جزو چنین میشود

$$\frac{0.0015\times 59.4}{3.1415\times 59.4} + \frac{3.14\times 0.4}{3.1415\times 59.4} \qquad (1)$$

وجزو اول بعد از اختصار جزئی چنین میشود $\frac{0,0015}{3,1415}$ یعنی بعینه تقریب متعلق مضروب.
(چونکه ۳٫۱۴۱۵ بدل شده است به ۳٫۱۴)
وجزو دوم نیز تقریب متعلق مضروب فیه باشد یعنی $\frac{0,4}{59,4}$ هرگاه عامل ۳٫۱۴۱۵
در صورت و مخرج هر دو مشترک بود ولی میتوانیم ۳٫۱۴ را بدل کنیم به ۳٫۱۴۱۵
بنابراینکه مقدار افزایش را تلافی کنیم از انفراز

$$\frac{3,14\times 0,4}{3,1415\times 59,4}=\frac{3,1415\times 0,4}{3,1415\times 59,4}-\frac{0,0015\times 0,4}{3,1415\times 59,4}$$

حال چون در تساوی (۱) جزو اول تساوی مذکور را بدل کنیم بجزو دوم
تقریب متعلق حاصل ضرب را بصورت میشود

$$\frac{0,0015\times 59,4}{3,1415\times 59,4}+\frac{3,1415\times 0,4}{3,1415\times 59,4}-\frac{0,0015\times 0,4}{3,1415\times 59,4}$$

و بعد از اختصارات چنین

$$\frac{0,0015}{3,1415}+\frac{0,4}{59,4}-\frac{0,0015}{3,1415}\times\frac{0,4}{59,4}$$

و این نتیجه عبارت است از مجموع دو تقریب متعلق مضروب و مضروب فیه منهای
حاصل ضرب همین دو تقریب

و چون نظر آنچه در (۱۹۵) ذکر شده حاصل ضرب اخیر را ترک کنیم میتوان گفت که
تقریب متعلق حاصل ضرب دو عدد در صورتی که دو عامل تقریبی باشند و تقریب
هر دو نقصانی مساوی است با مجموع دو تقریب متعلق آن دو عامل
و هرگاه تقریب و عامل اضافی باشد باز همین نتیجه استنباط میشود بدین طور که تقریب
عامل اول را اضافه کنیم تا حاصل ضرب یکمرتبه افزوده شود و بعد تقریب عامل دوم
تا مرتبه دیگر افزوده شود آنوقت مقدار تقریب مطلق بدست می آید و باقی عمل
بدستور سابق تمام میشود

و هرگاه تقریب یکی از دو عامل نقصانی باشد و از دیگر اضافی (مثلاً عوض اینکه
۳،۱۴۱۵ را در ۵۹،۴۸ ضرب کنیم ۳،۱۴ را در ۵۹،۵ ضرب میکنیم)
ابتدا بطریق سابق از حاصل اول میکاهیم و بعد برآن می افزائیم و در آخر تقریبی اتی
معادل میشود با تفاضل مابین دو تقریب جزء و چون آنرا بر حاصل ضرب قسمت کنیم
بدستور سابق تصرف نمائیم چنین نتیجه میشود که تقریب متعلق حاصل ضرب معادل است
با تفاضل مابین دو تقریب متعلق دو عامل با اضافه حاصل ضرب همین دو تقریب
و چون از حاصل اخیر چشم بپوشیم چنین تقریب متعلق حاصل ضرب معادل است با تفاضل
مابین دو تقریب متعلق آن دو عامل

۲۵۵ تنبیه لازم در عملیات نه آنست که همه جا نوع تقریب هر عامل را بدانیم
پس در مقام تردید باید چنان حرکت نمود که گویا تقریب حاصل ضرب معادل میشده است
با مجموع دو تقریب عامل و چون این دو تقریب از وجهی تحدید نمودیم که مجموعشان کوچکتر
باشد از حد مشخص تقریب حاصل ضرب مطمئن میباشیم که تفاضلشان در هر حال کوچکتر است از همین حد
و هرگاه بدانیم که دو تقریب نوعشان مختلف است همین قدر کافی باشد که هر کدام را
کوچکتر بگیریم از حد مشخص تقریب حاصل ضرب

۲۵۶ در تحدید تقریب آنوقت که عدد عامل از دو تجاوز کرده باشد در تعیین چنین
حاصل ضرب باید بهمانطور که در خصوص دو عامل ذکر شد بقیه رفتار نمود و هرگاه بخواهیم
میتوان احکام سابقه را در آن مجری داشت باینکه ابتدا دو عامل اول را اختیار کنیم و بعد
حاصل آن مذکور را با عامل سوم و هکذا الی آخر تا باین نتیجه خواهیم رسید که
تقریب متعلق حاصل ضرب چند عامل معادل میشود منتهای بیش با مجموع
تقریبات متعلقه آن عاملها

نتیجه تقریب متعلق فوق عدد مادل میشود با حاصل ضرب تقریب متعلق خود آن عدد در درجهٔ فوق (و اینجا تقریبات عاملها همه از یک نوع میباشند)

در احکام قسمت

اصول

۲۰۲ چون مقسوم بعینه حاصل ضرب مقسوم علیه است در خارج قسمت اصول متعلقه بعمل تقسیم نتایج بلا فصلند از آنچه در خصوص ضرب مقرر گردید (۱۹۹)

حالت اول آنست که مقسوم تنها غیر محقق باشد

اصل تقریب متعلق خارج قسمت از حیثیت مقدار و نوع برابر است با تقریب مقسوم

برهان چون یکی از دو عامل یعنی مقسوم علیه محقق است تقریب متعلق حاصل ضرب (یعنی مقسوم) از حیثیت مقدار و نوع برابر است با تقریب متعلق عامل دیگر که خارج قسمت باشد رجوع کنید بحالت اول (۱۹۹)

حالت دوم آنست که مقسوم علیه تنها غیر محقق باشد

اصل تقریب متعلق خارج قسمت از حیثیت مقدار برابر است با تقریب مقسوم علیه و از حیثیت نوع مخالف اوست

برهان چون مقدار حاصل ضرب که مقسوم باشد محقق فرض شده کافی و وافی همین است که دو تقریب عاملها یعنی از مقسوم علیه و خارج قسمت مکافی کردند پس میبایست از حیثیت مقدار متحد باشند و از حیثیت نوع مختلف

حالت سوم آنست که مقسوم و مقسوم علیه هر دو غیر محقق باشند

اصل تقریب متعلق خارج قسمت برابر میشود با مجموع یا با تفاضل ما بین تقریب متعلق مقسوم و مقسوم علیه بحسب آنکه این دو تقریب از حیثیت نوع مخالف یا مشابه باشند

اولاً اگر دو تقریب مفتوم و مفتوم علیه از حیث نوع مختلف باشند تقریب خارج قسمت متحد النوع است با تقریب مقسوم و مساوی با مجموع دو تقریب مقسوم و مقسوم علیه برهان در چنین حالت تقریب متعلق مقسوم (که حاصل ضرب باشد) مساوی میشود با مجموع دو تقریب عاملهایش که مقسوم علیه و خارج قسمت باشند زیرا که این تقریب مقسوم آنوقت بیاپیت متحد النوع باشد با دو تقریب دیگر پس تقریب مقسوم مساوی است با تفاضل مابین دو تقریب خارج قسمت و مقسوم علیه و بنظر بنوع البته مساوی است با فضل تقریب خارج قسمت بر تقریب مقسوم علیه (چون تقریب مقسوم باقی تفریق دو تقریب است متحد النوع میشود نزد کرآمد و تقریب مختلف النوع با کوچکتر و تقریب مقسوم بفرض مختلف النوع است با تقریب مقسوم علیه)

تقریب مقسوم = تقریب خارج قسمت − تقریب مقسوم علیه

پس تقریب خارج قسمت = تقریب مقسوم + تقریب مقسوم علیه

ثانیاً اگر دو تقریب مفتوم و مفتوم علیه متحد النوع باشند تقریب خارج قسمت ممکن است از همان نوع باشد و در این صورت مساوی میشود با فضل تقریب مقسوم بر تقریب مقسوم علیه (و این وقتی است که تقریب مقسوم بقدر مجموع دو تقریب مقسوم علیه و خارج قسمت باشد) این یک حالت بود حالت دیگر اینست که تقریب خارج قسمت مختلف النوع باشد با تقریب مقسوم و تقریب مقسوم علیه هر دو (و این وقتی است که تقریب مقسوم بقدر فضل تقریب مقسوم علیه باشد بر تقریب خارج قسمت) و اینجا بطریق شرح سابق ظاهر است که تقریب مفتوم علیها اعظم دو تقریبی است که میبایست تفاضل گرفت تا تقریب مقسوم بدست بیاید

در حالت اخیر نظر بنوع

تقریب مقسوم = تقریب مقسوم علیه − تقریب خارج قسمت

و بنابراین تقریب خارج قسمت = تقریب مقسوم علیه ـ تقریب مقسوم

حاصل آنکه در جمیع حالات تقریب متعلق خارج قسمت مساوی است یا بمجموع و یا بتفاضل دو تقریب متعلق مقسوم و مقسوم علیه فهو المطلوب

تنبیه از حالات سه گانه که ذکر شد حالت سوم چهار صورت دارد اول تقریب مقسوم اضافی و از مقسوم علیه نقصانی دوم از مقسوم نقصانی و از مقسوم علیه اضافی سوم از هر دو اضافی و چهارم از هر دو نقصانی پس هرگاه فرض کنیم مقدار تقریب مقسوم بدون قید نوع ب باشد و از مقسوم علیه ح چهار حالت باینصورت میشود

	مقسوم		مقسوم علیه		خارج قسمت
حالت اول	ب +	..	ح −	..	(ح + ب) +
حالت دوم ..	ب −	....	ح +	...	(ح + ب) −
حالت سوم	ب +	....	ح +	...	(ح − ب) +
حالت چهارم	ب −	....	ح −	...	(ب − ح) +

و آنچه در تمام حالت سوم ذکر شد از اینصورت واضح میشود

۲۵۳ تنبیه لازم در عملیات اغلب نوع تقریب علیحده مفروض نیست پس در مقام تردید تقریب خارج قسمت را چنان فرض میکنیم که بقدر مجموع دو تقریب مقسوم و مقسوم علیه باشد و این دو تقریب را بروجهی تحدید میکنیم که مجموعشان حکماً کمتر شود از حد معلوم در اینصورت مطمئن میباشیم که تفاضلشان کمتر است از همان حد معلوم

مسائل (درس ۲۵)

۲۵۴ در ضرب مثال اول میخواهیم حاصل ضرب ..... ۳۱۴۱۵۹ × ۲۷۳۸۹ را تا کمتر از ۰۰۰۱،۰ مقدارش تقریب مشخص کنیم یعنی تقریب متعلقش کمتر باشد از ۰۰۱،۰

نصف ۱/۱۰۰۰ است ۱/۲۰۰۰ پس اگر تقریب متعلق هر عامل منتهایش ۱/۲۰۰۰
میشد آنوقت چون مجموع دو تقریب متعلق عاملها منتهایش ۲/۲۰۰۰ می‌شد تقریب
متعلق حاصل ضرب البته کمتر میشد از ۰٫۰۰۱ (رجوع کنید بجلد دوم (۱۹۹))
حال ملاحظه میکنیم که ۲۰۰۰ صاحب چهار رقم است و رقم اول سمت یسار هر کدام
از عاملها بزرگتر است از ۲ پس حفظ چهار رقم در یمین هر عامل کفایت کند
و آنوقت باید ضرب کرد ۵۴٫۳۸ را در ۳٫۱۴۱

برهان در این صورت تقریب متعلق مضروب ۵۴٫۳۸۹ کمتر است از ۱/۵۴۳۸
و بطریق اولی کمتر از ۱/۵۰۰۰ و از مضروب فیه ۳٫۱۴۱۵۹۰۰۰۰ کمتر از ۱/۳۱۴۱
و بطریق اولی کمتر از ۱/۳۰۰۰ (۱۹۶) و از این قرار هر کدام کوچکتر میشوند از ۱/۲۰۰۰
از آنچه ذکر شد دستور العمل بدست آمد برای حالتی که رقم اول سمت یسار
هر عامل بزرگتر باشد از ۲ و اگر رقم اول سمت یسار یکی از دو عامل ۱ باشد باید
عدد ارقام مخرج کسر اعشاری که حد تقریب متعلق حاصل ضرب است شمرد و یک رقم
بیشتر از آن عدد از یسار آن عامل رقم جدا نمود

مثال دوم مطلوبست حاصل ضرب ۱۴٫۳۸۹۴ ۲ است در ۳٫۱۴۱۵۹
تا کمتر از ۰٫۰۰۱ مقدار تقریب یعنی تقریب متعلقی که کمتر باشد از ۰٫۰۰۱
پس پنج رقم از یسار مضروب حفظ میکنیم و چهار رقم از یسار مضروب فیه و این ضرب را
ترتیب میدهیم

۱۴٫۳۸۹
۳٫۱۴۱

برهان در این عمل همین قدر کفایت کند که تقریب متعلق هر عامل کمتر باشد از ۱/۲۰۰۰
و حال آنکه با آن هیچ مقدار تقریبی مذکور تقریب متعلق مضروب کمتر است از ۱/۱۴۳۸۹

و از مضروب فیه کمتر از $\frac{۱}{۳۱۴۱}$ (۱۹۶)

تتبیه هرگاه مختار باشیم در اینکه یکی از دو عامل حاصل ضرب اخیر را اضافی بگیریم و عامل دیگر را تقصانی همین کافی باشد که هر کدام از این دو تقریب کمتر شود از ۰٫۰۰۱

در این صورت تقریب حاصل ضرب چون بقدر تفاضل آنهاست کمتر میشود از ۰٫۰۰۱

و بنابراین حفظ چهار رقم در یسار مضروب همچنین در مضروب فیه کفایت میکند

۲۵۵ قیمت مثال اول میخواهیم خارج قسمت ۸۵۳۲۴۳٫۵۹۷ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۲ تا کمتر از $\frac{۱}{۱۰۰۰۰}$ مقدارش بدست آید یعنی تقریب متعلق کمتر باشد از $\frac{۱}{۱۰۰۰۰}$

هرگاه تقریب متعلق بر جمله قیمت کمتر باشد از $\frac{۱}{۲}$ ده هزارم یعنی $\frac{۱}{۲۰۰۰۰}$ آنوقت تقریب متعلق خارج قسمت کمتر میشود $\frac{۲}{۲۰۰۰۰}$ یا از $\frac{۱}{۱۰۰۰۰}$ (حالت سوم ۲۵۳)

حال ملاحظه میکنیم که ۲۰۰۰۰ صاحب پنج رقم است و رقم اول مقسوم و رقم اول مقسوم علیه هر کدام بزرگتر از ۲ است پس کافی باشد که پنج رقم از یسار هر کدام نگاه داریم و تقسیم کنیم ۸۵۳۲۴ را بر ۳٫۱۴۱۶ چونکه در این صورت تقریب متعلق مقسوم کمتر میشود از $\frac{۱}{۸۵۳۲۴}$ و از مقسوم علیه کمتر از $\frac{۱}{۳۱۴۱۶}$ (۱۹۶)

۲۵۶ هرگاه رقم اول یکی از دو جمله قیمت ۱ باشد باید عدد ارقام مخرج کسر اعشاری حد تقریب متعلق خارج قسمت را شمرد و از یسار آن جمله جدا نمود یک رقم بیشتر از آنچه شمردیم

مثال دوم هرگاه مطلوب باشد خارج قسمت ۴۳۸۵۷٫۱۵۷ بر ۳٫۱۴۱۵۹۰۰۰ بتقریب متعلق کمتر از $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ باید پنج رقم از یسار مقسوم جدا نمود چهار رقم از یسار مقسوم علیه و تقسیم کرد ۴۳٫۱۵۷ را بر ۳٫۱۴۲

مثال سوم میخواهیم خارج قسمت ۵۴۳ را بر ۳٫۱۴۱۵۹۰۰۰ بتقریب

منتهی کمتر از $\frac{1}{1000}$ مشخص کنیم

چون مخرج ۱۰۰۰ صاحب چهار رقم است و مقسوم علیه‌ها غیر محقق میباشد در این صورت

اعشار آنکه رقم اول قسمت بنا بر مقسوم علیه واحد باشد یا غیر از آن

که چهار رقم اول قسمت را پیش از آنکه اعشار کنیم و قسمت کنیم ۳۴۳۵ را بر ۱۴۲ و ۳۱ زیرا که

چون تقریب متعلق مقسوم علیه کمتر شد از $\frac{1}{3141}$ تقریب خارج قسمت نیز همین قدر میشود

(حالت دوم ۳۵۴)

تنبیه در خاتمهٔ کتاب قواعد تقریب را در چند مسئلهٔ متداوله جاری ساخته‌ایم و دستور العمل‌ها مفصل بیان کرده‌ایم و بلکه قواعد اختصار ضرب و قسمت را که سابق ذکر شده اینجا ترکیب نموده‌ایم با قواعدی که از شرح تقریبات متعلقه استنباط شد پس بر متعلمین لازم است در این موضع بآنجا رجوع کنند فواید آن مسائل ظاهر و مبین است بخصوص محاسبات مهندسین و در آنجا قواعد متعلقه بجمع و تفریق اعداد تقریبی را نیز اضافه کرده‌ایم

باب ششم

در انواع مقیاسها و در مسائل عمده چهار قاعدهٔ اصلیه که تعلق گرفته باشد باعداد اعشاریه

و در سیستم متریک که مجموع مقیاسهای مشتق از متر است (درس ۲)

۳۵۷ مقدمه چنانچه سابق ذکر شد در تقدیر هر نوع شیئ واحدی باید اختیار نمود مشخص و ثابت مقیاس آن نوع باشد

سابقاً در مملکت فرانسه مانند حالت کنونی بعضی دول مقیاس بسیار مغشوش بود هر ولایت مقیاسهای داشت مختص خویش لهذا امور تجارت بسیار مشکل بود پس برای

رفع آن معایب و زحمات دولت تهیه کوشش نمود تا شاید در جمیع ولایتش یک نوع مقیاس
معمول شود و عاقبت بمقصود رسید

لهذا در هشتم ماه مه ۱۷۹۰ مسیحی (سلخ رجب ۱۲۰۴ هجری) انجمن وکلا برگزیدند
و مامور نمودند جمعی از منجمان و مهندسان را تا وضع کنند رشته مقیاسی که در تمام مملکت
معمول شود آن مامورین چون مقیاسهای جدید را وضع نمودند نزد معادین پسندیده افتاد
و چون آن انجمن مبدل شد بانجمن مقننین این جماعت نیز قبول کردند پس در دوم ماه نوامبر
۱۸۰۱ (۲۵ جمادی الثانی ۱۲۱۶) لابد شدند معمول دارند ولی در اجرای این
حکم موانع بسیار رخ نمود پس دولت نظر بانکه مردم آن مانوس شوند و خود از روی
میل اختیار کنند چندین سال مسامحه نمود و این مسامحه عوض اصلاح مزید بر موانع شد
عاقبت روز چهارم ماه ژوئیه ۱۸۳۷ (۲۹ ربیع الاول ۱۲۵۳) در خصوص اجرای این
حکم حکمی نوشته شد و حدود سخت معین گردید و اول ژانویه ۱۸۴۰ (۲۶ شوال
۱۲۵۵) با کمال مواظبت مشغول شدند باجرای حکم این عنوان که از امروز بعد دیگر نباید
غیر از مقیاسهای جدیدی که سال ۱۸۰۱ مقرر شد مقیاسی دیگر معمول باشند و از آن
سال در تمام فرانسه غیر از مقیاسهای جدید دیگر مقیاسی معمول نگشت و بر متعلم لازم است
که اطلاع و استحضار تمامی از این سلسله مقیاسهای جدید که معروف است به
سیستم متریک پیدا کند و کمال انس با آنها گیرد

اصول این مقیاسها بر شش طبقه قسمت شود اول مقیاسهای طول دوم مقیاسهای سطح سوم
مقیاسهای حجم چهارم مقیاسهای کیل برای تقدیر مایعات و حبوبات و امثال آن
پنجم مقیاسهای وزن ششم مقیاسهای نقد

در شرح مقیاسهای طول

۲۰۸ چون خواستند مقیاسهای جدید را بر مبنای محکم و مأخذ ثابت قرار دهند بروجهی که هر وقت خواهند بتوان آن مأخذ را تحصیل کرد این طور مصلحت دیدند که واحد طول را با ابعاد زمین نسبت دهند و سایر آحاد طبقات مختلفه را از آن واحد مشتق نمایند

پس ربع محیط عظیمه زمین را برده هزار ده و جزو مساوی قسمت کردند و هر سهم را متر نامیدند و برای تقدیر طول مشق فاصله قطب شمال را از دایره استوا در جهت نصف النهار ساحت نمودند و متر را واحد اصلی طول قرار دادند

۲۰۹ در مقیاسهای جدید تمام اجزاء و اضعاف متساوی واحد اصلی هر طبقه بروفق قاعده اعشاری قسمت شده

و آن اضعاف و اجزای خود آحاد و مقیاسند برای مقادیری که از واحد اصلی زیاد و دور باشند از طرف اعلی یا اسفل بروفق این حکم که واحد مقیاس نباید زیاده بزرگ یا کوچک از آنچه میخواهیم تقدیر کنیم (چنانچه در تحدید فاصله طهران از تبریز بگوییم ۵۰۲ کیلومترات بهتر داند از آنکه گوییم ۵۰۲۰۰۰ متر) و لهذا معتقد شدند باینکه هر کدام از آن اضعاف و اجزاء بنام مفردی بخوانند که از آن ربط و نسبتش با واحد اصلی بدست آید پس اسماء یونانی ذیل را اختیار نموده بر واحد اصلی هر طبقه اضافه کنند تا اسامی مطلوب ترکیب شود و آن اسما این است

میلی	سانتی	دسی	دکا	هکتو	کیلو	میریا

و معانیشان بترتیب این است

هزارم	صدم	دهم	ده	صد	هزار	ده هزار

۲۱۰ چون اسماء مذکوره را با متر ترکیب کنیم آحاد طول بدست می آید از این قرار

سیلی متر	یعنی	هزارم متر
سانتیمتر		صدم متر
دسیمتر		دهم متر
متر		واحد اصلی
دکامتر		ده متر
هکتومتر		صد متر
کیلومتر		هزار متر
میریامتر		ده هزار متر

شکل کنار صورت دسیمتر است که بر ده سانتیمتر قسمت شده و قسمت اول بر ده میلیمتر

۲۱۱ حکمای طبیعی چون اغلب ابعاد صغار را اندازه میگیرند واحد خود را میلیمتر قرار داده اند و در تقدیر فاصله بلاد و بعد منازل کیلومتر و میریامتر را واحد قرار میدهند (در فرانسه رسم این است که در اکثر معابر فاصله چون بکیلومتر رسد علامت اصلی آنجا نصب میکنند و هکتومترها را بعلامات کوچکتر مینمایند و نمره از ۱ تا ۹ بر آنها قرار میدهند و هر ۱۵ صد کیلومتر است)

و بالجمله در مساحی و نقشه کشی اراضی رسمیه دکامتر را واحد قرار میدهند وگاه هکتومتر را

۲۱۲ در مساحت اضلاع و خطوط اسباب کار مسطره است

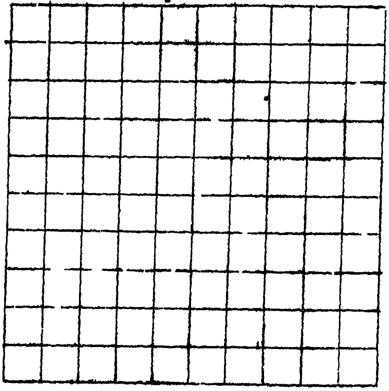
اضلاع کوتاه را با مسطره مات دسیمتری اندازه میگیرند و علی الرسم مسطره را بطول دو دسیمتر میسازند (و آنرا دوبل دسیمتر گویند) و اجزای قسمت چنین مسطره سانتیمترات و میلیمترات و با چنین مسطره طول ها اکثر از $\frac{1}{2}$ میلی متر تقریب مشخص شود

اضلاع و خطوط رسمیه را هم با مسطره اندازه میگیرند و هم با متر مسکره چوبی و برنجی

وعاجی و امثال آن
در بر داشتن نقشهای رسمی سطرها استعمال کنند چوبی و هم فلزی بطول ۲ و ۳ و ۴ و ۵ متر
و نیز زنجیر مساحی را که دکامتر گویند و طولش ده متر است و بده جزو و صد جزو قسمت
شده و از فلز و آهن هر دو ساخته میشود

در شرح مقیاسهای سطح

۲۱۳ آحاد سطح مربعاتی هستند که اضلاعشان بعینه آحاد طول باشند
واحد اصلی در سطوح متر مربع است و آن مربعی باشد که ضلعش یک متر طول دارد
و سایر آحاد از این مشتق میشوند و آنها دسیمتر مربع است و سانتیمتر مربع و
دکامتر مربع و هکتومتر مربع و کیلومتر مربع و اینها مربعی هستند که اضلاعشان
بترتیب دسیمتر است و سانتیمتر و دکامتر و هکتومتر و کیلومتر
و هر کدام از این آحاد یکصد برابر واحدیست که بلافصل تالی او باشد
چنانچه متر مربع معادل ۱۰۰ دسیمتر مربع است و دسیمتر مربع معادل ۱۰۰
سانتیمتر مربع و دکامتر مربع معادل ۱۰۰ متر مربع است و هکذا الحکم مذکور در هندسه



مبرهن است و از
این شکل بر وضوح
میشود

ضلع مربع بزرگ یکی از آحاد طول فرض شده و اجزائش که ضلع مربع کوچک باشد واحد
طولی است که ده مرتبه از او پست‌تر باشد مثلاً اگر بزرگتر دسیمتر باشد اجزائش سانتیمتر
پس از این شکل ظاهر میشود که دسیمتر مربع معادل است با ۱۰۰ سانتیمتر مربع

۲۱۴ تقدیر وسعت سطح عبارت از این است که معلوم کنیم در آن سطح چند متر مربع
و چند دسیمتر مربع وغیره میگنجد و از هر مرتبه تا ۹۹ واحد ممکن است در او بگنجد
پس اگر سطح وسعتی داشته باشد باید آحاد برتر از متر مربع اختیار نمود

متر مربع مقیاس سطوح رسمی است مثلاً در مساحت خانه و اطاق و دیوار و سقف و باغچه
و امثال آنها استعمال میشود

و در مساحت اراضی وسیعه و باغات بزرگ و صحرا و مزرعه و جنگل و امثال آنها آحاد
اصلی را دکامتر مربع گیرند و آن را آر گویند

در جمله اضعاف آر همین تنها هکتار مستعمل است و آن معادل است با صد آر و در جمله اجزاء آر بس
سانتیار که صدم آر باشد (باید خبری و اضعاف آر مثل دسیار و دکار و کیلوآر
یا کیلیار هیچکدام مستعمل نباشند چونکه اضلاع مربعاتیکه معادل آنها باشند اجزاء و اضعاف
اعشاری متر نمیشوند و اصم اند رجوع کنید بباب جذر)

• هکتار چون معادل ۱۰۰ دکامتر مربع است یا ۱۰۰۰۰ برابر ۱۰۰ متر مربع بعینه هکتومتر مربع میشود
و کذا سانتیار بعینه متر مربع است و رسم این است که بگوئیم مثلاً باغی صاحب ۲۴۲ آر
۵۰ سانتیار زمین است و مزرعه ۱۴۸ هکتار و ۴۲ آر است

در علم جغرافی که در حدود نقشه‌کشی باشد برای مساحت وسعت ولایات کیلومتر مربع
و میریامتر مربع را استعمال کنند

در صنعت تراز متر مربع استعمال کنند دسیمتر مربع و سانتیمتر مربع و میلیمتر مربع را این آحاد

۱۱۰۱

پست تر را در فی استعمال کنند که مقصود تقدیر سطوح کوچک باشد مثل صفحهٔ آینه و کاغذ و مقوا در مساحت ابعاد سطوح همان مقیاسهای طول را استعمال کنند که در ۲۱۵ ذکر شد

در شرح مقیاسهای حجم و جسم

۲۱۵ مکعب جسمی است بشکل جعبه که از اطراف محدود شده باشد به شش سطح مربع (مثلا طاس تخته نرد بشکل مکعب است) و در مکعب جمیع اضلاع یک طول میباشند

آحاد حجم مکعباتی هستند مبنی بر آحاد طول

واحد اصلی اجسام متر مکعب است و آن مکعبی است که ضلعش یک متر طول داشته باشد و چندان رسم نیست آحاد بزرگتر از متر مکعب استعمال کنند ولیکن دسیمتر مکعب را زیاد استعمال کنند و آنها دو مکعب‌اند با ضلع یک دسیمتر و یک سانتیمتر

هر کدام از آحاد حجم هزار برابر واحدی است که بلاواسطه پست تر از او است

مثلا متر مکعب یک هزار دسیمتر مکعب است و دسیمتر مکعب معادل است با هزار سانتیمتر مکعب و هکذا و برهان این حکم در هندسه است (و این قسم ثابت میشود جعبه فرض میکنیم بشکل مکعب که کفش یک دسیمتر مکعب شد و آن بطریق ۲۱۳ بر صد سانتیمتر مربع قسمت شده باشد پس هر کدام از این خانها طاس تخته قرار میدهیم که ضلعش یک سانتیمتر باشد از این قرار یک جعبه با ارتفاع یک سانتیمتر پوشیده میشود از یک طبقه طاس که صد عدد باشد یا یکصد سانتیمتر مکعب و حال بر این طبقه یکصد عدد دیگر قرار میدهیم و ارتفاع دو طبقه که ترکیب است از دو مکعب کوچک است ۲ سانتیمتر میشود و بر آنها طبقهٔ دیگر قرار میدهیم و هکذا تا آنکه جعبه که ده سانتیمتر ارتفاع دارد ممتلی شود و آنوقت ظاهر است که مشتمل میشود بر ده برابر صد عدد طاس یعنی هزار سانتیمتر مکعب)

متر مکعب را استعمال کنند در تقدیر حجم دیوار و پایه عمارات و خاک برداری آب انبار

و تخته سنگ و سنگ مرمر و مثل ریگ و سنگ ریزه و امثال آن

۲۱۶ میزان معنی واحد حجم را در تقدیر میزم سِنی قرار داده اند و آن حجمش یک متر مکعب است ولی شکلش مکعب نیست

از اضعاف میزر مستعمل دکاسِتِر است و اغلب خود میزر را در اعداد رسمی ضرب میکنند مثل ۴۰ میزر و ۵۰۰ استر و بلکه بجای دکاستر ۱۰ استر گویند

و از اجزائش همین دسیستر مستعمل است و آن دهم استر است

میزر مستعمل تخته ایست افقی که در دو طرفش دو صاعد قائم بفاصله یک متر از همدیگر نصب نموده باشند و ارتفاع صاعد بحسب طول تخته افقی تغییر کند پس اگر این طول یک متر باشد ارتفاع هم یک متر میشود ولی طول اول چون اغلب ۱۴ را متر است بخصوص در پاریس ارتفاع دو صاعد ۸۸ سانتیمتر میشود و برهانش در هندسه است

در شرح مقیاسهای کیل

۲۱۷ واحد اصلی در تقدیر مایعات و حبوبات وغیره لیتر است و آن معادل است با دسیمتر مکعب و بعبارت اخری لیتر ظرفی است بحجم و گنجایش حجه مکعبی که ضلعش یک دسیمتر طول داشته باشد اجزای مستعمله لیتر این است دسیلیتر و سانتیلیتر

و اضعاف مستعمله اش دکالیتر است و هکتولیتر

مقیاسهای کیل را بشکل مکعب نساخته اند از آنجهت که بحد ملاحظه استعمالشان با مشقت است برای تقدیر مایعات ظرفی سازند استوانه شکل از قلعی با ارتفاعی که مضاعف قطر قاعده اش باشد و گنجایش آن ظروف این است ۱ لیتر ۵ دسیلیتر ۲ دسیلیتر یک دسیلیتر ۵ سانتیلیتر ۲ سانتیلیتر ۱ سانتیلیتر

در تقدیر حبوبات و سبزی آلات و علف و یونجه خشک ظروف چوبی استوانه شکل

استعمال کنند که ارتفاعشان برابر قطر قاعده باشد و حجم آن ظروف از اینقرار است

اهکتولیتر ۵ دکالیتر ۲ دکالیتر (دوبل دکالیتر گویند) یک دکالیتر ۵ لیتر

۲ لیتر ۱ لیتر ۵ دسیلیتر ۲ دسیلیتر ۱ دسیلیتر

در قاعده چنان مقرر شد که در هر مقیاس اعشار ضعف و نصف استعمال شود و نظر باین حکم است که در اسامی مقیاسهای کیل و وزن و نقد جزء عدد ۲ و ۵ چیزی ذکر نشد

در شرح مقیاسهای اوزان

۲۱۸ واحد وزن گرم است و آن وزن یک سانتیمتر مکعب از آب مقطر است بحرارت چهار درجه از میزان الحراره صدقسمتی در خلاء و اختیار چهار درجه نظر بآنست که آب در این درجه حرارت در نهایت تکاثف خود است

[۲] اجزای مستعمل گرم از اینقرار است دسیگرم (یعنی عشر گرم) سانتیگرم (صدم گرم) کیلوگرم (هزار گرم) و دیگر کنتال متریک که مساوی است با ۱۰۰ کیلوگرم خوبست متعلم این نکته باشد که کیلوگرم وزن یک لیتر آب مقطر است بحرارت چهار درجه و تن وزن یک متر مکعب است از همان آب

[۳] ۲۱۹ . اثقالی که برای وزن کردن اجناس اختیار نموده اند هم آهن گداخته اند و هم برنج در سه طبقه قسمت شده اند اول اثقال بزرگ یعنی آنهائیکه از کیلوگرم تجاوز کرده باشند دویم اثقال متوسط و آنها از کیلوگرم میروند تا گرم سوم اثقال کوچک اند که ابتدا از گرم [illegible]

تفصیل اثقال زنجیره از اینقرار است ۵۰ کیلوگرم ۲۰ کیلوگرم ۱۰ کیلوگرم ۵ کیلوگرم ۲ کیلوگرم ۱ کیلوگرم ۵ هکتوگرم ۲ هکتوگرم ۱ هکتوگرم ۵ دکاگرم

و اوزان برنجی از اینقرار است ۲۰ کیلوگرم ۱۰ کیلوگرم ۵ کیلوگرم ۲ کیلوگرم ۱ کیلوگرم ۵ هکتوگرم ۲ هکتوگرم ۱ هکتوگرم ۵ دکاگرم ۲ دکاگرم ۱ دکاگرم

۵ گرم ۲ گرم ۱ گرم واوزان پست‌تر از گرم را در ذیل شرح داده‌ایم
اوزان برنجی از ۲۰ کیلوگرم تا گرم استوانه شکلند و تکمه بر سر آنهاست
و اوزان استوانه شکل تا ۵ ۲۰۰ گرم هم مصمت باشند و هم مجوف
جمیع اوزان مطابق با ابعادی باشند که از جانب اولیای دولت مشخص شده (۱۹ م
دسامبر ۱۸۳۹ مطابق با ۴ ذیقعده ۱۲۵۵ هجری)
نیم گرم و اوزان پست‌تر از او صفحات نازکی میباشند مربع مشکل از برنج و تفصیلشان
از این قرار است ۵ دسیگرم ۲ دسیگرم ۱ دسیگرم ۵ سانتیگرم ۲ سانتیگرم
۱ سانتیگرم
۵ میلی گرم ۲ میلی گرم ۱ میلی گرم و این اوزان را مخصوصاً در تقدیر اشیاء گرانبها استعمال کنند
مثل زر و نقره آلات و لؤلؤ و الماس و سایر جواهر و نیز در تفصیل ادویه شیمیائی و اعمال دقیقه
طبیعی و در ترکیب ادویه استعمال کنند و ابعاد این پولکها نیز مشخص است
علاوه بر آنچه ذکر شد اوزان برنجی دیگر هست بشکل مخروط ناقص که در جوف همدیگر
قرار گیرند و بزرگتر آنها جعبه‌ایست خانه‌ئی و باقی و چنین سلسله ورنش یک کیلوگرم است
تا جزئی از کیلوگرم و هر قطعه جوف بطرز یکی از اوزان استوانه شکل سابق است
۲۲۰ تنبیه در جمیع مقیاسها و جمیع اوزان مستعمله بازار باید اسم متعلق یا ورنش مثبت
شده باشد و همچنین اسم یا نشان سازنده اش
و در بازار مشتری حق آن دارد که مقیاسها و اوزانی را که در تقدیر متاع مقصودش
استعمال میشود تحقیق کند و بفهمد مطابق قانون هست یا خیر

در شرح مقیاسهای نقدی

۲۲۱ واحد نقد مسکوکی فرنک است و آن قطعه پولی است بحجب وزن پنج گرم

ونه عشر
۱۱ و ۱

وزنه عشر این وزن نقره خالص است و یک عشر مس

اجزای مستعمله فرنک این است دسیم (عشر فرنک) و سانتیم (صدم فرنک) و اضعاف فرنک را نام خاصی نیست

و انواع پولهای رواج فرانسه بحسب عدد ۱۴ میباشد و قیمت و قطر و وزن همه را در جدول آوردیم و پولهای برنجی بدل است از پولهای مس که بحکم ۶ ۰ ۰ مه ۱۸۵۲ ممنوع گردیدند (۲۸ جمادی الآخر ۱۲۶۸) و برنج این پولها مرکب است از ۰٫۹۵ مس ۰٫۰۴ قلعی ۰٫۰۱ روح

جدول پولهای دولتی رواج فرانسه			
	اسم و قدر پول	قطر پول	وزن پول
پولهای طلا	۱۰۰ فرنک	۳۵ میلیمتر	۳۲٫۲۵۸ گرم
	۵۰	۲۸	۱۶٫۱۲۹
	۲۰	۲۱	۱۶٫۱۵۴۶
	۱۰	۱۷	۳٫۲۲۵۸۰
	۵	[illegible]	۱٫۶۶۲۹۰
پولهای نقره	۵ فرنک	۳۷	۲۵
	۲	۲۷	۱۰
	۱	۲۳	۵
	۱/۲	۱۸	۲٫۵
	۱/۵ فرنک (۲۰ سانتیم)	۱۵	۱
پولهای برنج	۱۰ سانتیم	۳۰	۱۰
	۵	۲۵	۵
	۲	۲۰	۲
	۱	۱۵	۱

قطعه پول طلای دیگر هم رواج است بقیمت ۴۰ فرانک بوزن ۱۲٫۹۰۳ گرم و بقطر ۲۶ میلی متر ولی از این نوع پولها دیگر سکه نزنند و بدل نمودند از آن به پول ۵۰ فرنکی موافق حکم ۱۲ ماه دسمبر ۱۸۵۴ مطابق با ۲۲ ربیع الاول ۱۲۷۱

۲۲۲ ترکیب چندین فلز با هم که داخته را خلط گوئیم و قطعه فلز یا قطعه از خلط ریخته را شمش گوئیم

عیار شمش نسبت بهر کدام از فلزات اجزایش* عبارتست از خارج قسمت وزن آن فلز بر تمام وزن خلط مثلا اگر شمشی نه عشر وزنش طلای خالص داشته باشد و عشر باقی فلز دیگر باشد عیار آن شمش نسبت بطلا این میشود ۹ره عیار قانونی پولهای جدید فرانسه ۹ره میباشد یا ۰ر۹۰۰ پولهای طلا و نقره نه عشر وزنشان طلا یا نقره خالص است و مابقی مس

۲۲۳ در مسامحه وزن پول چون بسیار مشکل است پول را چنان عیار بگیرند که درست بوزن مشخص در آید ولی در قانون مسامحه برای وزن پولها قرار داده اند تقریب جزوی که اضافی باشد یا نقصانی و مسامحه وزن عبارت از همین تقریب است

در پولهای طلا مسامحه قطعه ۴۰ فرنکی ۰ر۰۳۲۵ گرم است و در قطعه ۳۵ فرنکی ۰ر۰۱۳ گرم

و در قطعه یک فرنکی مسامحه ۰ر۰۲۵ گرم است و در دو فرنکی ۰ر۰۵ گرم و در ۵ فرنکی ۰ر۰۷۵ گرم

مسامحه نیز در عیارات برای پولهای طلا و نقره ۰ر۰۰۲ اضافی یا نقصانی

مختصری در باب رجحان و امتیاز سیستم متریک بر سایر مقیاسهای روی زمین

۲۲۴ رشته اوزان و مقاییس وقتی میتوان خوب گفت که صاحب این سه صفت عمده باشد سادگی و ثبات و قابلیت آن داشته باشد که جمیع ملل روی زمین بتوانند آنرا اختیار کنند

سادگیش نظر باینست که هرکس که باین محتاج باشد یعنی تمام اهل زمین بآسانی آنرا بستانند و بفهمند و معمول دارند

ثباتش نظر باینست که چون حسابها رشته معمول گشت مغشوش نشود چنانچه لابد شوند در تغییر دادنش و در تحمل صدمات زیادی که آن تغییر اقتضا میکند سابق ذکر نمودیم که چه قدر متحمل شدند مدت و زحمت به تبدیل مقیاسهای مختلف معیوب قدیم فرانسه برشته کنونی که چه بسیار منظم است و ساده و سهل الاستعمال و الیه ملتفت میباشید که چه زحمت و بچه ناز برشته جدید در سایر ملل منتشر میشود با آنکه انتشارش متدرجا لازم تر میشود باری رشته اوزان و مقاییس خوب باید بر وجهی اختیار شود که مناسب تمام اهل زمین باشد این مطلب واضح است چونکه آن محض تسهیل معاوضه و معامله عمومی است و روابط تجارتی نه همین ما بین اشخاص یک ولایت یا یک ملت است بلکه ما بین جمیع طوایف روی زمین موجود باشد

و تنها همین است که رشته جدید اوزان و مقاییس دارای این هر سه صفت لازمه مذکوره است

اولا ساده است از آنجهت که ماخذش یک مقیاس اصلی بوده و باقی تماما بوجه مختصری از آن مشتق شده و همچنین اضعاف و اجزای هر واحد اصلی نسبت مختصره با آن داشته یعنی همه اعشاری بودند و در اینصورت ظاهر است که اعمال متعلقه بحل مسائلی که در مقادیر رشته طرح شوند با کمال سهولت مجری میشوند

ثانیا ثابت و استوار است از آنجهت که واحد اصلی را از ابعاد کره زمین اخذ نموده‌ایم و لهذا آن واحد و تمام رشته مشتقه برجا و ثابت هستند مادام که ابعاد زمین برجای خود ثابت و معلوم است

که انقلاب و طوفان عامی میبایست واقع شود، چنین بنا منهدم و مغشوش گردد
ثالثاً این رشته شایستگی آن دارد که تمام مخلوق روی زمین اختیارش نمایند اول از آن
بابت که دارای دو صفت مذکور است دوم نظر بآنکه اختصاص بدولت فرانسه ندارد چونکه

تاکنون چند مرتبه ملل مختلفه عازم شده‌اند که اسباب تسهیل اعشار و اختیارش را فراهم آورند
در حساب اعمال متعلقه بمقادیر که منسوب باشند

باحاد رشته متری (درس ۲۳)

۲۲۵ در تحویل مقاییس و امثله چون اضعاف و اجزای آحاد جدید از روی قانون اعشار بهمدیگر مربوط شده‌اند (۲۱۵) اعمال مقادیری که با این نوع آحاد اندازه گرفته شده باشند منطبق میگردد با اعداد صحاح یا اعشاریه همین قدر که در مسئله بیش از یک نوع واحد استعمال نشده باشد بلا تأمل باید قواعد اعمال عشاری را در آن مجری داشت

و هرگاه در تقدیر اشیاء متحدة النوع آحاد مختلفة القدر استعمال کرده باشند سزاوار این است که جمیع آن اشیا را باز آورید بیک واحد و آن واحد اصلی نوع باشد یا غیر از آن هر کدام را اختیار کنند و آنوقت عمل منجر میشود بحالت سابقه و از این قرار تحویل صورت مقدارش منحصر میشود بآنکه عددی بنویسیم که اجزایش باین تفصیل برما معلوم است میدانیم چند مرتبه مشتمل میشود عشرات الف را (که میریا باشد) ... و آحاد الف (کیلو باشد) .... و عشرات (دکا) .... و صدم (سانتی) .... از واحدی مشخص را این قاعده مخصوصه اینجا لازم نیست ذکر چند مثال کافی باشد

در تبدیل آحاد سیستم متریک بهمدیگر

۲۲۶ اولاً طول شیی مرکب است از ۷ هکتومتر ۳ دکامتر ۸ متر ۶ سانتیمتر
۴ میلیمتر و میخواهیم مقدارش را بحسب متر بنویسیم
موافق تعریف ن(۲۱۵) ظاهر است که عبارت چنین نوشته ۷۳۸٫۰۶۴ متر

ثانیاً ساحت سطحی مرکب است از ۲۹ دکامتر مربع ۸ متر مربع ۳۷ دسیمتر مربع
۵۴ میلی متر مربع میخواهیم این مقدار را بحسب متر مربع بنویسیم
از قرار (۲۱۳) آحاد سطح را بترتیب تناقص از مرتبهٔ اعلای عدد مفروض تا اسفل شان هم
عده هر کدام از این آحاد سطح باید بدو رقم نوشته شود حتی مراتبی که ممکن است از میانه
محذوف باشد (در مثال ما سانتیمتر مربع است) غیر از مرتبهٔ علیا که ممکن است بیش از یک رقم
نباشد بنابراین چون باید واحد همان متر مربع تنها باشد چنین نوشته میشود ۲۹۰۸٫۳۷۰۰۵۴ متر مربع
(مع علامت متر مربع است)

ثالثاً مزرعهٔ صاحب ۴۹ هکتار ۷ آر ۲۲ سانتیار ساحت است میخواهیم این مقدار را
بحسب هکتار بنویسیم جواب ۴۹٫۰۷۲۲ (مع علامت هکتار است)

رابعاً ساحت جسمی مرکب است از ۳۷ هکتومتر مکعب ۹ دکامتر مکعب ۴۱۷ متر مکعب
۱۹ دسیمتر مکعب ۳۸۷ سانتیمتر مکعب ۲۰۰ میلی متر مکعب میخواهیم این مقدار را
بحسب متر مکعب بنویسیم
در سلسلهٔ آحاد مکعب که مقیاس اجسام باشند هر مرتبهٔ آحاد از مرتبهٔ علیا تا سفلی
آنچه در صورت مقدار مفروض موجود باشد با تمام آحادی که از میانه مفقود باشد
باید صاحب سه رقم باشند غیر از مرتبهٔ علیا که ممکن است او یک رقم یا دو رقم
بیشتر نداشته باشد و چون در این مثال متر مکعب واحد فرض شده ساحت مذکور را
چنین نوشته شود

۱۹۳۸۲۲۰۰ دسی ۳۷۰۰۹۳۱۷ (مب علامت متر مکعب است)

خاما گنجایش ظرفی این است ۶ هکتولیتر ۶ لیتر ۳ دسیلیتر ۴ سانتیلیتر میخواهیم
بدانیم چند لیتر میشود

در آحاد کیل هر مرتبه صاحب یک رقم است نه مراتب طول ولی مراتبی را که ممکن است
از میانه مفقود باشد نباید فراموش کرد پس مثال مذکور چنین نوشته میشود ۶۰۶،۳۴ لیتر

۲۲۷ در حل عکس این مسئله هرگاه شیء را بحسب یکنوع واحد تقدیر کرده
باشند میتوان آنرا تفصیل نمود و معلوم کرد که از آحاد مراتب برتر یا پست
آن واحد چه عده مرکب است اولا اگر طولی باشد که بحسب متر تقدیر شده رقم اول
سمت یسار ممیز از نوع متر است رقم دوم دکامتر و هکذا و در سمت یمین ممیز رقم اول
دسیمتر است و دوم سانتیمتر و غیره (۲۱۰) مثال ۷۳۴،۰۶۴ متر به تفصیل چنین میشود
۷ هکتومتر ۳ دکامتر ۴ متر ۶ سانتیمتر ۴ میلیمتر ثانیا اگر مساحت سطحی باشد که
بحسب متر تقدیر شده باشد اول بعد از ارقام اعشار نظر میکنیم چنانچه فرد باشد
باضافه صفر زوجش میکنیم و بعد بخیال یا بعلامت عدد را ابتدا از ممیز در
هر جهت بطبقات دو رقمی قسمتش میکنیم آنوقت در یسار ممیز قطعه اول متر مربع است
و دوم دکامتر مربع و هکذا تا قطعه آخر سمت یسار که ممکن است بیش از
یک رقم نداشته باشد و بعد در یمین ممیز قطعه اول دسیمتر مربع است و قطعه دوم
سانتیمتر مربع و هکذا

مثال ۷۲۹۰۸،۵۳۰۰۴ مع

صفری ملحق میکنیم و چنین مینویسیم ۷ ۲۹ ۰۸،۵۳ ۰۰ ۴۰ و بعد باینطور میخوانیم
۷ هکتومتر مربع ۲۹ دکامتر مربع ۸ متر مربع ۵۳ دسیمتر مربع ۴۰ میلیمتر مربع

مثال دیگر ۴۲۴۳۲۱۵ر۹۳۴ چنین خوانده میشود ۲۴۹ هکتار ۱۷ آر ۴۲ سانتیار

ثالث اگر مساحت جسمی بحسب متر مکعب تقدیر شده باشد (یعنی در مقیاس احجام باشد) بعد از ارقام اعشار نظر کرده اگر ثلث صحیح نداشته باشد با اضافه یک دو صفر خانه اش میکنیم بعد ابتدا از طرف دست راست بقطعات سه رقمی قسمت میکنیم تا منوفت بواحد اصلی حجم ابتدا میکنیم (در مثال ما متر مکعب است) و معین میکنیم که در پیش طرف قطعهٔ اول متر مکعب است و قطعهٔ دوم دکامتر مکعب و هکذا تا قطعهٔ اخیر که ممکن است بیشتر از یک رقم یا دو رقم نداشته باشد و بعد در سمت یمین قطعهٔ اول دسیمتر مکعب است و قطعهٔ دوم سانتیمتر مکعب و هکذا

مثال ۳۷۵۵۹۳۱۷ر۰۱۹۳۸۷۲ مب

اول چنین مینویسیم ۳۷ ۵۵ ۹ ۳۱۷.۰۱۹ ۳۸۷ ۲۵۵

و بعد چنین میخوانیم ۳۷ هکتومتر مربع ۹ دکامتر مکعب ۳۱۷ متر مکعب ۱۹ دسیمتر مکعب ۳۸۷ سانتیمتر مکعب ۲۵۵ میلیمتر مکعب

رابعاً اگر سوال از مکعب لیتر باشد حکمش مانند متر است چونکه مراتب رقم بر قسم تغییر میکند مثال ۶۰۹ر۳۴ لیتر چنین بخوانند ۶ هکتولیتر ۹ لیتر ۳ دسیلیتر ۴ سانتیلیتر

۲۲۸ هرگاه مقدار بحسب واحد مشخصی ذکر شده باشد میتوان بمحض تغییر مکان ممیز نسبت داد او را بواحد دیگری که کوچکتر باشد یا بزرگتر

بیان هرگاه واحد را ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مرتبه تنزل دهیم آن مقدار مفروض واحد جدید را ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مرتبه بیشتر از واحد قدیم مشتمل میشود پس باید ممیز را ۱ و ۲ و ۳ و ۴ مرتبه بسمت یمین پیش بیاوریم تا عدد مفروض ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ مرتبه ترقی کند و هرگاه واحد جدید ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ... مرتبه

بزرگتر از واحد قدیم باشد حکم بر خلاف مذکور است یعنی ممیز را بسمت یسار عقب میبریم چونکه در مقدار معروض واحد جدید باید ۱۰ مرتبه ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ... مرتبه کمتر بگنجد

مثال میخواهیم ۵۸۴۲ر۲۳۸۷۶ متر راکیلومتر تحویل کنیم چون یک کیلومتر معادل است با ۱۰۰۰ متر ممیز را ۳ مرتبه بسمت یسار عقب میبریم چنین میشود ۵ر۸۴۲۲۳۸۷۶ کم (کم علامت کیلومتر است)

میخواهیم همان عدد را به سانتیمتر تحویل کنیم چون یک متر معادل است با ۱۰۰ سانتیمتر ممیز را دو مرتبه بسمت یمین پیش می آوریم چنین میشود ۵۸۴۲۲۳۸ر۷۶ سم (سم علامت سانتیمتر است)

مثال دوم ۷ر۳۸۷۶۴ مع را میخواهیم تحویل کنیم به آر یا دکامتر مربع چون یک آر معادل است با ۱۰۰ متر مربع ممیز را دو مرتبه بسمت یسار عقب میبریم و چنین میشود

۰ر۰۷۳۸۷۶۴ آر = ۷ر۳۸۷۶۴ مع

میخواهیم همان عدد را تحویل کنیم به سانتیمتر مربع چون یک متر مربع معادل است با ۱۰۰۰۰ سانتیمتر مربع چنین میشود

۷۳۸۷۶ر۴ سم = ۷ر۳۸۷۶۴ مع

جدول مقیاسهای قدیم فرانسه بنسبت مقیاسهای جدید

مقیاسهای طول

نقطه که $\frac{1}{12}$ خط باشد	۰٫۱۸۸	میلیمتر
خط که $\frac{1}{12}$ ابهام باشد	۲٫۲۵۶	میلیمتر
ابهام که $\frac{1}{12}$ پا باشد	۰٫۰۲۷۰۷	متر
پا	۰٫۳۲۴۸۴	متر
قواز که ۶ پا باشد	۱٫۹۴۹۰۴	متر
اَوَن که ۶۳۴۲ باشد	۱٫۱۸۸۴۵	متر
میل که ۱۰۰۰ قواز باشد	۱٫۹۴۹۰۴	کیلومتر
لیو چاپاری که دو میل باشد	۳٫۸۹۸۰۸	کیلومتر

مقیاسهای سطح

خط مربع	۵٫۰۸۸۷	میلیمتر مربع
ابهام مربع	۷٫۳۲۷۸	سانتیمتر مربع
پای مربع	۰٫۱۰۵۵	متر مربع
قواز مربع	۳٫۷۹۸۷	متر مربع
اون مربع	۱٫۴۱۲۳	متر مربع
پرش آب و جنگل (مربعی است بضلع ۲۲ پا)	۵۱٫۰۷	متر مربع
پرش پاریس (مربعی است بضلع ۱۸ پا)	۳۴٫۱۹	متر مربع

اَرپان آب و جنگل نوعی است از جریب آن ۱۰۰ پرش ۲۲ پائی است ۰٫۵۱۰۷ هکتار یا ۵۱۰۷٫۲۰ متر

اَرپان پاریس و آن ۱۰۰ پرش ۱۸ پائی است ۰٫۳۴۱۹ هکتار ۳۴۱۸٫۸۷ متر

مقیاسهای کیل

خط مکعب	۰٫۰۱۱۴۸	سانتیمتر مکعب
ابهام مکعب	۰٫۰۱۹۸۳۶	دسیمتر مکعب
پای مکعب	۰٫۰۳۴۲۸	متر مکعب
تواز مکعب	۷٫۴۰۳۹	متر مکعب
دوا در مساحت چوب استعمال میشود (۶۵ پای مکعب است)	۱٫۹۱۹۵۲	متر مکعب
کرو آب جنگل (دو دوا است)	۳٫۸۳۹۰۵	متر مکعب
سیلیو (۳ پای مکعب است)	۰٫۱۰۲۸۳	متر مکعب
پنت (در مقیاس مایعات)	۰٫۹۳۱۳	لیتر
ولت (۸ پنت است)	۷٫۴۵۵۵	لیتر
کارتو (۹ ولت است)	۶۷٫۰۵۴۵	لیتر
فولیت (۲ کارتو)	۱٫۳۴۱۰۹	هکتولیتر
موید (۲ فولیت)	۲٫۶۸۲۱۸	هکتولیتر
لیترن (در مقیاس اجسام جامده)	۰٫۸۱۳۰	لیتر
بواسو (۱۶ لیترن)	۱۳٫۰۰۸	لیتر
ستیئر (۱۲ بواسو)	۱٫۵۶۱۰	هکتولیتر

اوزان

جبه (۱/۲۴ دنیئر)	۰٫۰۵۳	گرم
دنیئر یا اسکروپول (۱/۳ گروه)	۱٫۲۷۵	گرم
گروه (۱/۸ اونس)	۳٫۸۲۴	گرم
اونس (۱/۸ مار)	۳۰٫۵۹	گرم
مار (۱/۲ لیور)	۰٫۲۴۴۷۵	کیلوگرم
لیور وزن	۰٫۴۸۹۵۱	کیلوگرم
کنتال	۴۸۹۵۱	کیلوگرم

نقود

فلز	اسم پول			قیمت پول	
				سانتیم	فرانک
طلا	دوبل لوئی	۴۸	لیوری	۳۰	۴۷
	لوئی	۲۴	لیوری	۵۵	۲۳
	نیم لوئی	۱۲	لیوری	۷۷	۱۱
نقره	اِسکو	۶	لیوری	۸۰	۵
	اِکو	۳	سیوری	۵۵	۲
	لیور تورنوا منسوب بشهر تور (واحد نقد است و تقسیم بر ۱۲ سل قسمت میشود و سل بر ۵ لیار و نیز بر ۱۲ دنیه (و پول یک لیور سکه)			۹۹	$\frac{80}{81}$
	پول	۳۰	سل		
	پول	۲۴	سل		
	پول	۱۵	سل		
	پول	۱۲	سل		
قمری که جزو اعظمش مس است و کمی نقره دارد	پول	۶	سل		
	پول	۶	لیار		
مس	پول	۲	سل		
	پول	۱	سل		
	پول	۲	لیار		
	پول	۱	لیار		

در تحویل مقیاسهای قدیم فرانسه بمقیاسهای جدید

جدول مذکور بکار آید در حل مسائل ذیل و امثال آنها

۲۲۹ مثال اول میخواهیم تحویل کنیم ۵۳ توار ۳ پا ۷ ابهام ۵ خط بمتر
رجوع میکنیم بجدول و این اعداد را بیرون می آوریم

۵۳ توار = ۱٫۹۴۹۰۴ × ۵۳ = ۱۰۳٫۲۹۹۱۲ متر　　　۱ توار = ۱٫۹۴۹۰۴ متر

۳ پا = ۰٫۳۲۴۸۴ × ۳ = ۰٫۹۷۴۵۲　　　۱ پا = ۰٫۳۲۴۸۴

۷ ابهام = ۰٫۰۲۷۰۷ × ۷ = ۰٫۱۸۹۴۹　　　۱ ابهام = ۰٫۰۲۷۰۷

۵ خط = ۰٫۰۰۲۲۵۶ × ۵ = ۰٫۰۱۱۲۸　　　۱ خط = ۰٫۰۰۲۲۵۶

۵۳ توار ۳ پا ۷ ابهام ۵ خط = ۱۰۴٫۴۷۴۴۱ متر

مثال دوم میخواهیم تحویل کنیم ۲۹ لیور ۱ مار ۳ انس ۵ گرو را بکیلوگرم
این اعداد را از جدول بیرون می آوریم

۲۹ لیور = ۰٫۴۸۹۵۱ × ۲۹ = ۱۴٫۱۹۵۷۹ کیلوگرم　　　۱ لیور = ۰٫۴۸۹۵۱ کیلوگرم

۱ مار = ۰٫۲۴۴۷۵

۳ انس = ۰٫۰۳۰۵۹ × ۳ = ۰٫۰۹۱۷۷　　　۱ انس = ۰٫۰۳۰۵۹

۵ گرو = ۰٫۰۰۳۸۲۴ × ۵ = ۰٫۰۱۹۱۲　　　۱ گرو = ۰٫۰۰۳۸۲۴

بعد از جمع　۲۹ لیور ۱ مار ۳ انس ۵ گرو = ۱۴٫۵۵۱۴۳ کیلوگرم

مثال سوم میخواهیم تحویل کنیم ۵۴۳۲ فرنک ۸۴ سانتیم را به لیور سو دنیه
این تساوی را از جدول بیرون می آوریم　۱ فرنک = ۸۱/۸۰ لیور = ۱ لیور + ۱/۸۰

ابای

و با این طور ضرب میکنیم

$$\frac{۱}{۸۰}\quad \overset{\text{لیور}}{۱}$$

```
۵۴۳۲٫۸۴
۵۴۳۲ ۸۴
۶۷٫۹۱
۵۵۰۵٫۷۵
۲۰
۱۵٫۰۰
```

پس ۵۴۳۲٫۸۴ فرنک = ۵۵۰۵ لیور ، ۱۵ سو

درضرب $\frac{۱}{۸۰}$ در ۵۴۳۲٫۸۴ یا عکس ضرب ۵۴۳۲٫۸۴ در $\frac{۱}{۸۰}$ میرزا انجال یکمرتبه بسمت یسار عقب میبریم تا عشر عدد ۵۴۳٫۲۸۴ یعنی ۵۴۳۲٫۸۴ بدست آید آنوقت ثمن آنرا بگیریم این عدد میشود ۶۷٫۹۱ و آن $\frac{۱}{۸۰}$ عدد اول است و مجموع دو جمله چنین میشود ۵۵۰۵٫۷۵ لیور بعد از آن جزو عشار ۰٫۷۵ لیور را تحویل کنیم به سو پس باید آنرا در ۲۰ ضرب نمود (۰٫۷۵ جزو یک لیور = ۱۵ جزو ۲۰ سو)

و در آخر

۵۴۳۲٫۸۴ فرنک = ۵۵۰۵ لیور ، ۱۵ سو

در حل عکس مسئله مذکوره میخواهیم تحویل کنیم ۳۷۹ لیور ۱۳ سو ۸ دنیئر را به فرنک با این دستور العمل پیش میرویم چون

$$\frac{۱}{۸۰} + \overset{\text{لیور}}{۱} = \overset{\text{فرنک}}{۱}$$

و $\overset{\text{دنیئر}}{۲۴۰} = ۲۰ \times ۱۲ = \overset{\text{لیور}}{۱}$ و $\overset{\text{دنیئر}}{۳} = \frac{۲۴۰}{۸۰} = \overset{\text{لیور}}{\frac{۱}{۸۰}}$

پس $\overset{\text{دنیئر}}{۲۴۳} = \overset{\text{دنیئر}}{۳} + ۲۴۰ =$ ، و بعد $\overset{\text{دنیئر}}{۱} = \frac{\overset{\text{فرنک}}{۱}}{۲۴۳}$

حال تحویل میکنیم ۳۷۹ لیور ۱۳ سو ۸ دنیئر را به دنیئر و حاصل را قسمت میکنیم بر ۲۴۳ تا چنین شود

$$\overset{\text{دنیئر}}{۹۱۱۲۴} = \frac{\overset{\text{فرنک}}{۹۱۱۲۴}}{۲۴۳}$$

و صورت عمل این است

```
لیور      سو    دنیئر
۳۷۹     ۱۳     ۸
 ۲۰
-------
۷۵۹۳
 ۱۲
-------
۱۵۱۸۶
۷۵۹۳
    ۸
-------     | ۲۴۳
۹۱۱۲۴       | ۳۷۵٫۰۳
```

و خارج قسمت از رقم سوم اینست ۳۷۵٫۰۰ دسیک

در تبدیل مقیاسهای دول خارجه

۲۳۵ تحویل مقیاسهای خارجه بمقیاسهای فرانسه و عکس آن هر دو گاه لازم میشود لهذا باید جداولی مانند جداول سابق در دست داشت که اصول مقیاسهای متعلقه خارجه نسبت آنها و سیستم متریک را ثبت باشد تا در وقت ضرورت بآن رجوع شود و ما چنین جداول را در خاتمه کتاب آورده‌ایم و مثالی هم برای دستور العمل در اینجا ذکر کنیم

مثال میخواهیم تحویل کنیم $\frac{5}{6}$ ۷۹ کالن را بلیتر (کالون مقیاس کیل انگلیس است)

در جداول چنین ثبت است ۱ کالن = ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر

و بیک ضرب مسئله حل میشود ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر

	۷۹ $\frac{5}{6}$
	۴۰۸۹۱۱۲۱۷۳
	۳۱۸۰۴۲۰۵۷۹
$\frac{3}{6}$	۲۲۷۱۷۲۸۹۸
$\frac{2}{6}$	۱۵۱۴۴۱۵۹۹
	۳۶۲٫۷۱۹۳۹۴۶۰

جواب مقدار مفروض معادل است با ۳۶۲٫۷۲ لیتر تا کمتر از ۰٫۰۱ لیتر و ظاهر است که اگر اول قید کرده بود که جواب تا ۰٫۰۱ لیتر تقریب باشد لازم نبود اینهمه ارقام از جداول گرفته شود

در حل عکس این مسئله میخواهیم تحویل کنیم ۳۶۲٫۷۱۹ لیتر را به کالن

در جداول چنین ثبت است

۱ کالن = ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷ لیتر = ۱ لیتر × ۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷

پس $\frac{\text{۱ کالن}}{۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷}$ = ۱ لیتر ؛ $\frac{\text{۳۶۲٫۷۱۹ کالن}}{۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷}$ = ۳۶۲٫۷۱۹ لیتر

و در این قسمت بعنوان قاعده اختصار معمول داشت
از روی جدول مذکوره دستور العمل معلوم شد و زیاده بر این لازم نیست چونکه بعد از دانستن
جداول قاعده یکی است باید در تحویل مقیاسهای خارج بمقیاسهای فرانسه عمل ضرب مجری
داشت و در عکس آن عمل قسمت را

در شرح مقیاسهای ایران

۲۳۱ در باب سیستم متریک ذکر شد که در هر طایفه بالطبع شش نوع مقیاس مستعمل باشد.
مقیاس طول مقیاس سطح مقیاس حجم مقیاس کیل مقیاس وزن مقیاس نقد
در ایران نیز همچنان است ولیکن بیتر آنست که هر ولایت این مملکت را مقیاسهائی است مخصوص خود یا
بلکه در هر بلوک و ده و شهری مخصوص اند و تتبع در تمام آنها محال است ما اکتفا کنیم بذکر مقیاسهائی
که در بلاد معروف بخصوص در طهران مستعمل اند و سابق نیز مقیاسهای چند معمول بود که اکنون
بیشتر آنها متروک و منسوخ است از آنجمله اوزان و مکائیل شرعیه است جدول تفصیل آنها را
در خاتمه ذکر میکنیم
و چون اسامی مقیاسها را همه کس میداند حاجت بشرح جداگانه نیست ما نسبت آنها را
با آحاد سیستم متریک اینجا می آوریم و ضمناً اسامی و نسب آنها بهمدیگر معلوم میشود و دانستن
این نکته اول لازم است
و حد طول در زمان ما ذرع است یا گز این واحد در عصر شاه عباس بزرگ وضع شده
ما حد شش در دست نیست و از آن تاریخ تا کنون بسیار تصرف در او کرده اند در بازار
و نزد تجار دو ذرع مدت بنا دکه برابر باشند و تماماً کوتاه تر اند از ذرع اصلی شاه عباسی
و بندرت ذرعی پیدا شود بزرگتر از آن
واحد اصلی نقدی دینار است و آن پولی است موهوم که در نقش مشخص نیست و نه نقش

از قرانات ولی قدرش معلوم است بقیمت هزار یک قران سمی است و ده هزار یک تومان
واما وزن قران در بدو این دولت ابد مدت ۲۸ نخود بود و اکنون ۲۶ نخود است
و بیم آن باد که بنصف قران باشد بهمین نسبت تنزل کرده ولی قیمتشان در ایران قرار
سابق است و اختلاف قیمت در خارج مملکت ماست واما عیار ابتدا در پول طلا و نقره این بود
۲۵ ر۰ یعنی در هر هزار مثقال نقره ۲۵ مثقال مس ممزوج میکردند و در هزار
مثقال طلا ۲۵ مثقال نقره و مانع عیار ۵۵ ر۰ بود و اکنون اسما عیار این ۵۰ ر۰ است

در نسبت مقیاسهای ایران با مقادیر متریک

در آحاد طول

بهر	(۱/۲ گره)	۰٫۰۳۲ متر
گره	(۱/۱۶ ذرع)	۰٫۰۶۵
ذرع که معمول است حالیه	۱٫۰۳۵ را متر ولکن از ۱٫۰۳۰ را میرود تا	۱٫۰۴۰
ذرع شاهی		۱٫۰۴۵
فرسنگ اصطلاحی	(۶۰۰۰ ذرع)	۶۲۱۰٫۰۰۰
فرسنگ ۲۲ بیکدرجه	(۴۸۵۶ ذرع)	۵۰۲۶٫۰۰۰

و بعضی مقیاسهای طول است که قدرشان به تحقیق معلوم نیست و اینجا ذکر میشود

فرسخ معادل است با ۳ میل و میل = ۴۰۰۰ ذراع ید و ذراع ید = ۲۴ اصبع
و اصبع = عرض ۶ جو معتدل = ۳۶ تار موار یال اسب
و ذراع هاشمی = ۳۲ اصبع = تقریبا یک گره از ذرع شاه
۱۰ = ۶۰ ذراع هاشمی = ۸۰ ذراع ید

در مقیاسهای سطح

گره مربع	۰٫۰۰۴۲۲۵ متر مربع
ذرع مربع	۱٫۰۷۱۲۲۵

عشیر = یک قصبهٔ مربع = ۳۶ ذراع هاشمی مربع

جریب قدم = ۱۰ قفیز = ۱۰۰ عشیر

جریب عیسه رسمی = ۵ ذرع ضرب ۲۰۰ ذرع = ۱۰۰۰ ذرع = ۱۰۷۱٫۲۲۵

جریب رسمی = ۱۵ ذرع در ۶۵ = ۹۷۵ ذرع = ۷۲۳٫۰۷۷

در مقیاسهای مجسم

گره مکعب	۰٫۰۰۰۲۷۵ متر مکعب
ذرع مکعب	۱٫۱۰۸۷۱۸

در اوزان

گندم	۰٫۰۴۸ گرم
نخود	۰٫۱۹۱ گرم
قیراط ایران ($\frac{1}{24}$ مثقال)	۰٫۲۰۰
قیراط خارج بیک حساب معادل است با ۳ گندم که $\frac{1}{24}$ مثقال باشد و بحساب این بیست	۰٫۱۹

مثقال (از قرار مشهور معادل است با ۵ گرم) بتجربهٔ دقیق	۴٫۶
سیر	۷۳٫۵ کیلوگرم
من تبریز ($\frac{1}{2}$ من شاه و از قرار مشهور معادل است با ۳ کیلوگرم)	۲٫۹۳۸
من هزار مثقال تبریز ($\frac{25}{16}$ من تبریز مشهور)	۴٫۵۹۱ کیلوگرم
من ری (۴ من تبریز)	۱۱٫۷۵۳ کیلوگرم
خروار (یکصد من تبریز)	۲۹۳٫۸۳ کیلوگرم

در نقود

پولها

- دینار (پول موهوم)
- غاز (پول موهوم معادل با پنج دینار)
- نیم پول سیاه
- نیم شاهی (۲۵ دینار)
- پول سیاه (۳۳ دینار)
- شاهی (۵۰ دینار)
- صد دینار (پول موهوم)

نقره

- پنجشاهی (۲۵۰ دینار)
- پناه‌آباد (۵۰۰ دینار)
- صاحبقران (۱۰۰۰ دینار سابق معادل بود با ۱٫۰۶ فرنگ
- ریال (پول موهوم ۱۲۵۰ دینار)

طلا

- دو هزاری
- پنجهزاری
- اشرفی (سابق معادل بود با ده عدد صاحبقران و اکنون قریب یازده قران است)

(از قرار که صاحبقران بوزن ۲۸ نخود بوده و عیارش ۵ ۰ ر ۰ این مقادیر نسبت تخمینی داشته با فرنگ ولی الکنون مختلف شده‌اند هر صاحبقران معادل باشد با یک فرنگ یا ۱٫۰۶ ر ۹ ... و نسبت سایر از ... معلوم میشود)

و در نسبت اصول اعداد رشته متری بمقیاسهای ایران

- متر طول ۹۶ ر ۰ ذرع = ۴۵ ر ۱۵ گره
- متر مربع معادل است با ۷۴ ر ۰ ذرع مربع ۱۶ ر ۲۳۷ گره مربع
- متر مکعب ۷۲۱ ر ۰ ذرع مکعب
- لیتر ۶۵۳ ر ۳ گره مکعب
- گرم ۵ نخود ۱ گندم
- کیلوگرم (قریب ثلث من تبریز) معادل است با ۱۹٫۵ نخود ۲۱۷ مثقال = ۱۹٫۵ مخفف ۹ مثقال ۱۳ سیر
- فرنگ سابق معادل بود با ۸۶۲ دینار ولی الکنون قریب است با صاحبقران

در حساب مقیاسهای ایران

جمع قاعده همانست که سابق ذکر شده جز آنکه اینجا مراتب به نسبت عشار نشید ودر حاصل جمع هر کدام از حد خود تجاوز نماید باید رفع نمود بمرتبه زیر خود

مثال در جمع این اعداد

خروار	من	سیر	مثقال
۵	۲۶	۱۸	۹
۲	۵۶	۲۴	۸
۳	۴۸	۱۵	۱۴
۱۵	۱۳۰	۵۷	۳۱

بعد از آنکه مراتب مختلفه را ستون بستون جمع کردیم هر کدام از حد خود تجاوز نموده پس باید مثقال را بسیر تحویل کرد و مجموع سیرها را بمن و مجموع منها را بخروار ان وقت چنین میشود

خروار	من	سیر	مثقال
۱۱	۳۱	۱۸	۱۵

تفریق در تفریق نیز عمل مانند سابق است جز آنکه هر گاه یکی از مراتب مفروق بزرگتر باشد از مرتبه نظیر خود از مفروق عنه باید واحدی از مرتبه بالاتر را با آن مرتبه مفروق عنه که کوچکتر است بخشش نمود بشرط آنکه آن واحد را در مفروق منظور آوریم

مثال

من	سیر	مثقال
۲۴	۱۵ (۴۵)	۸ (۱۶)
۹	۲۷	۱۴
۱۴	۲۷	۱۰

چون ۱۴ مثقال بزرگتر بود از ۸ مثقال و ۲۷ سیر از ۱۵ سیر بر عدد اول ۱۶ اضافه کردیم و بر دوم ۳۰ ولی این اضافه را در عدد مفروق منظور آوردیم

در ضرب صرفی که اکثر اوقات لازم شود عدد آحاد وزن است در نقد یا آحاد طول است در آن وزن غالب مرکب میشود از آحاد مختلفه خروار و اجزایش و طول هم ممکن است مرکب باشد از فرسنگ و ذرع و گره ولیکن مقدار نقد چون احد اصلیش دینار است و ده بده ترقی میکند میتوان تومان را واحد فرض نمود و مقدار نقدی را بصورت عدد اعشاری نوشت مثلاً ۲۳۷ تومان ۵ هزار و هفتصد و چهل و پنج دینار را باین صورت نویسیم

۲۳۷٫۵۷۴۵ تومان (هر مرتبه که اتفاقاً از میانه مفقود باشد باید بجایش صفر نوشت)

و از این قرار عمل منجر میشود بضرب عدد کسری مرکب در مفرد پس باید مراتب مختلفه عدد مرکب را در مقدار مفرد ضرب نمود و هر کدام را ممکن باشد رفع کرد مثال متاعی از قرار یکمن تبریز هفتصد و بیست و پنج دینار فروخته میشود میخواهیم بدانیم دو خروار و ۴۴ و ۱۶ سیر ۷ مثقالش بچند است صورت عمل از اینقرار است

من	سیر	مثقال
۲۴۴	۱۶	۷

۰٫۰۷۲۵ تومان

باید ضرب نمود ۰٫۰۷۲۵ تومان را اول در ۷ مثقال و بعد در ۱۶ سیر و بعد در ۲۴۴ من و حاصل اول ۰٫۵۰۷۵ را قسمت کرد بر ۱۶ که مخرج مثقال است و خارج قسمت ۰٫۰۳۱۷۲ را افزود بر حاصل ثانی و مجموع ۱٫۰۵۴۲ را قسمت کرد بر ۴۰ که مخرج سیر است و خارج قسمت ۰٫۰۲۹۴۲ را افزود بر حاصل سوم ۱۷٫۵۴ و مجموع ۱۷٫۷۱۸۱۶۴ تومان جواب است

ولی در این نوع اعمال آسانتر این است که اجزای مضروب را بیک نوع واحد تحویل کنیم مثلاً ۷ مثقال را بر ۱۶ قسمت کنیم تا از نوع سیر شود و خارج قسمت تقریبی ۰٫۴۴ را بر ۱۶ اضافه کنیم و مجموع ۱۶٫۴۴ را بر چهل قسمت کنیم

تا از نوع من شود و خارج قسمت ۱۱٫۴۱ره را بر عدد مذکور اضافه کنیم مجموع ۲۴ر۱۱۴۱ من را
بقاعده اختصار ضرب کنیم در ۷۲۵ر۰ و تا چهار رقم اعشار که عدد دینار است بدست آوریم
در مثال مذکور اگر عوض قیمت من قیمت سیر مشخص شده بود می بایست اول از آن روی
قیمت من را معلوم کرد بعد مشغول عمل گردید
و در ضرب آحاد طول در آحاد طول یا در نقد بهتر آنست که کره و سایر اجزا و اضعاف را به یک نوع
واحد مثلا بذرع تحویل کنیم و آنوقت عدد مفرد را در عدد مفرد ضرب نمائیم پس باید تحویل کره را با اعشار
ذرع داشته باشیم و ما اینجا از یک کره تا ۱۵ کره را تحویل نموده تا چهار رقم اعشار در جدول
آورده ایم ولیکن وقت عمل بیش از یک دو رقم اعشار لازم نیست استعمال کنند

جدول تحویل کره به اعشار ذرع	
کره	اعشار ذرع
۱	۰ر۰۶۲۵
۲	۰ر۱۲۵۰
۳	۰ر۱۸۷۵
۴	۰ر۲۵۰۰
۵	۰ر۳۱۲۵
۶	۰ر۳۷۵۰
۷	۰ر۴۳۷۵
۸	۰ر۵۰۰۰
۹	۰ر۵۶۲۵
۱۰	۰ر۶۲۵۰
۱۱	۰ر۶۸۷۵
۱۲	۰ر۷۵۰۰
۱۳	۰ر۸۱۲۵
۱۴	۰ر۸۷۵۰
۱۵	۰ر۹۳۷۵

تنبیه در خصوص بعضی اختصارات عمل
چون یکصد دینار با رقام هندسی چنین نوشته
میشود ۰۱ره تومان و یکصد و پنجاه دینار چنین ۰۱۵ره تومان
و دویست دینار چنین ۰۲ره تومان و دویست و پنجاه
دینار چنین ۰۲۵ره تومان پس هرگاه بخواهیم عدد
مفروضی از ذرع یا وزن را در یکصد دینار
ضرب کنیم باید ممیز مضروب را دو مرتبه
بسمت یسار عقب برد و آنچه حاصل شود بعینه
حاصل ضرب است بحساب تومان
مثال زمینی از قرار ذرعی یکصد دینار قیمت دارد
میخواهیم ۲۸۴ر۳۸ ذرعش را بدانیم چقدر قیمت دارد
ممیز را دو مرتبه نقل میکنیم و جواب چنین

قیمت کرباس ۵ره ۸ قران
سهم کره ۴ر۲۷۵
سهم گره ۳ر۱۳۷۵
سهم ... ۶ر۵۳۴۴
مجموع ۶ر۹۴۶۹
حاصل اول ۱۱۹ر۷
مجموع ۶۴۶۹ر۱۲

میشود ۲٫۸۴۳۸ تومان و اگر بخواستیم در شاهی ضرب کنیم عملیات نصف
مضروب را بر خودش اضافه کرده و ممیز مجموع را باید سابق دو مرتبه بسمت یسار نقل نمود
واز این قرار مثال مذکور چنین میشود   ۲۸۴٫۳۸ ع × ۱۵٫۰ تومان

نصف ۱۴۲۱۹

جواب . . . . . . ۴۲٫۶۵۷ تومان

اگر بخواستیم در عباسی ضرب کنیم عملیات مضاعف کنیم باین صورت

۲۸۴٫۳۸ ع × ۰٫۰۲ تومان

جواب . . . . . . ۵٫۶۸۷۶ تومان

و اگر بخواستیم در پنجشاهی ضرب کنیم عملیات ربع کنیم و ممیز را یکمرتبه بسمت یسار عقب
بریم آنچه شد حاصل ضرب است بحسب تومان

مثال   ۲۸۴٫۳۸ ع × ۰٫۰۲۵ تومان

ربعه . . . . . ۷۱٫۰۹۵

چون ممیز را یکمرتبه نقل کنیم عدد ۷٫۱۰۹۵ تومان جواب است

باین اختصارات حاصل ضرب زودتر بدست می آید

در قسمت مقسوم علیه را در هر حالت باید مفرد نمود بصورت عدد اعشاری آورد
واما مقسوم آسانتر این است که آنرا هم مفرد کنند و قسمت را در آن دو معمول دارند
ولی این نوع هم ممکن است که مفرد نکرده مرتبه اعلاش را قسمت کنید بر مقسوم علیه
و خارج قسمت را نوشته آنچه باقی ماند تجنیس نموده اضافه کنید بر مرتبه پست تر و آنرا هم
قسمت کرده باقیش را تجنیس نموده اضافه کنید بر مرتبه پست تر و بهمین وجه پیش روید

مثال اول ۶۵ من ۱۳ سیر ۱۴ مثقال متاعی خریده شده است بمبلغ ۴۲ تومان میخواهیم
بدانیم یکتومان چه قدر وزن میدهد

تنبیه [illegible]

اینجا باید وزن را قسمت کرد بر تنخواه و صورت عمل این است

مثقال ۱۴ سیر ۱۷ من ۶۵

۴۲

۲۳ باقی اول مضروب فیه

۴۰

۹۲۰

۱۷

۹۳۷

۸۴

۹۷

۸۴

۱۳ باقی دوم مضروب فیه

۱۶

۷۸

۱۳

۲۰۸

۱۶۸

۴۰

۴۲

مثقال ۴ سیر ۲ من ۱

باقی اخیر که باید بطور اعشار قسمت کرد یا تحویل نمود به نخود و الوف قسمت کرد . . . . . .

مثال دوم موازی من ۲ سیر ۷ مثقال ۵ متاعی خریده شده است بمبلغ یکتومان میخواهیم بدانیم که از همان قرار ده من چه قدر قیمت دارد

اینجا باید ده را بر وزن قسمت نمود پس آنها را بجنس من تحویل میکنیم چنین میشود ۲ر۱۸۲۸ من و خارج قسمت بقاعده اختصار یا بقاعده رسمی تا چهار رقم اعشار چنین میشود ۴ر۵۱۸۲ تومان

بستنه متعلق بابواب علم سیاق در اعمال متعلقه بمقیاسهای ایران آنچه لازم بود ذکر شد پس اگر در امور زندگانی لازم شود که عملی از اعمال حساب را در آن مقیاسها مجری داریم دستور العمل عام این است که اعداد را بارقام هندسی مینویسیم بقواعدی که ذکر شده مسئله را در آن اعداد حل نمائیم و در آخر چنانچه بخواهیم نتیجه را بقانون سیاق در فرد یا کتابچه بنویسیم مقصود آنکه نباید هیچوجه اعمال حساب را در اعداد سیاق مجری داشت و الا عمل خالی از زحمت و تفصیل نخواهد بود

در مقیاس زمان

۲۳۴ مدت یکدور حرکت وضعی زمین را حول محور خود شبانروز یا روز مطلق
گوئیم و بعبارت اخری این مدت یکدور حرکت مرئی یومی آفتاب است حول زمین و روز را بر ۲۴
دقیقه و دقیقه را بر ۶۰ ثانیه و ثانیه را بر ۶۰ ثالثه و علامت آنها در تحریر این است
این است عث قه ثیه ثلثه مثلا ۳ ساعت ۲۱ دقیقه ۵۳ ثانیه
۱۹ ثالثه را چنین نویسند ثلثه ۱۹ ثیه ۵۳ قه ۲۱ عث ۳
نزد منجمان و طبیعی‌دانان واحد زمان ثانیه است و بندرت ثالثه را استعمال کنند و مدت کمتر
از ثانیه را با عشر ثانیه ضبط کنند

یعنی ... را بر ۶۰ ع

مدت یکدور حرکت طبیعی انتقالی زمین را در حول آفتاب سال شمسی گوئیم و طول این مدت قریب
۳۶۵ روز و ربع است و مدت یکدور حرکت انتقالی ماه را از وضع معینی که با آفتاب داشته
باشد تا معاودتش را بهمان وضع ماه هلالی گوئیم و آن تا چهار ماه هلالی ممکن است سی روز سی روز باشد
و زیادت نه و تا سه ماه متوالی ۲۹ روز ۲۹ روز باشد و زیادت نه و طول اوسط آن مدت
۲۹ روز ۱۲ ساعت ۴۴ دقیقه و کسری است و مدت دوازده چنین دوره را سال قمری گوئیم و آن ۳۵۴ روز
و هشت ساعت و کسری است و اختلافش با سال شمسی قریب ۱۱ شبانروز و ربع است
برای تقدیر زمان در این عصر سه نوع تاریخ مستعمل است اول تاریخ هجری که حضرت پیغمبر صلی الله علیه و آله
از مکه معظمه بمدینه طیبه هجرت فرمودند و آن مطابق است با سال ۶۲۲ مسیحی
سنین این تاریخ قمری است و مبدا از ماه محرم است و منجمان در حساب ماههای این سال را
بترتیب ۳۰ روز و ۲۹ روز گیرند از این قرار

در اینجا ... ع

محرم	صفر	ربیع الاول	ربیع الثانی	جمادی الاولی	جمادی الآخر
۳۰	۲۹	۳۰	۲۹	۳۰	۲۹
رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذیقعده	ذیحجه
۳۰	۲۹	۳۰	۲۹	۳۰	۲۹

واکنون

واکنون که مشغول تحریر این کتاب میباشیم سال ۱۲۸۱ هجری است

دوم تاریخ جلالی است منسوب بسلطان جلال الدین مبداش در عصر او بوده است مطابق سال ۴۷۱ هجری و سنین این تاریخ شمسی است و اول سال روز اعتدال ربیعی است اوان بهار و ماههایش راسی روز گیرند و پنج روز در آخر سال باسم خمسه مسترقه بیفزایند و از بابت کسور سال در هر سی و سه سال ۸ روز بر خمسه اضافه کنند و آن سال را کبیسه گویند و اسامی ماههای این است

فروردین ۳۰	اردیبهشت ۳۰	خرداد ۳۰	تیر ۳۰	مرداد ۳۰	شهریور ۳۰
مهر ۳۰	آبان ۳۰	آذر ۳۰	دی ۳۰	بهمن ۳۰	اسفندارمذ ۳۰

خمسه مسترقه ۵ واکنون سال ۸۷۱ جلالی است

سوم تاریخ مسیحی است مبداش روز میلاد حضرت مسیح است و طول سال شمسی گیرند و سال رسمی شان ۳۶۵ روز است بی کسر و از بابت رفع باقی در هر چهار سال یکروز بر ۳۶۵ بیفزایند

و چنین سال ۳۶۶ روزه را کبیسه گویند و چون سال شمسی حقیقی قریب $\frac{1}{130}$ کسر شبانروز کمتر از ۳۶۵ روز و ربع است لهذا در صورتیکه سال را ۳۶۵ روز و ربعی گیریم در هر ۱۳۰ سال یکروز بسبب اجتماع کسور زیاده محسوب داشته ایم و بجهت رفع این غلط در هر دورهٔ چهارصد ساله سه روز حذف کنند از اعتبار سالهائی که عدد شان منتهی شده باشد بدو صفر اگر بعد از وضع آن دو صفر ارقام باقی قابل قسمت باشند بر ۴ کبیسه نخواهد بود و بنا بر این هر سال که عددش قابل قسمت باشد بر ۴ کبیسه است جز آن سالهائیکه استثنا نمودیم مثلا سال ۱۸۶۴ کبیسه بود و ۱۸۶۵ و ۱۸۶۶ و ۱۸۶۷ و ۱۷۰۰ و ۱۸۰۰ و ۱۹۰۰ کبیسه نیستند و سال ۲۰۰۰ آینده کبیسه خواهد بود

این قانون در جمیع دول مسیحیان مستعمل است جز در روسیه ایشان در هر چهار سال یکروز کبیسه میکنند

ولهذا تاکنون ۱۲ روز اختلاف واقع شده است میان تاریخ ایشان و تاریخ مسیحی عام نمیعدا و در هر
چهارصد سال سه روز بر اختلاف بیفزاید ولهذا تاریخ مسیحی را اغلب باین طریق نویسند
$\frac{۴ \text{ مه}}{۱۶ \text{ مه}}$ یعنی روز چهارم مه ماه روسی و ۱۶ مه ماه فرانسه و سایر
سال را بدوازده ماه قسمت نموده اند نامهای آنها و عدد ایام آنها از این قرار است

ژانویه	فوریه	مارس	آوریل	مه	ژوئن	ژوئیه
۳۱	۲۸	۳۱	۳۰	۳۱	۳۰	۳۱

اوت	سپتمبر	اکتبر	نوامبر	دسمبر
۳۱	۳۰	۳۱	۳۰	۳۱

ماه فوریه در سالهای رسمی ۲۸ روز است و در سالهای کبیسه ۲۹ روز و مبدأ
سال این تاریخ قریب ۸۰ روز پیش از عید نوروز و اول بهار است و اوقات تحریر این
کتاب تاریخ مسیحی ۱۸۶۵ است

در قسمت محیط دایره

۲۳۳ محیط دایره را بر ۳۶۰ جزو متساوی قسمت کرده اند و هر جزو را درجه
گویند و درجه را بر ۶۰ دقیقه و دقیقه را بر ۶۰ ثانیه و قوس کوچک‌تر از ثانیه را باعشار
ثانیه ضبط کنند

درجه و دقیقه و ثانیه بدو نوع علامت نموده شود مثلا ۳۴ درجه ۲۹ دقیقه ۴۲ و ۳/۴
ثانیه را باینصورت بنمایند ۴۲٫۳۴ ثانیه ۲۹ دقیقه ۳۴ درجه یا باینصورت ۴۲٫۳۴″ ۲۹′ ۳۴°
وقوس ۹۰ درجه را ربع محیط گویند
اوقات وضع سیستم متریک ربع محیط را بر ۱۰۰ جزو قسمت نموده اند و هر کدام را
من باب اعتبار با درجه رتبه خوانند و هر رتبه را بر ۱۰۰ دقیقه و دقیقه را بر ۱۰۰ ثانیه
از قسمت قسمت جدید جمیع قوسها را میتوان بعدد اعشار رتبه نوشت چنانچه
۱۹ رتبه ۳۷ دقیقه ۸۷ ثانیه را چنین نویسیم ۱۹٫۳۷۸۷ رتبه ولی این نوع قسمت

اختیار شد و قسمت قدیم را نظر بمخارجی که دارد بر آن ترجیح دادند

عدد ۱۹ الیوره ۱۵ ثسو ۸ ذثیر و عدد ۱۹ عت ۱۴ قثم ۱۵ ثیه و عدد ۷ عثا ۸ جثه ۳۸ قثم ۴۲ ثیه

و امثال آن نهارا اعداد مقید گوئیم و اعمال در این نوع اعداد جداگانه است و مرکب چنانچه در خصوص مقیاسهای ایران ذکر شد و چندان استعمال نشوند جز در خصوص تقسیم زمان و تقسیم محیط دایره و ما اینجا چند مثال آوریم

مثال اول

۳۷	۲۴	۷	۲۷
۵۳	۴۳	۸	۹
۴۲	۳۱	۱۸	۳۷
۵۲	۱۹	۱۳	
۴	۰	۰	۷۵

مثال دوم

″	′	°
۴۳	۲۸	۳۷
۴۱	۳۱	۱۹
۳۹	۷	۲۴
۱۷	۴۳	
″۲۰	′۵۱	°۸۱

شرح مثال اول ابتدا از ثانیه میزان ستون اول ۱۴۴ است ۴ را نوشتیم ۱۴ را محفوظ داشتیم حاصل ستون دوم با اضافه واحد محفوظ ۱۸ عشرات ثانیه است و آن معادل است با ۳ برابر ۶ عشره ثانیه یعنی با ۳ دقیقه پس صفری نوشتیم و ۳ را محفوظ داشتیم و همین طور پیش رفتیم تا آخر

شرح مثال دوم میزان ستون اول ثوانی ۱۴۰ شد صفر را نوشتیم ۱۴ را محفوظ داشتیم حاصل ستون دوم ۱۴۴ شد چهارده عشرات ثانیه و مرتبه شش عشره مندرج است یعنی ۲ دقیقه با اضافه ۲ عشرات ثانیه که نوشته شد و محفوظ ۲ ماند برای ستون بعد

بنابراین قاعده لازم شد که عدد ثوانی او فوق میزان آن بنویسیم و قسمت کنیم بر ۶۰

مثال تفریق

مثال اول

۱۴	۱۸	۱۹
۳۷	۱۲	۷
۳۷	۵	۱۲

مثال دوم

″	′	°
۴۲	۱۹	۲۴
۲۴	۳۷	۱۳
″۱۸	′۴۲	°۱۰

شرح عمل همان است که در خصوص جمع ذکر شد در مثال اول میگوییم ۷ از ۱۴ باقی ۷
و از ۳ : ۴ چون ۴ از ۱ تفریق نمیشود آنرا از ۱۱ تفریق کردیم بعد از آنکه یک دقیقه
عشرات دقایق اضافه نمودیم ۴ از ۷ باقی ۳ بعد از آن تجاوز کردیم بسوی
ساعات ۱ و ۲ میشود ۳ ۳ از ۸ باقی ۵

در عمل ضرب اگر مضروب و مضروب فیه زیاده از یک رقم باشند عمل ضرب قریب مفصل میشود
چنانچه سابق ذکر شد و اگر صاحب یک رقم باشد شبیه است بجمع

مثال ۱۹° ۳۷′ ۴۳″
۷
۱۳۷° ۲۴′ ۱″

ابتدا از یمین میگوییم ۷ مرتبه ۳ : ۲۱ واحد را مینویسیم و ۲ را محفوظ میداریم
و بعد ۷ مرتبه ۴ : ۲۸ + ۲ : ۳۰ عشرات ثوانی است یعنی ۵ دقیقه صحیح صفر مینویسیم
و ۵ دقیقه را محفوظ میداریم و هکذا تا آخر

اگر مضروب فیه عوض ۷ عدد مرکب میشود مثلاً ۹۳ ملیاست ۴۳ را در آن
ضرب کنیم و حاصل را بر ۶۰ قسمت نمائیم و باقی را در موضع ثوانی بنویسیم و خارج
قسمت را که از دقایق است محفوظ بداریم تا اضافه نمائیم بحاصل ضرب ۳۷′ در ۹۳
و همچنین نتیجه را قسمت کنیم بر ۶۰ و پیش رویم تا آخر

اگر در چنین اعمال عدد مرکب را تحویل نمائیم بواحد مرتبه پست تر عمل مختصر میشود و عدد اعداد
صحاح ولی چندان آسان تر نیست

و قاعدهٔ قسمت را سابق ذکر نمودیم در عدد مقید بر مطلق مانند ضرب باید از مرتبهٔ اعلی
شروع نمود

مسئله چند در اعداد عشاریه و ستینیه مرکب

۲۳۴ تاجری موازی ۳۳۴ متر قماشی را از قرار متری ۴۷ر۲۰ فرنگ فروخت و ۲۲۲ متر را از قرار ۲۳ر۴۵ فرنگ و ۲۴ متر را از قرار ۵۰ را فرنگ و ۴۱ متر را از قرار ۲۵ و ۱ فرنگ و ۱۸ متر را از قرار ۷۵ر۱ فرنگ حال میخواهیم بدانیم که بهمه جهة چند فرنگ عاید او شده است جواب ۱۰۳۹۹ر۴۵ فرنگ

۲ عطاری ۴۲ هکتولیتر روغن کرچک را از قرار لیتری ۷۵ر۰ فرنگ خرید و ۲۵ر۶۰ کیلوگرم شکر را از قرار ۷۵ر۱ فرنگ و ۵۲۰ر۱۵ کیلوگرم فلفل را از قرار ۷۵ر۳ فرنگ و بعد روغن را از قرار لیتری ۹۰ر۰ فرنگ فروخت و شکر را از قرار کیلوگرمی ۹۵ر۱ فرنگ و فلفل را از قرار کیلوگرمی ۴۵ر۰ فرنگ پس منفعت او در این معامله چه بوده است جواب ۵۹ر۳۱ فرنگ

۳ تاجری ۸۰ عدل آب نارنج خرید که هر عدل ۱۲۰ لیتر بود به ۵۰ فرنگ و کرایه ۶ فرنگ و گمرک ۴۵ر۳۰ فرنگ و حق العمل ۴۵ر۷ فرنگ و کرایهٔ منزل ۷۵ر۱ فرنگ حال اگر هر لیتر را بمبلغ ۹۵ر۰ فرنگ بفروشد منفعت او چه خواهد بود و وزن جمیع چه قدر است بنا بر آنکه وزن هر هکتولیتر آب نارنج ۹۸ر۱۵۰ کیلوگرم باشد و وزن هر صندوق با شیشهایش ۲۵ کیلوگرم جواب منفعت ۱۴۶۸ فرنگ و وزن ۴ر۱۱۴۳۲ کیلوگرم

۴ خواستند زمین عمارتی را از کاشی فرش کنند و مساحتش باین تفصیل بود اولا ۴ متر مربع ۱۲ دسیمتر مربع ۴ سانتیمتر مربع ثانیا ۸ متر مربع ۱۴ دسیمتر مربع ۲ سانتیمتر مربع ثالثا ۹ متر مربع ۴ دسیمتر مربع ۵ سانتیمتر مربع رابعا ۷ متر مربع ۳ دسیمتر مربع ۴۵ سانتیمتر مربع حال میخواهیم بدانیم که تمام مساحت عمارت چیست و از قرار متر مربعی ۷۵ر۵ فرنگ چه مبلغ صرف این عمل میشود جواب مساحت کل ۲۸ متر مربع

۳۳ دسیمتر مربع ۱۶ سانتیمتر مربع و خرج ۱۶۲٫۹۳ فرنک

۵ میخواهیم مبلغ ۳۵ سوورن طلای انگلیسی ۳ کرون ۱۳ شیلینگ را بفرنک تحویل کنیم
جواب ۷۸۸٫۸۱ فرنک (رجوع کنید بجدول خاتمه)

۶ میخواهیم مبلغ ۱۳ دوکا ۲ تالر ۷ سیلبرگروش از پول پروس را تحویل کنیم بفرنک جواب
۱۶۲٫۲۴ فرنک

۷ وزن صندوقی مملو از پول ۱۲۰۵٫۷۳۴ کیلوگرم است و وزن صندوق خالی ۶٫۵۷۸ کیلوگرم و وزن مجموع پولهای ۵ فرنکیش ۸۰٫۶۲۵ کیلوگرم است و عدد پولهای دو فرنکی ۲۰۰۰ و عدد یک فرنکی ۱۰۰۰ و وزن پولهای برنج ۳٫۸۰۰ کیلوگرم و ما بقی پول طلای ۲۰ فرنکی است حال مطلوب است عدد پولهای ۵ فرنکی و ۲۰ فرنکی است جواب
پول ۵ فرنکی ۲۲۰۱ عدد و ۲۰ فرنکی ۴۷۹۰ عدد

۸ وزن ظرفی پر از آب ۴۵٫۲۵ کیلوگرم است مطلوب است وسعت بحسب دسیمتر مکعب بنا بر آنکه میدانیم وزن ظرف خالی ۶٫۱۵ کیلوگرم است جواب ۳۹ دسیمتر مکعب
۱۰۰ سانتیمتر مکعب

۹ از ۱۸ متر مفتول آهن باید قلمها ساخت که طول هر کدام ۳٫۳۵ سانتیمتر باشد حال مطلوب عدد قلمهایست جواب ۴۶

۱۰ وزن مجموع پولهای کیسه ۲۱۸٫۵۰ گرم است و در آن کیسه هر چند ممکن بوده از پول ۵ فرنکی ریخته‌اند و بعد دو فرنکی و یک فرنکی و ۰٫۵۰ فرنکی و ۰٫۲۰ فرنکی حال مطلوب عدد این پولهاست از هر نوع جواب ۵ فرنکی ۸ قطعه ۲ فرنکی یک قطعه یک فرنکی یک قطعه نیم فرنکی یک قطعه خمس فرنکی یک قطعه

تعریف کثافت جسم عبارت از وزن یک سانتیمتر مکعب از آن جسم است بحسب گرم در فضای خالی از هوا

و کثافت آب دریا ۳۶۲۰٫۱ است مطلوب وزن آبی است از دریا که ریخته باشند در ظرفی که گنجایش ۳ هکتولیتر ۴۵ لیتر ۴۵ سانتی لیتر باشد جواب ۳۵۴٫۵۳۵ کیلوگرم (رجوع کنید بخاتمه در مسائل مختلفه)

۱۱ کثافت آهن گداخته این است ۷٫۷۸۸ را مطلوب حجم گلوله است که ۲۴ کیلوگرم وزن داشته باشد بحساب سانتیمتر مکعب جواب ۳۰۸۱ سانتیمتر مکعب

۱۲ بر فرض اینکه حجم وزن آب ۷۷۰ برابر وزن هواست در صفر درجه حرارت بفشار هوائی رسمی مطلوب وزن یک لیتر هواست جواب ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم

۱۳ کثافت مس این است ۸٫۸۵ و طلای سفید ۲۱٫۵۳ و از قاعده میدانیم که چون جسم را در هوا وزن کنیم معادل وزنی که هوا در حجم آن جسم داشته باشد از وزن مطلوب جسم مذکور کاسته میشود حال مطلوب وزن حقیقی یک کیلوگرم مس است و وزن یک کیلوگرم طلای سفید جواب وزن حقیقی مس ۹۹۹٫۸۵۳ گرم وزن حقیقی طلا ۹۹۹٫۹۴۲ گرم

۱۴ وزن یک لیتر آب بچهار درجه حرارت یک کیلوگرم است مطلوب وزن یک لیتر آب ۳۵ درجه حرارت است بنابراینکه بدانیم حجمش در حرارت ثانی ۰۰۱۷۵ را برابر میشود نسبت بحجم اول جواب ۰٫۹۹۸ کیلوگرم

۱۵ چه قدر است وزن یک لیتر آب ۳۰ درجه بنابراینکه بدانیم حجمش مابین حرارت ۰۰۴۳۷ را برابر میشود نسبت بچهار درجه جواب ۰٫۹۹۵ کیلوگرم

۱۶ بر فرض اینکه قیمت وزن زر مسکوک سیستم متریک ۱۵٫۵ مرتبه بیشتر از نقره است و وزن پول برنج ۲۰ برابر طلا است حال مطلوب وزن ۱۰۰۰ فرنک پول طلا است و اینکه چند قطعه ۲۰ فرنکی باید تا یک کیلوگرم وزن کند و اینکه چه قدر است وزن ۱۲۵ فرنک پول برنج جواب اول ۳۲۲٫۵۸ گرم جواب دوم ۱۵۵ قطعه

جواب سوم ۵ ر۱۲ کیلوگرم

۱۷ در آن چند قطعه پول طلا که مبلغ ۸۲۴۰ فرنک قیمت داشته باشد چه قدر مس ممزوج است جواب ۲۴ ر۴۲۲ گرم

۱۸ موازی چه قدر طلای خالص ممزوج است در ۴۸۵ قطعه پول ۴۰ فرنکی

جواب ۲۳ ۵۶ ر۵ کیلوگرم

۱۹ موازی چه قدر نقره خالص موجود باشد در آن مبلغی که مرکب باشد از ۲۷۵ قطعه پول ۵ فرنکی و ۳۷۵ قطعه پول ۲ فرنکی و ۸۹۶ قطعه پول یک فرنکی · جواب ۱۵٫۰۵۲۵ کیلوگرم

۲۰ قطر صفو پول ۵ فرنکی ۳۷ میلی متر است و مخارج داخلی دولت فرانسه در سال ۱۸۴۰ مسیحی ۱۳۷۲۵۳۸۱۴۰ فرنک بوده حال میخواهیم این مبلغ را از پول ۵ فرانکی یکی بر سر دیگر مماس همدیگر بر خطی افقی بچینیم و بدانیم طولش بحسب لیوه چهار کیلومتری چه قدر است و مرتبه آنها را بر روی همدیگر بطور ستون بچینیم و بدانیم ارتفاعش چه قدر است بنا بر آنکه ثخن هر قطعه پول ۲۵ ۰۰ ر۰ متر باشد.

جواب طول ۲٫۲۵۳۹ لیوه و ارتفاع ۷ ۸ ر۱۷۱ لیوه

و اگر حمل هر قاطر ۵ ۲۲ کیلوگرم باشد چند راس قاطر برای حمل و نقل آنها باید

جواب ۳۰۵۰۰ راس قاطر

۲۱ میخواهیم وزن را بحسب ساتیم معلوم کنیم اول در قطعات پول نقره و دوم در قطعات پول طلا رجوع کنید به (۲۲۳)

از اول ژانویه ۱۸۳۵ مسیحی (اواخر شعبان ۱۲۵۰) قرار دولتی بر این شد که برای سکه زدن یک کیلوگرم طلا ۰۰ ۹ ر۰ عیار صرف نظر از کسر عمل ۶ فرنک بدهند و پس از اول اکتبر ۱۸۴۹ (اواسط ذیقعده ۱۲۶۵) نیز مقرر شد که مبلغ ۵۰ ر۱ فرنک حق سکه زدن یک کیلوگرم نقره ۹۰۰ ر۰ عیار باشد

و نیز قرار براین است که انواع مسکوکات دول مختلفه و آلات طلا و نقره را که بخواهند در ضرابخانه دولتی فرانسه باتخواه نقد معاوضه کنند اول وزن کنند بعد از آن از روی آن وزن و عیار مشخص قیمت مطلقهٔ آن اشیا را معلوم میکنند و آنوقت از روی این قیمت بحسب وزن فلز خالص و نرخ سابق حق السکه را تشخیص میکنند تفاضل قیمت رسمی آن پولها و آلات است که بخواهند با پول فرانسه معاوضه کنند

حکم معتبر در اول اکتبر ۱۸۴۹ (اواسط ذیقعده ۱۲۶۵)

		قیمت مطلق	قیمت رسمی در معاوضه
یک کیلوگرم طلا	خالص	۳۴۴۴٫۴۴ فرنگ	۳۴۳۷٫۷۸ فرنگ
عشر سکوک	بعیاره ۰٫۹۰۰	۳۱۰۰	۳۰۹۴
یک کیلوگرم نقره	خالص	۲۲۲٫۲۲ فرنگ	۲۲۰٫۵۶ فرنگ
عشر سکوک	بعیاره ۰٫۹۰۰	۲۰۰	۱۹۸٫۵۰

۲۲ حال میخواهیم بدانیم که موازی ۵۱۷٫۲۵ گرم طلا را العیار ۰٫۹۸۴ در ضرابخانه چند فرنک نقد بدهند جواب ۱۷۴۹٫۷۷۴ فرنک

۲۳ موازی ۱۳۸۷٫۲۰ گرم نقره بعیار ۰٫۸۷۶ چه مبلغ قیمت دارد
جواب ۲۷۰٫۰۴ فرنک

در قرار دادهای دولتی دو نوع عیار برای آلات نقره مشخص است و سه نوع برای آلات طلا و در دو نوع اول تا ۵ هزارم تقریب مسامحه را جایز دانسته اند
و در سه نوع اخیر تا ۳ هزارم عیار نوع اول نقره ۰٫۹۵۰ است
و عیار نوع ثانی ۰٫۸۰۰ و عیار نوع اول طلا ۰٫۹۲۰ و عیار نوع دوم ۰٫۸۴۰
و عیار نوع سوم ۰٫۷۵۰ بعد از این مقدمه باید مسائل ذیل را حل نمود

۲۴ موازی چه قدر نقرهٔ خالص موجود باشد در ۲٫۴۵۶ کیلوگرم نقره معیار اول و قیمتش

در ضرابخانه چیست جواب وزن نقره ۲٫۳۳۳ کیلوگرم و قیمت ۵۱۴٫۵۹ فرنک

۲۵ موازی چه قدر نقرهٔ خالص موجود است در ۴۵٫۵۶ کیلوگرم نقره معیار دوم و
چه مبلغ باشد قیمت آن جواب وزن ۳۶٫۴۴۸ کیلوگرم قیمت ۸۰۹۹٫۴۷ فرنک

۲۶ موازی چه قدر طلای خالص موجود است در ۸٫۱۴ گرم طلای معیار دوم و قیمتش چیست
جواب وزن ۶٫۸۳۷ گرم و قیمت ۲۳٫۵۵۰۳۶۶ فرنک

۲۷ چه مبلغ باشد قیمت یک قاشق طلای معیار دوم بنابراینکه وزنش ۱۱۵٫۷۴ گرم باشد
جواب ۳۳۴٫۸۳ فرنک

۲۸ چه مبلغ است قیمت ظرفی از طلای معیار سوم بنابراینکه وزنش ۵۸۲٫۸۳۰ گرم باشد
جواب ۱۵۰۵٫۴۵ فرنک

۲۹ حق مهر دولتی در آلات نقره‌ها بازاء هر کیلوگرم یک فرنک است با اضافهٔ یک عشر (این اوقات
عشر دیگر افزوده‌اند و از این قرار حق مهر بهمه جهته در هر کیلوگرم ۱٫۲۰ فرنک میشود و در هر
کیلوگرم طلا ۲۴ فرنک) و مطلوب حق مهر ظرف نقره است که ۲۵۶۹ گرم وزن
داشته باشد جواب ۲۸٫۲۶ فرنک

۳۰ حق مهر دولتی آلات طلا در هر کیلوگرم مبلغ ۲۰ فرنک با اضافهٔ یک عشر مطلوب حق
مهر ظرف طلائی است بوزن ۵۶۷ گرم جواب ۱۲٫۴۷۴ فرنک

تنبیه در این اوان که اوقات سال ۱۲۸۸ هجری است جنگی عظیم مابین دولت
پروسیه و دولت فرانسه واقع شد فرانسه مغلوب گشت از جمله وجوه مصالحه یکی این شد
که دولت مغلوب مبلغ پنج میلیار فرنک که هزار هزار هزار قطعه فرنک باشد بدولت
پروسیه بدهد حال میخواهیم بدانیم که این مبلغ از پول فرنک و از قران ایران
در چند ذرع مکعب می گنجد سابق ذکر شده که فرنک پول نقره است معادل با قران

و بحسب وزن قریب ۲۵ نخود و قطرش ۲۳ میلی متر و ثخنش اندکی بیشتر از یک میلیمتر و به مصالح
معادل میشود با یکهزار کرور پول سفید رواج ایران حال چون از این فرنک منظم پهلوی
همدیگر بچینیم در یکذرع طول ۴۵ قطعه‌اش میگنجد و در یکذرع عرض نیز ۴۵ از این قرار در ذرع
مربع ۲۰۲۵ قطعه و در یکذرع ارتفاع که بر روی همدیگر چیده شود ۸۹۹ عدد میگنجد پس در یکذرع مکعب
۱۸۲۰۰۰۰ عدد فرنک میگنجد یعنی یکصد و هشتاد و دو هزار تومان پول سفید فرانسه و یکهزار کرور
در ۲۷۴٫۷ ذرع مکعب میگنجد و آن معادل است با ۵۰ ذرع طول در ۵۰ ذرع عرض در یکذرع
و دو کره ارتفاع و اما قران چون قیمت و وزن و قطر و ثخنش و عیارش ثابت و مشخص نیست نمیتوان
با آن دقت معلوم کرد ولیکن بتقریب در یکذرع طول ۶۵ قطعه‌اش میگنجد و در یکذرع عرض نیز ۶۵
و در یکذرع مربع ۴۲۲۵ قطعه و از همین نوع قران چون بر روی همدیگر چیده شود بارتفاع یکذرع ۳۷۸ قطعه
میگنجد پس در یکذرع مکعب قریب بیکهزار هزار و پانصد و نود و هفت هزار قطعه قران یعنی یکصد و پنجاه و نه
هزار و هفتصد تومان قران میگنجد
و از این قرار یکهزار کرور تومان در ۳۱۲۵ ذرع مکعب و آن ۵۰ ذرع طول در ۵۰ ذرع
عرض در یکذرع و چارک ارتفاع است

باب هفتم

در استخراج اضلاع اول

در خصوص مجذورات و مجذور (درس ۲۳)

۲۳۵ مجذور عدد یا قوت دوم او عبارتست از حاصل ضرب آن عدد
در نفس خود
مثال مجذور عدد شش این است ۶×۶ یا ۳۶ و آنرا باین صورت بنمائیم 6^2

جذر عدد عدد دیگر است که چون مجذورش کنند حاصل مساوی شود با عدد مفروض

مثال جذر ۳۶ عدد ۶ است و جذر $\frac{۹}{۱۶}$ عدد $\frac{۳}{۴}$

جذر عدد را باینصورت می‌نمائیم $\sqrt{۳۶}$ و $\sqrt{\frac{۹}{۱۶}}$

هرگاه عددی مجذور عدد صحیح یا عدد کسری باشد آنرا مجذور تام گویند

مجذورات اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰ را بایدهمیشه در خاطر داشت و اینهاست

اعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مجذورات	۱	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱	۱۰۰

در ترکیب مجذور مجموع دو عدد

۲۳۶ مجذور مجموع دو عدد مرکب میشود از مجذور یکی از آن دو عدد باضافهٔ ضعف حاصل ضرب این عدد در عدد دیگر باضافهٔ مجذور عدد دیگر

مثال ۳۴۷ = ۳۴۰ + ۷ و از قرار تعریف مجذورش میکنیم

$$
\begin{array}{r}
۳۴۰ + ۷ \\
۳۴۰ + ۷ \\
\hline
۳۴۰^۲ + ۳۴۰ \times ۷ \qquad \\
+ ۳۴۰ \times ۷ + ۷^۲ \\
\hline
(۳۴۰ + ۷)^۲ = ۳۴۰^۲ + ۲ \times ۳۴۰ \times ۷ + ۷^۲
\end{array}
$$

از روی این عمل حکم مبرهن شد و شرحش این است اول ضرب کردیم ۳۴۰ + ۷ را در ۳۴۰ و حاصل مرکب شد از ۳۴۰ × ۳۴۰ یا $۳۴۰^۲$ باضافه ۳۴۰ × ۷ یا ۷ × ۳۴۰ و بعد ضرب کردیم ۳۴۰ + ۷ را در ۷ و حاصل مرکب شد از ۳۴۰ × ۷ باضافه ۷ × ۷ یا $۷^۲$ و آخر این سه جمله را باهم دیگر جمع کردیم

۲۳۷ پنجم مجذور عدد صحیحی که مرکب باشد از عشرات و آحاد مثل این عدد ۳۴۰+۷ + ۳۴۶۷ مساویست بمجذور عشرات باضافه مضاعف حاصل ضرب عشرات در آحاد باضافه مجذور آحاد

۲۳۸ شصت و دو جزو از این اجزاء سه گانه منتهی شوند بصفر و جزو سوم ۴۹ پس مجموع آنها منتهی میشود برقم ۹ از این عدد و لهذا این حکم استنباط میشود
مجذور عدد صحیح همیشه منتهی است باین رقم که مجذور آحادش منتهی شده و چون نظر کنیم بمجذورات اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰ معلوم میشود که هیچکدام منتهی نشده است بارقام ۲ و ۳ و ۷ و ۸ پس بترکیب این حکم و قضیه مذکوره چنین نتیجه میشود که عدد صحیحی که رقم آحادش یکی از این ارقام ۲ و ۳ و ۷ و ۸ باشد مجذور عدد صحیحی نیست

۲۳۹ تفاضل مابین دو مجذور دو عدد صحیح متوالی مساویست با مضاعف عدد کوچکتر باضافه واحد

مثال در دو عدد ۶ و ۷ (۲۳۶) $۷^۲ = (۶+۱)^۲ = ۶^۲ + ۲×۶×۱ + ۱$

پس $۷^۲ - ۶^۲ = ۲×۶+۱$

و از این قرار ما بین دو عدد $۶^۲$ و $۷^۲$ (یعنی ۳۶ و ۴۹) آن دوازده عدد ۳۷ و ۳۸ وغیره هیچکدام مجذور عدد صحیح نیست مثال ۴۲ مجذور هیچ عدد صحیح نیست چونکه عدد صحیحی که ۴۲ مجذورش باشد واقع است مابین ۶ و ۷

بحکم کلی هر عدد صحیحی مثل n که مجذور عدد صحیحی دیگر باشد در سلسله مابین $n^۲$ و $(n+۱)^۲$ عدد صحیح مندرج است که هیچکدام مجذور عدد صحیح نمیشود و از این قرار اکثر اعداد صحاح مجذور اعداد صحاح دیگر نمیشند

۲۴۰ هرگاه جذر عددی صحیح مثل ۴۲ صحیح نشد با عدد کسری نیز نخواهد بود

بیان آن عدد کسری که جذر ۴۲ باشد چون مجذور شود می باید مساوی شود با ۴۲
و هرگز چنین نخواهد شد چونکه هر عدد کسری ‌الاعداد تحقیق نتوان تحویل نمود بکسر غیر ممکن
التحویل و سابق در (۱۳۸) ذکر شد که مجذورات تا سایر قوی اکسور غیر ممکن التحویل کسور هم
باشند غیر ممکن التحویل

پس ۴۲√ را عدد اصم گوئیم یعنی عددی که با واحد هیچ نسبت و مقیاسی مشترک ندارد
و جذر چنین اعداد را نتوان استخراج کرد و بتقریب

۳۴۱ دو حکم ثابت کردنی است حکم اول مجذور حاصل ضرب
چندین عامل مساوی است با حاصل ضرب مجذورات آن عاملها
حکم دوم شرط مجذور بودن عددی که بعاملهای اول خود تفصیل شده
باشد این است که نمایندهای آن عاملها همگی زوج باشند

در استخراج جذر اعداد صحاح

۳۴۲ در وقت استخراج جذر عدد صحیح غالب آنست که نمیدانیم که آن عدد مجذور
تام هست یا نه پس نظر با نکه قاعده کلیه در هر دو حالت جاری شود باید ابتدا مقصود ما
معلوم کردن بزرگترین عدد صحیح باشد که مجذورش از عدد مفروض تجاوز
ننماید بنابراین فرض اگر آن عدد مجذور تام باشد جذر حقیقیش بدست می آید و اگر چنین
نباشد جذر آن عدد تا کمتر از یک واحد بتقریب معین می شود

۳۴۳ بطور کلی جذر عدد تا کمتر از واحد بتقریب عبارتست از
بزرگترین عددی که مجذورش از عدد مفروض بکاهد و تجاوز نکند
مثال جذر ۴۲ تا کمتر از واحد ۶ است

در استخراج جذر دو حالت اتفاق می افتد اول آنست که عدد مفروض کوچکتر از ۱۰۰ باشد

یا از ۱۰۰ و دوم آنکه بزرگتر باشد

۲۶۴ حالت اول عدد مفروض کوچکتر است از ۱۰۰ مثال مطلوب جذر ۵۴ است

در اینحالت باید رجوع نمود بسطر مجذورات اعداد از ۱ تا ۱۰ (و بهتر است که آنها را بخاطر داشته باشیم) و معلوم کرد کدام است بزرگتر مجذوریکه در آن عدد مندرج شود اینجا ۴۹ است و جذرش ۷ پس میگوئیم که ۷ جذر ۵۴ است تا کمتر از واحد تقریب

۲۶۵ حالت دوم عدد مفروض بزرگتر است از ۱۰۰

مثال میخواهیم جذر این عدد را ۴۲۵۷۵۲ استخراج کنیم (در ابتدا دلیل نظر بتوضیح مطلب بهتر است که عددی فرض کنیم صاحب سه رقم چهار رقم مثل ۴۲۵۷ و بعد عددی بزرگتر فرض کنیم مثل ۴۲۵۷۵۲) جذر مطلوب اقلا دو است چونکه عدد مفروض بزرگتر است

۴۲.۵۷.۵۲	۶۵۲
۳۶	۱۲۵×۵
۶۵.۷	۱۳۰۲×۲
۶۲۵	
۳۲۵.۲	
۲۶۰۴	
۶۴۸	

از ۱۰۰ و اقلا دو عشره میشود چونکه مجذورش یعنی ۴ مایه مندرج میشود در ۴۲۵۷ مایه عدد مفروض و اقلا ۳ عشره میشود چونکه مجذورش ۹ مایه شامل میشود در ۴۲۵۷ مایه و هکذا و بعبارات دیگر چون تکرار کلمه مایه را جایز نمیدانیم میگوئیم جذر مطلوب اقلا ۲ عشره است چونکه مجذورش ۴ شامل میشود در ۴۲۵۷ مایه عدد مفروض و اقلا ۳ عشره است چونکه مجذورش ۹ شامل میشود در همان عدد و اقلا ۴ عشره و هکذا و همین طور تکرار میکنیم تا برسیم به بزرگتر عدد صحیحی که مجذورش مندرج شود در ۴۲۵۷ (و بیان دقیق تر این است فرض میکنیم که آن اکثر عدد ۵ تا باشد جذر مطلوب

این ۶۵ عشره را شامل نیست چونکه مجذور ۶۵ عشره با ۴۲۲۵ مایه شامل نمیشود در ۴۲۵۷ آحاد
لیکن ۶۴ عشره را شامل میشود چونکه مجذور ۶۴ یعنی ۴۰۹۶ اقلاً بقدر یکواحد بزرگتر است از
۴۲۵۷ و بنابراین ۴۲۲۵ مایه اقلاً بقدر یک مایه بزرگتر میشود از ۴۲۵۷ مایه
پس بزرگتر میشود از عدد مفروض که ۴۲۵۷ مایه باشد + ۵۲ واحد)

ولی نبایست از آن عدد تجاوز کند چونکه مجذور عدد مایش اقلاً بقدر واحدی بزرگتر میشود از
۴۲۵۷ و آنوقت مجذور این عدد عشرات اقلاً بقدر یک مایه تجاوز میکند از ۴۲۵۷ مایه
و بنابراین از عدد مفروض که مرکب است از همان قدر مایات باضافه ۵۲ واحد از این بیانات
چنین معلوم شد که عشرات جذر مطلوب بعدد آحاد بزرگتر عدد صحیحی است که مجذورش مندرج
شود در ۴۲۵۷ یعنی بعدد آحاد جذر ۴۲۵۷ است تا واحدی بتقریب پس این جذر را
استخراج کنیم

چون ۴۲۵۷ بزرگتر است از ۱۰۰ جذرش بزرگتر میشود از ۱۰ و چون دلیل مذکور را
اینجا تکرار کنیم زود معلوم میشود که عدد عشرات جذر ۴۲۵۷ مساوی است با جذر ۴۲
تا واحدی بتقریب فی الحال جذر ۴۲ را استخراج میکنیم بزرگتر مجذوری که مندرج در ۴۲ عدد
۳۶ باشد و جذرش ۶ است پس در جذر ۴۲۵۷ شش عشره مندرج است

و برای تحقیق احادش میگوییم چون خود جذر مرکب میشود از ۶ عشره و از آحاد مطلوب
پس عدد ۴۲۵۷ (که حاوی مجذور آن جذر است) مرکب میشود از مجذور ۶ عشره
باضافه مضاعف این ۶ عشره در آحاد باضافه مجذور آحاد (۲۳۷) باضافه باقی
مانده (در این موضع باقی مانده عبارت است از فضل ۴۲۵۷ بر بزرگتر مجذوری که
شامل میشود اگر مجذور تمام نباشد) جزو اول معلوم است و آن مجذور ۶ عشره است
یعنی ۳۶ مایه تفریق میکنیم آنرا از ۴۲۵۷ : ۳۶ مایه . از ۴۲ مایه باقی

میماند ۶ یا یه یا ۶۰۰ که با لحاق ۷۵ و امداین عدد ۶۷۵ میشود این باقی مرکب است از دو جزو
دیگر مربع جذر جزو اول که مضاعف حاصل ضرب ۶ عشره باشد در آحاد مطلوب مثل مضاعف
۶ عشره یا ۱۲۰ عامل خود منتهی شود اقلا بیک صفر پس تمامش شامل میشود در ۶۵ عشره باقی
وچون قسمت کنیم این عشرات را بر عامل معلوم حاصل ضرب یعنی بر ۱۲۰ خارج قسمت صحیح عامل
دیگر میشود یعنی رقم آحاد جذر مطلوب است بعینه یا واحدی بزرگتر (چونکه ۶۵ عشره ممکن است
شامل باشد نیز عشراتی راکه از مجذور آحاد و از باقی حاصل شده باشد) وقسمت ۶۵ عشره بر ۱۲
عشره منجر میشود بقسمت ۶۵ مطلق بر ۱۲ است و خارج قسمت صحیحش ۵ است
برای امتحان رقم ۵ آحاد جذر مینویسیم آنرا در یمین ۱۲ که مضاعف عشرات معلوم باشد
این عدو ترکیب میشود ۵ + ۱۲۰ = ۱۲۵ یعنی مضاعف ۶ عشره + ۵ ضرب میکنیم
۱۲۵ را در ۵ و حاصل ضرب بصورت میشود مضاعف ۶ عشره × ۵ + ۵ × ۵
وچون مضاعف ۶ عشره جذر ضرب در ۵ باضافه مجذور ۵ مجموع دو جزوی است که میبایست
شامل شود در ۶۵۷ اگر ۵ بعینه رقم آحاد جذر ۴۲۵۷ باشد این عدد ۶۲۵ = ۵×۱۲۵
بایست از ۶۵۷ تفریق شود[۲] بنابراین ۵ بزرگ نیست موافق آمده مینویسیمش در یمین رقم
۶ عشره و ۶۵ جذر ۴۲۵۷ میشود تا واحد تقریب (و در حقیقت از اعمال مذکور
چنین نتیجه میشود ۳۲ + ۶۵^۲ = ۴۲۵۷ زیراکه ما از ۴۲۵۷ جدا جدا تفریق کرده ایم
۳۶۰۰ یا ۶۰^۲ و بعد مضاعف ۶ × ۵ + ۵^۲ را و حاصل مساوی است با (۵ + ۶۰)^۲
یا ۶۵^۲ و در آخر باقی ماند ۳۲) چنانچه ابتدا مدلل شد ۶۵ جذر ۴۲۵۷ عدد عشرات
جذر مطلوب عدد ۴۲۵۷۵۲ است و میتوانیم از این عدد تفریق کنیم مجذور ۶۵ عشره
یعنی مجذور ۶۵ را باضافه دو صفر و چون این تفریق را بقاعده رسمی مجری داریم آن مجذور
واقع میشود تحت ۴۲۵۷ و از آن تفریق میشود و از سابق میدانیم که باقیش ۳۲ است

[۲] و تفریق میشود باقی ۳۲ است

و دو صفر واقع میشود تحت ۵۲
و در این موضع باقی ۲۵ است (رجوع کنید به صورت مثال) و چون مجذور ۶۵ عشره
تفریق میشود از ۴۲۵۷۵۲ باقی میماند ۳۲۵۲ و این باقی نیز مرکب میشود از دو جزو
مربع جذر مطلوب یعنی از حاصل ضرب مضاعف ۶۵ عشره در آحاد جذر با اضافهٔ مجذور آحاد
جزو اولش فلان یعنی چون دلیلی را که در خصوص ۵ آحاد جذر ۷۵۲۴ ذکر شد
اینجا تکرار کنیم معلوم میشود که در تعیین آحاد جذر ۴۲۵۷۵۲ باید رقم ۲ یعنی باقی ۳۲۵۲
جدا کرده عدد عشرات یسار ۳۲۵ را قسمت کرد بر مضاعف جذر معلوم (یعنی بر مضاعف
۶۵ که ۱۳۰ باشد) خارج قسمت ۲ است این رقم را بطریق سابق امتحان میکنیم یعنی میگذاریمش
در یمین ۱۳۰ و ضرب میکنیم حاصل ۱۳۰۲ را در همین ۲ تا حاصل ضرب ۲۶۰۴ تفریق
میشود از ۳۲۵۲ و باقی میماند ۶۴۸ معلوم شد که رقم ۲ مطابق است مینویسیم آنرا
در یمین ۶۵ و نتیجه ۶۵۲ جذر ۴۲۵۷۵۲ است تا واحد تقریباً باقی ماند ۶۴۸
در استخراج جذر عدد ۴۲۵۷۵۲ دلیل ما را باینجا کشانید که دو رقم از یمین جدا کنیم
و جذر ۴۲۵۷ را جداگانه استخراج کنیم و بعد مقتضی شد که دو رقم از یمین عدد باقی
جدا کنیم و استخراج کنیم جذر ۴۲ را و ظاهر است که اگر عدد مفروض بیشتر از رقم
داشت دلیل میکشانید ما را باینکه از دو رقم یمینش جدا کنیم و باقی سمت یسار را
استخراج کنیم و از یمین آن نیز دو رقم جدا کنیم و همچنین پیش رویم تا آنکه باقی آخر سمت
یسار بیشتر از دو رقم نداشته باشد و چون دقت کنیم در اعمالی که برای استخراج
جذر مطلوب در مثال سابق مجری داشته‌ایم ظاهر میشود که قاعدهٔ کلیه در استخراج جذر از
قرار یست که ذکر میشود

۲۶۵ قاعده در استخراج جذر عدد صحیح ابتدا از یمین آن عدد را بقسمات

دو رقمی قسمت کنید و قطعه انیسه ممکن نیست بیش از یک رقم باشد و بعد استخراج کنید جذر بزرگتر مربع صحیحی را که شامل شود در قطعه یسار آنچه در قسمت اول سمت یسار جذر مطلوب است پس از آن در محل خود که همین عدد مفرد ما باشد بنویسید بعد از آنکه خطی قائم من باب استیناز ما بین آنها رسم نموده باشید

و مجذورش را از قطعه اول سمت یسار تفریق کنید و در همین باقی نقل کنید قطعه را که بلا فاصله تالی طبقه باشد که جذرش استخراج شد و رقم اول سمت یمین این عدد را با علامتی جدا کنید و جزء سمت یسار را قسمت کنید بر مضاعف رقمی که در جذر نوشته شد خارج قسمت صحیح بعینه رقم دوم جذر است یا اندکی بزرگتر است و برای امتحان رقم را در یمین مضاعف رقم اول بنویسند و مجموع را ضرب کنید در همین رقم که میخواهید امتحان کنید و مجذورش باقی مرکب با قطعه تالی پس اگر تفریق حاصل از باقی ممکن شود در قسم جذر موافق آمده و مینویسیمش در یمین رقم اول جذر و اگر تفریق ممکن نشود واحد از آن رقم میکاهیم و نوبت دیگر امتحان میکنیم و هکذا تا آنکه تفریق ممکن شود پس رقم اخیری را که در امتحان درست آمد در یمین رقم اول جذر مینویسیم و در یمین باقی دوم قطعه سوم عدد را فرود می آوریم و یک رقم از یمین آن جدا میکنیم و جزو یسار را قسمت میکنیم بر مضاعف آنچه تاکنون در جذر نوشته شده خارج قسمت بعینه رقم سوم جذر میشود یا اندک بزرگتر و برای امتحان میسویم این رقم را در یمین مضاعف رقمی که در جذر مشخص شده و اکنون مقسوم علیه بود و مجموع را ضرب میکنیم در رقم امتحان شده و حاصل را تفریق میکنیم از عدد مرکب از باقی دوم و از قطعه سوم و اگر ممکن نشود واحد از آن میکاهیم و بعد امتحان میکنیم و بهمین دستور العمل رفتار میکنیم تا آنکه جمیع قطعات عدد مفروض نقل شوند و عدد ارقام جذر باید برابر باشد با عدد قطعات عدد مفروض

تنبیه ممکن است چنین اتفاق افتد که در یکی از تقسیمات مفصله در این قاعده مقسوم قابل
قسمت نباشد بر مقسوم علیه در صورت صغری در جذر علیه نویسیم باقی را با قطعه تالیش باقی.
جدید فرض میکنیم و در پیش قطعه دیگر از عدد مفروض نقل میکنیم و عمل را باتمام میرسانیم
اگر در مقام امتحان رقمی چنان گمان کنیم که بیابیست یکمرتبه چند واحد از او کاست و
بکاهیم آنوقت ممکن است که نتیجه کوچکتر از رقم مطلوب باشد و کلیه هر وقت باقی متعلق بر رقمی
بزرگتر شود از مضاعف جذر استخراج شده معلوم میشود که آن رقم کوچکتر است از رقم واقعی
چونکه در هر عمل جزو بخصوص فرض میکنیم که عدد مرکب باشد از همان چند قطعه که تا آن مقام استعمال
شده و تالیش قطعه واقع باشد پس فرض میکنیم در عمل سوم باشیم و قطعه استعمال شده باشد
و در جذر دو رقم ۷۶ بدست آمده باشد در این صورت اگر باقی مساوی باشد با ۱ + ۷۶×۲
یا بزرگتر از آن باشد دلیل است بر اینکه عدد مرکب از آن دو قطعه مساوی میشود با ۱ + ۷۶×۲ + $۷۶^۲$ یا
با (۱ + ۷۶) یا قدری بزرگتر است از آن پس باید در جذر اقلا ۷۷ نوشت نه ۷۶
از آنچه گذشت معلوم میشود که اگر در آخر عمل چیزی باقی نماند آنچه استخراج شده جذر
حقیقی عدد مفروض است و آن عدد مجذوری است تام

۲۴۶ امتحان در امتحان عمل جذر چون جذر استخراج شده را مربع کنید و بر حاصل
باقی را اضافه نمائید نتیجه بایست مساوی عدد مفروض شود ($ب + ج^۲ = ع$)

تنبیه چون عمل تفریق را بدستوری که در خصوص قسمت ذکر شد مجری دارید قدری
مختصر میشود و مثال (۲۴۵) را اینجا تکرار کنیم

۶۵۲	۴۲.۵۷.۵۲
۱۲۵×۵	۶ ۵.۷
۱۳۰۲×۲	۳۲ ۵.۲
	۶۴۸

در مجذور

در مجذور و جذر کسور (درس ۲۴)

۲۴۷ مجذور کسر باین نحو حاصل میشود که صورت و مخرجش را جدا جدا مجذور نمائیم (رجوع کنید بحالت سوم ضرب کسور)

$$\left(\frac{۵}{۷}\right)^{۲} = \frac{۵}{۷} \times \frac{۵}{۷} = \frac{۵^{۲}}{۷^{۲}}$$

۲۴۸ در استخراج جذر کسور دو حالت اتفاق می افتد

حالت اول اینست که مخرج مجذور تام باشد در اینحالت باید جذر صورت را استخراج نمود حقیقی اگر ممکن باشد والا تا واحد تقریب و بعد آن را بر جذر مخرج قسمت کرد (نظر کنید بمثال اول و دوم)

حالت دوم اینست که مخرج مجذور تام نباشد در اینصورت دو جمله کسر را ضرب کنید در عددیکه مخرج را مجذور تام کند و قاعده سابق را در آن مجری دارید (نظر کنید بمثال سوم و چهارم)

اول راهی که بنظر رسد در مجذور تام نمودن مخرج این است که صورت را در مخرج ضرب کنید و مخرج را بدل کنید بمجذور خود آنوقت جذر صورت را استخراج نموده قسمتش کنید بخود مخرج اول ولی اغلب ممکن است که مخرج را در عدد کوچکتر ضرب کرد و مجذور نمود (نظر کنید بمثال چهارم)

مضروب فیه مشترک در دو جمله کسر باید کوچکترعدد ممکن باشد و هرگز نباید از مخرج بزرگتر شود

مثال اول $\sqrt{\frac{۴۹}{۸۱}} = \frac{\sqrt{۴۹}}{\sqrt{۸۱}} = \frac{۷}{۹}$

مثال دوم $\sqrt{\frac{۲۳۷}{۴۰۰}}$ در این مثال جذر ۴۰۰ درست ۲۰ است لیکن در استخراج جذر ۲۳۷ عدد ۱۵ صحیح بدست می آید باضافه باقی مانده و ۱۵ را بر ۲۰ قسمت کرده کسر $\frac{۱۵}{۲۰}$ جذر $\frac{۲۳۷}{۴۰۰}$ است نه حقیقی بلکه تا $\frac{۱}{۲۰}$ تقریب یعنی که $\frac{۱۵}{۲۰}$ اکبر عدد است

از اجزای سیستم که مجذورش شامل شود در $\frac{237}{400}$

مثال سوم $\sqrt{\frac{9}{17}}$ در این مثال $\frac{9\times17}{17^2}=\frac{9}{17}$ و $\sqrt{9\times17}=12$
تا کمتر از واحد پس $\frac{12}{17}=\sqrt{\frac{9}{17}}$ تا کمتر از $\frac{1}{17}$

مثال چهارم $\sqrt{\frac{19\times10}{400}}=\sqrt{\frac{19}{40}}$ و $\sqrt{190}=13$ تا کمتر از واحد تقریب
و مجذور ۴۰۰ درست ۲۰ است پس $\frac{13}{20}=\sqrt{\frac{19}{40}}$ تا کمتر از $\frac{1}{20}$

هرگاه مخرج مفروض عاملهای اول مجزی باشد زود بدست می آید کوچکتر عددی که دو جمله
کسر مفروض را در آن ضرب کنیم تا مخرج مجذوری تام مبدل شود (۲۴۰) مثال مخرج $2^3\times5=40$
پس هیچ کافی باشد که دو جمله را ضرب کنیم در ۲×۵ تا نمایندهای مخرج زوج شوند

۲۴۹ در اعداد کسری در استخراج جذر عدد کسری مثل $\sqrt{19\frac{3}{7}}$ باید کسر را
مجنس کرد تا چنین شود $\frac{136}{7}$ و یکی از قواعد مذکوره را در آن مجری داشت

در استخراج جذر اعداد اعشاریه

۲۵۰ قاعده استخراج جذر اعداد اعشاری مبنی بر این نکته است که چون آن عدد را
بصورت کسر متعارفی بنویسید و عدد اصفار مخرج زوج باشد آن مخرج مجذور کامل است
و ظاهر است که اینحالت وقتی اتفاق افتد که عدد ارقام اعشار زوج باشند مثل ۷۹٫۴۳۲۴
$=\frac{794324}{10000}$ و در غیر اینحالت مخرج مجذور تام نیست مثال ۷۹٫۴۳۲ =
$=\frac{79432}{1000}$ پس بنا بر این نکته و بر آنچه در خصوص کسور (۲۴۹) ذکر شد با
اعداد اعشاری قاعده ذیل را اجرا نمود

۲۵۱ در استخراج جذر عدد اعشاری دو حالت اتفاق می افتد
حالت اول است که عدد ارقام اعشاری زوج باشد پس باید صرف نظر از ممیز نمود
استخراج کرد جذر صحیح تقریبی عدد صحیح نتیجه را و از همین جذر جدا شود نصف

عدد ارقام اعشار عدد مفروض را

حالت دوم آنست که عدد ارقام اعشار فرد باشد پس صفری بآن ملحق کنید و قاعده

مذکوره در حالت اول را در آن جاری نمائید

مثال اول مطلوب $\sqrt{۲۰,۵۴۳۳}$ است و $۲۰,۵۴۳۷ = \frac{۲۰۵۴۳۳}{۱۰۰۰۰}$

چون مخرج مجذور است جذر صورت ۲۰۵۴۳۳ را تا واحدی تقریب استخراج میکنیم

۴۵۳	۲۰.۵۴.۳۳
۸۵×۵	۴ ۵.۴
۹۰۳×۳	۲۹ ۳.۳
	۲ ۲.۳

این عدد ۴۵۳ است و چیزی باقی

میماند و جذر مخرج ۱۰۰ است پس

جذر عدد مفروض موافق قاعده

مذکوره این است

$۴,۵۳ = \frac{۴۵۳}{۱۰۰}$ تا کمتر از ۰,۰۱ دوم (حالت دوم ۲۴۹)

مثال دوم مطلوب $\sqrt{۲۰,۴۵۳}$ است عدد را باین صورت ۲۰,۴۵۳۰ مینویسیم و بعد از حذف ممیز در او جاری میکنیم همان عمل را که در ۲۰,۴۵۳۳ جاری

نمودیم و این عدد ۴,۵۳ جذر ۲۰,۴۵۳ است تا کمتر از ۰,۰۱

در استخراج جذر تقریبی اعداد

۲۵۳ چنانچه سابق ذکر شد بهتر این است که اعدادی صاحب جذر حقیقی نیستند در اینصورت باید بتقریب اکتفا نمود ولی تقریب تا هر درجه که خواسته باشیم ممکن است یعنی جذر عدد را تا کمتر از واحد صحیح تقریبا یا کمتر از واحد هر مرتبه اعشار که خواسته باشیم

استخراج میکنیم

۲۵۴ استخراج جذر عددی صحیح تا کمتر از واحد عبارت از این است

که استخراج کنیم اکبر عددی که مجذورش از عدد مفروض تجاوز نکند یعنی

مشخص کنیم جذر بزرگتر مجذور صحیحی را که در آن عدد میگنجد مثال در ۴۲ بزرگتر مجذور تام ۳۶ است و جذرش ۶ پس میگوئیم که ۶ جذر ۴۲ است تا کمتر از واحد تقریب

۲۵۴ هرگاه عدد مفروض صحیح باشد در استخراج جذر صحیح تقریبش اجرا قاعده معموله (۲۴۶) کافی است مثال جذر ۴۲۵۷۵۲ موافق عبارت اصل قاعده تا کمتر از واحد بتقریب ۶۵۲ است

۲۵۵ واگر عدد مفروض صحیح نباشد باید بدستور ذیل رفتار نمود

قاعده در استخراج جذر هر عدد تا واحد صحیح تقریباً باید اکثر عدد صحیحش را جدا نمود و آن جزو صحیح است بعینه و بعد بقاعدهٔ سابقه جذر عدد صحیح را تا واحد بتقریب استخراج کرد

مثال در استخراج جذر صحیح تقریبی ۲۶۷٫۵۳۴ باید جذر ۲۶۷ را تا واحد تقریب استخراج نمود و هیچ رعایت نکرد جزو اعشار ۵۳۴ را پس جذر مطلوب ۱۶ است در حقیقت ظاهر است که بزرگتر مجذور صحیحی که یافت شود در ۲۶۷٫۵۳۴ بعینه موجود است در ۲۶۷ و جذر ۲۶۷٫۵۳۴ یا جذر ۲۶۷ تا کمتر از واحد تقریب بعینه جذر آن بزرگتر مجذور است

ظاهر است که این قاعده عام است و تعلق میگیرد بهر عدد که مرکب باشد از جزو صحیح و از جزو دیگر معلوم یا مجهول که بدانیم کمتر از واحد است مانند جذر این کسر متناوب

۲۶۷٫۵۶۸ ۵۶۸ ۵۶۸ ۵۶۸ ......

۲۵۶ هرگاه تقریب تا واحد صحیح کفایت نکند جذر را تا واحد اعشار از هر مرتبه که خواسته باشیم استخراج میکنیم

استخراج جذر عددی مفروض تا دهم و صدم و هزارم ...... تقریباً

عبادت

عبارتنا از این است که مشخص کنیم اگر عدد دهم و صدم و هزارم وغیره ... را که مجذورش در عدد مفروض یکجا و بجا و ذنگنده.

۲۵۷ سابق در ضمن مطلب ... گذشت قاعده استخراج جذر عدد تا واحد اعشار تقریب چنانچه در استخراج جذر عدد اعشار ۲۰٫۵۴۳۲ دانستیم که باید اول باینصورت نوشت $\frac{۲۰۵۴۳۲}{۱۰۰۰۰}$ و آن حاصل عمل این کسر است $\frac{۲۰٫۵۴۳۲ \times ۱۰۰^2}{۱۰۰^2}$

و تا واحد تقریب استخراج نمود جذر صورت ۲۰۵۴۳۲ را که ۴۵۳ است و بعد چنانچه میدانیم قسمت کرد ۴۵۳ را بر ۱۰۰ پس آحاد تحویل میشوند بمرتبه صدم و جذر ۲۰٫۵۴۳۲ تا صدم تقریب بدست می آید و معلوم است که مانند این عمل را در هر عدد میتوان مجری داشت

۲۵۸ مثلا اگر بخواهیم جذر عدد ع را تا هزارم تقریب استخراج کنیم میتوان ع را بدل کرد باین کسر $\frac{ع \times ۱۰۰۰^2}{۱۰۰۰^2}$ و استخراج نمود جذر صورت $۱۰۰۰^2 \times ع$ را تا واحد صحیح تقریب و آن جذر را قسمت نمود بر ۱۰۰۰ (۲۲۸) و باین قسمت آحاد جذر بمرتبه هزارم تنزل میکند و جذر $\frac{ع \times ۱۰۰۰^2}{۱۰۰۰^2}$ یعنی جذر عدد مفروض ع تا هزارم تقریب بدست می آید و از این بیان قاعده ذیل استنباط میشود

۲۵۹ قاعده در استخراج جذر عدد صحیح مفروض تا واحد اعشار از مرتبه تقریب قاعده اینست که این عدد را ضرب کنیم در مجذور مخرج این واحد اعشار یعنی در واحدی که مضاعف عدد ارقام اعشار که تقریب اصفار بآن ملحق شود و جذر حاصل ضرب را تا واحد صحیح تقریب استخراج نمائیم و بعد از سمت یمین او بعده ارقام اعشار آن که تقریب رقم اعشار جدا کنیم

و حال این قاعده را در ضمن چند مثال توضیح میکنیم

۲۶۰ مثال اول میخواهیم جذر ۴۲ را تا ۰٫۰۰۱ به تقریب استخراج کنیم

چون کسر تقریب صاحب سه رقم اعشار است ۴۲ را ضرب میکنیم در $۱۰۰۰^۲$ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ یعنی شش صفر در پیش اضافه میکنیم و جذر ۴۲۰۰۰۰۰۰ را تا واحد صحیح تقریبًا استخراج میکنیم

۴۲٫۰۰۰۰۰۰	۶۴۸۰
۶۰۰	۱۲۴×۴
۱۰۴۰۰	۱۲۸۸×۸
۹۶۰۰	۱۲۹۶

این است ۶۴۸۰ و سه رقم اعشار از پیش جدا میکنیم حاصل میشود ۶٫۴۸۰ و آن جذر ۴۲ است تا ۰٫۰۰۱ تقریب

این قاعده را میتوان در جمیع حالات تحقیق نمود زیرا که در حقیقت اینکه میگوئیم ۶۴۸۰ جذر ۴۲۰۰۰۰۰۰ است تا واحد صحیح تقریبًا عبارت از این است که بگوئیم

$$۶۴۸۰^۲ < ۴۲۰۰۰۰۰۰ < ۶۴۸۱^۲$$

پس

$$\frac{۶۴۸۰^۲}{۱۰۰۰^۲} < ۴۲ < \frac{۶۴۸۱^۲}{۱۰۰۰^۲}$$

یا نیز

$$\left(\frac{۶۴۸۰}{۱۰۰۰}\right)^۲ < ۴۲ < \left(\frac{۶۴۸۱}{۱۰۰۰}\right)^۲$$

و از آنجا $\frac{۶۴۸۰}{۱۰۰۰}$ یا ۶٫۴۸۰ بزرگتر عدد هزارمی است که مجذورش شامل شود در ۴۲ چونکه عدد هزارم مابعد یعنی $\frac{۶۴۸۱}{۱۰۰۰}$ مجذورش بزرگتر است از ۴۲

۲۶۱ پس ظاهر شد که در اعداد صحاح قاعده کلیه باین صورت منجر میشود

در استخراج جذر عددی صحیح تا واحد اعشار مشخص تقریب باید مضاعف عدد ارقامی که جذر مطلوب باشد صفر در یمین آن عدد نوشت و جذر حاصل را استخراج نمود از سمت یمینش بعدد ارقام اعشار تقریب رقم جدا نمود

۲۶۲ در جذر اعداد اعشاری مثال دوم مطلوب ۵۳۷٫۴۸۹ است

تا ۰٫۰۰۱ تقریباً باید این عدد را ضرب نمود در ۱۰^۶ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ اگر خود حاصل
شش رقم اعشار باشد حذف ممیز کفایت کند والا آن قدر صفر ملحق میکنیم تا شش رقم شود
باین صورت ۵۳۷٫۴۸۹۰۰۰ و بعد از حذف ممیز باین صورت ۵۳۷۴۸۹۰۰۰
جذر این عدد تا واحد تقریباً این است ۲۳۱۸۳ و چون سه رقم اعشار از یمینش جدا کنیم
این میشود ۲۳٫۱۸۳ و آن جذر ۵۳۷٫۴۸۹ است تا ۰٫۰۰۱ تقریباً

تنبیه آنچه اینجا معمول داشتیم بعینه مجری میشد اگر قاعده (۲۵۱) را که متعلق است
باعداد اعشاری باین عدد ۵۳۷٫۴۸۹۰۰۰ متعلق می ساختیم

مثال سوم میخواهیم جذر ۵۷٫۸۹۷۶ را تا ۰٫۰۱ تقریباً استخراج کنیم
باید آنرا ضرب کرد در ۱۰^۴ یا در ۱۰۰۰۰ یعنی اینجا ممیز را حذف کرد و استخراج نمود
جذر ۵۷۸۹۷۶ را تا واحد صحیح تقریباً و آن جذر این است ۷۶۰ و بعد دو رقم
اعشار از یمینش جدا نمود تا ۷٫۶۰ شود و آن جذر مطلوب است

تنبیه از آنچه ذکر شد معلوم میشود که باید در عدد ۵۷٫۸۹۷۶ جاری نمود بعینه
قاعده (۲۵۱) را که تعلق داشت باعداد اعشاری

مثال چهارم میخواهیم جذر ۵٫۳۴۳۷۴۸۲۶۷۱ را تا ۰٫۰۱ تقریباً استخراج
کنیم باید این عدد را ضرب کرد در ۱۰^۴ یا در ۱۰۰۰۰ یعنی ممیز را چهار مرتبه بسمت یمین
پیش آورد تا چنین شود ۵۳۴۳۷٫۴۸۲۶۷۱ و جذر این عدد را تا واحد تقریباً
استخراج نمود پس بنابر (۲۵۵) باید جذر ۵۳۴۳۷ را تا واحد تقریباً استخراج
کرد و از جزو اعشار صرف نظر نمود و آن جذر این است ۲۳۱ و چون دو رقم اعشار از یمینش
جدا کنیم این میشود ۲٫۳۱ که جذر عدد مفروض است تا ۰٫۰۱ تقریباً

تنبیه عمل منجر شد بانکه چهار رقم از یمین میز اختیار کنیم و سایر ارقام را محو کنیم
و موافق حکم (۲۵۱) که متعلق بود باعداد اعشاری جذر ۳۷۳۴۳ر۵ را استخراج نمائیم
و در این حالت که عدد ارقام اعشاریه نهایت باشد همین قاعده را نیز باید بتصرفی مجری دا[illegible]

مثال پنجم میخواهیم جذر ...۳۸۴۳۸۴۳۸۴ر۵۷ را تا ۰۰۱ر۰ بتقریب استخراج کنیم

ضرب میکنیم عدد را در $۱۰^۴$ یا ۱۰۰۰۰ اینچنین میشود ...۵۷۳۸۴۳۸۴ر۳۸۴
و استخراج میکنیم جذر ۵۷۳۸۴۳ را بی رعایت جزو اعشاری که کوچکتر از واحد است
و آن جذر عدد مطلوب میشود تا واحد صحیح بتقریب (۲۵۵)

۲۶۳ تنبیه حاصل آنچه از بیانات مذکور استنباط شد این است که در استخراج
جذر تقریبی عدد اعشاری باید بدستور العمل کلی ذیل رفتار نمود

قاعده در استخراج جذر عدد اعشاری تا واحد اعشاری از مرتبه مشخص باید
عده ارقام اعشاری آن عدد را مضاعف عده ارقام اعشاری نمود که در جذر
مطلوب باشد پس اگر لازم باشد اصفار چند در یمینش اضافه میکنیم و
اگر عدد ارقام اعشاریه محدوده یا غیر محدوده عدد مفروض بیشتر باشد
از عدد ارقام اعشار مطلوب باید از زیادتی صرف نظر کرد و قاعده (۲۵۱) را
که تعلق داشت باعداد اعشاریه در آن جاری ساخت و نتیجه عمل جذر بتقریب مطلوب است

۲۶۴ در استخراج جذر کسر متعارفی یا عدد کسری تا واحد عشری از مرتبه مشخص بتقریب

مثال ششم میخواهیم جذر $\frac{۵}{۱۳}$ را تا ۰۰۱ر۰ بتقریب استخراج کنیم

ضرب میکنیم $\frac{۵}{۱۳}$ را در $۱۰^۶$ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ حاصل میشود $\frac{۵۰۰۰۰۰۰}{۱۳}$
و بعد جذر این عدد را تا واحد صحیح بتقریب استخراج میکنیم پس بنابر آنچه در (۲۵۵) ذکر شد

باید اعداد

باید اعداد صحیحش را رفع نمود اینصورت میشود ۷/۱۳ + ۱۶۴۸۳۵ کسر ۷/۱۳ را محو نمود جذر این عدد ۱۶۴۸۳۵ را تا واحد تقریب استخراج میکنیم این میشود ۵۳۳ از یمینش سه رقم اعشار جدا نموده چنین میشود ۵۳۳٫۰ و آن جذر مطلوب عدد ۷/۱۳ است تا ۱۰۰٫۰ تقریب

مثال ششم میخواهیم جذر ۷/۱۳ ۵۷ را تا ۰۰۱٫۰ بتقریب استخراج کنیم ضرب میکنیم ۷/۱۳ ۵۷ را در ۰۰۰۱ یا در ۱۰۰۰۰۰۰ چنین نتیجه میشود

$$۵۷۰۰۰۰۰۰ + \frac{۷۰۰۰۰۰۰}{۱۳}$$

مجموع عدد صحیح این دو جمله ۱۶۴۸۳۵۷۵ است جذر این را تا واحد استخراج میکنیم چنین میشود ۷۵۸۵ از یمینش سه رقم اعشار جدا میکنیم چنین میشود ۵۸۵٫۷ و آن جذر مطلوب است

۲۶۵ تنبیه مطلب ظاهر است که عمل دو مثال اخیر منجر میشود باینکه عدد کسری مفروض را اول تحویل کنیم باعشار تا عددی که عدد ارقام اعشار خارج قسمت مضاعف ارقامی شود که در جذر مطلوب است و قاعدهٔ رسمی را در آن جاری کنیم (۲۵۱)

پس قاعدهٔ کلی (۲۵۹) نسبت بکسور متعارفه و باعداد کسری چنین بیان میشود

قاعده در استخراج جذر عدد کسری تا واحد اعشاری مشخص بتقریب تحویل کنید آنرا بکسر اعشاری تا عدد ارقام اعشار خارج قسمت مضاعف ارقامی شود که در جذر مطلوب است و بعد قاعدهٔ رسمی (۲۵۱) را در آن جاری کنید

۲۶۶ حد تقریب مطلوب را میتوان عوض واحد اعشاری غیر اعشاری فرض نمود مثلا ۱/۳۰ در اینصورت عدد مفروض ع را ضرب میکنیم در مجذور مخرج کسر تقریب اینجا در ۳۰۲ و جذر حاصل را تا واحد صحیح بتقریب استخراج میکنیم و آنچه حاصل شد بر خود مخرج

قسمت میکنیم اینجا بر عدد ۳۵

برهان چون ع را بدل کنیم به $\frac{ع \times ۳۰^۲}{۳۰^۲}$ و تا واحد تقریب جذر $۳۰^۲ \times ع$ را استخراج کنیم میابیت از قرار (۲۴۸) آن جذر را قسمت کرد بر ۳۰ پس بهمان عدد که در جذر $۳۰^۲ \times ع$ واحد موجود باشد در جذر ع اجزاء $\frac{۱}{۳۰}$ یافت میشود و چون جذر اول را تا واحد تقریب استخراج نمودیم پس جذر ع $\frac{۱}{۳۰}$ تقریب بدست می آید

در استخراج جذر اعداد تقریبی و قاعده تقریبات متعلقه

۲۶۷ بنابر اصل دوم که در خصوص ضرب اعداد تقریبی ذکر نمودیم تقریب متعلق بجذر عدد تقریبی بقدر مضاعف تقریب متعلق آن عدد مفروض است (و اینجا بنابر (۱۹۵) صرف نظر کرده ایم از مجذور خود تقریب متعلق)

و بنابر این تقریب متعلق جذر عدد تقریبی بقدر نصف تقریب متعلق مفروض است

و بر این حکم متفرع است قاعده ذیل که در اختصار استخراج جذر اعداد تقریبی ذکر میکنیم

بطور کلی اگر در عددی که ابتدا از طرف یسار ع رقمش بما معلوم باشد میتوانیم جذر درستش را تا کمتر از واحد رقم ع همین جذر را استخراج کنیم چون مراتب غالبه مقدار صحیح آن عدد معلوم است میدانیم که اگر بدستور العمل جذر بقطعات تقسیمش کنیم قطعه اول سمت یسار صاحب یک رقم میشود یا دو رقم پس در صورت اول بر ع رقم معلوم ع–۱ صفر ملحق میکنیم و در صورت دوم ع صفر و جذر عدد حاصل را تا واحد صحیح تقریباً استخراج میکنیم و واحد که رقم آخر جذر را اضافه میکنیم آنوقت ع رقم اول سمت یسار جذر عدد مفروض تا واحد تقریب آن ع رقمش بدست آمد

از این قاعده مستثنی است حالتی که قطعه اول عدد مفروض بزرگتر باشد از ۹ و کوچکتر از ۲۵ در اینحالت باید ۱ + ع رقم عدد معلوم باشد

تا بتوان ۶ رقم اول جذر را استخراج کرد پس به ۱ + ۶ رقم معلوم ۱ - ۶ صفر ملحق کنیم و قاعده مذکوره را اجاری مینمائیم

مثال اول ۳٫۱۴۱ مقدار تقریبی عدد π است (π علامت نسبت محیط است بقطر) چون عدد ارقام اعشار زوج شود و ابتدا از یمین نقطه قسمت شود قطعهٔ اول سمت یسار حصاب یک رقم میشود پیش پس سه صفر با آن ملحق میکنیم جذر ۳٫۱۴۱۰۰۰ را از قرار (۲۵۱) استخراج میکنیم چنین میشود ۱٫۷۷۲ را و حال میتوان از روی علم پیمان کشف که این عدد ۱٫۷۷۲ را جذر π است تا کمتر از هزارم تقریب نقصانی یا اضافی

دور رقمی

برهان تقریب متعلق که در عدد π واقع شده کمتر از $\frac{1}{3141}$ و تقریب متعلق جذر کمتر از $\frac{1}{6282}$ و چون چهار رقم اول آن جذر نیز رسد به ۶۲۸۲ تقریب جذر استخراج شده کمتر میشود از واحد رقم چهارمش (رجوع کنید بحکم اصلی دوم ۱۹۷)

و بنابراین رقم چهارم واحد افزوده ایم نظر بحذف باقی عمل جذر ۳٫۱۴۱۰۰۰ که صورت تقریب نقصانی دیگر شده و این نکته بدو مثال بعد نیز تعلق میگیرد

مثال دوم ۳۸٫۴۵۳۷ مقدار تقریبی عددی است قطعهٔ اول سمت یسار این عدد ۴۵ پس شش صفر ملحق میکنیم و جذر ۳۸۰۰۰۰۰۰٫۴۵۳۷ را استخراج نموده واحدی به رقم اخیرش می افزائیم و جذر عدد با کمتر از واحد رقم ششمش بدست می آید

برهان تقریب متعلق مجذور کمتر است از $\frac{1}{4053738}$ و تقریب جذر کمتر از $\frac{1}{9071276}$ و این جذر را چون تا رقم ششم استخراج کنیم و قطع نظر از میز نمائیم یقینا کمتر میشود از ۹۰۷۲۷۶ چونکه ابتدایش به ۶ است و بنابراین تقریب جذر کمتر است از واحد رقم ششم خود (اصل دوم ۱۹۷)

مثال سوم ۱۴۱٫۵۹۳۲ مقدار تقریبی عددی است چون از انقطاعات دو رقمی قسمت کنیم قطعهٔ اول ۱۴ میشود و استثنای سابق محلش اینجاست چون از عدد هفت رقمش معلوم مند در جذر

پیش از شش رقم بدست نمی آید پس صفر پنج تحلی میکنیم و بدستور (۲۵۱) جذر این عدد ۱۴۱۵۹۳۲۰۰۰۰۰ را استخراج میکنیم و واحد بر رقم اخیر می افزائیم

برهان چون تقریب متعلق مجذور کمتر است از $\frac{۱}{۱۴۱۵۹۳۲}$ تقریب جذر کمتر میشود از $\frac{۱}{۲۸۳۱۸۶۴}$ و این جذر ابتدایش برقم ۳ است چون شش رقم پیش از آن بگیریم مطمئن باشیم که عدد آن شش رقم کمتر است از ۲۸۳۱۸۶۴ پس تقریب جذر کمتر میشود از واحد رقم ششم (اصل دوم (۱۹۷))

(ولی از جهت رقم جذر بعد در ترکیب میشود بزرگتر از ۲۸۳۱۸۶۴)

چنین تحقیقات همواره با فائده است . ... و در این عمل باید بر نکات ذیل اعتماد نمود

هرگاه قطعهٔ اول عدد مفروض کمتر از ۱۰ باشد رقم اول جذر کوچکتر میشود از رقم اول مجذور

و هرگاه قطعهٔ اول عدد ۲۵ باشد یا بزرگتر از آن ع رقم اول مضاعف مجذور رتبه بزرگتر میشود از ع رقم اول جذر

و در آن صورت که قطعهٔ اول مندرج بود مابین ۹ و ۲۵ حکم دوم وقوع نمی یابد ولی اگر ۱+ع رقم اختیار کنیم اشکال برطرف میشود

در خصوص مکعب و کعب اعداد

۲۶۸ مکعب عدد عبارتست از قوهٔ سوم العدد است یعنی حاصل ضرب العدد است سه مرتبه در نفس خود

مثال مکعب ۸ این است $۸ \times ۸ \times ۸ = ۵۱۲$ و باین صورت میشود $۸^۳$

و کعب عدد عدد دیگر است که چون بدرجهٔ مکعبش برسانیم عدد مفروض حاصل میشود

مثال ۵۱۲ هشت است و کعب $\frac{۲۷}{۳۴۳}$ این عدد $\frac{۳}{۷}$

و کعب را باین صورت مینمائیم $\sqrt[۳]{۵۱۲}$ $\sqrt[۳]{\frac{۲۷}{۳۴۳}}$

وبهتر آنست که مکعبات اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰ را چنانچه اینجا نوشته شده بخاطر داشته باشیم

اعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مکعبات	۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۵۱۲	۷۲۹	۱۰۰۰

۲۶۹ قضیه مکعب مجموع دو جزو مساویست با مکعب جزو اول باضافهٔ سه برابر مجذور جزو اول در جزو دوم باضافه سه برابر جزو اول در مجذور جزو دوم باضافهٔ مکعب جزو دوم

باین صورت $(\text{ب} + \text{ج})^{۳} = \text{ب}^{۳} + ۳.\text{ب}^{۲}.\text{ج} + ۳.\text{ب}.\text{ج}^{۲} + \text{ج}^{۳}$

مثال

$$۴۵۷ = ۴۵۰ + ۷$$

$$(۴۵۰ + ۷)^{۲} = ۴۵۰^{۲} + ۲ \times ۴۵۰ \times ۷ + ۷^{۲}$$

$$۴۵۰^{۲} + ۲.\ ۴۵۰ \times ۷ + ۷^{۲}$$
$$۴۵۰ + ۷$$

$$۴۵۰^{۳} + ۲.\ ۴۵۰^{۲} \times ۷ + ۴۵۰ \times ۷^{۲}$$
$$۴۵۰^{۲} \times ۷ + ۲.۴۵۰ \times ۷^{۲} + ۷^{۳}$$

$$۴۵۰^{۳} + ۳.\ ۴۵۰^{۲} \times ۷ + ۳.\ ۴۵۰ \times ۷^{۲} + ۷^{۳}$$

۲۷۰ نتیجهٔ اول مکعب عدد مرکب از عشرات و احاد مساویست با مکعب عشرات باضافه سه برابر مجذور عشرات در احاد باضافه سه برابر عشرات در مجذور احاد باضافه مکعب احاد

۲۷۱ نتیجه دوم تفاضل دو مکعب دو عدد صحیح متوالی مساویست به سه برابر مجذور عدد کوچکتر باضافهٔ سه برابر خود عدد کوچکتر باضافه واحد

واز این قرار مابین هر دو مکعب متوالی مثل $\text{ع}^{۳}$ و $(\text{ع}+۱)^{۳}$ به تعداد این جملهٔ $۳\text{ع}^{۲}+۳\text{ع}$ اعداد مندرج است که هیچکدام مکعب عدد صحیح نیستند

مثال ۲۲ واقع است مابین ۳^۳ و ۴^۳ و مکعب هیچ عدد صحیح نیست چونکه آن عدد صحیح باید بزرگتر باشد از ۳ و کوچکتر باشد از ۴

۲۷۲ هرگاه عددی صحیح مکعب عدد صحیح دیگر نباشد مکعب هیچ عدد کسری نخواهد بود برهان این حکم مانند آنست که در خصوص جذر (۲۴۵) ذکر شد چنین عدد را اصم گوئیم مثل $\sqrt[3]{۲۴۳}$ یعنی که هیچ نسبت و مقیاس مشترکی با واحد ندارد و کعب حقیقی را نمیتوان استخراج کرد جز بتقریب

۲۷۳ چند حکم ثابت نمودنی مکعب حاصل ضرب چند عامل مساوی است با حاصل ضرب مکعبات آن عاملها

شرط آنکه عددی مکعب تمام باشد اینست که نماینده عاملهای اولش قابل قسمت باشد بر ۳ و هرگاه جمیع نمایندهای عاملهای اول عددی قابل قسمت باشند بر ۳ کعب آن عدد مساوی است با حاصل ضرب همان عاملها با آنکه نماینده هر کدام قسمت نموده باشیم بر ۳ ......

مثال $۲^۳ \times ۳^۳ \times ۵^۳ = ۲۱۶۰۰۰$, $\sqrt[3]{۲۱۶۰۰۰} = ۲^۲ \times ۳ \times ۵$

۲۷۴ در استخراج کعب اعداد صحاح دو حالت اتفاق می افتد اول اینکه عدد مفروض کوچکتر باشد از $۱۰^۳$ یا ۱۰۰۰ و دوم آنکه اقلاً ۱۰۰۰ باشد

حالت اوّل میخواهیم کعب ۲۵۸ را استخراج کنیم

بزرگتر مکعبی که شامل شود در این عدد البته یکی از نُه مکعب متوالی سابق است و چون آنها را بخاطر داریم زود مشخص میکنیم آن بزرگتر را که شامل شود در ۲۵۸ و هرگاه آن مکعبات را بخاطر نداشته باشیم باید بترتیب حساب کرد و بآن رسید بهر وجه زود معلوم میشود که بزرگتر مکعب مطلوب ۲۱۶ است و کعبش ۶ پس گوئیم

که کعب ۳۴۵۸ است تا واحدی تقریب

حالت دویم آنست که عدد مفروض بزرگتر باشد از ۱۰۰۰

راهی که ما را رساند بقاعده استخراج کعب مانند آنست که در خصوص جذر بیان شد و آن مبنی
بر این دو قضیه است یکی آنکه کعب عشرات از مرتبه الوف است مثال کعب چهار عشره ۶۴
هزار است و دیگر ترکیب کعب عددی که مؤلف باشد از عشرات و آحاد و آن در ص ۲۷۰
ذکر شد و بر متعلم است که خود این ماده را بدست آورد ما اینجا بذکر قاعده عملی اکتفا کنیم

قاعده در استخراج کعب اعداد صحاح — در استخراج کعب عددی که بزرگتر باشد
از ۱۰۰۰ باید آن عدد را از طرف یمین بقطعات سه رقمی قسمت نمود و در این قسمت ممکن است
که قطعه سمت یسار یعنی اول یک رقم یا دو رقم داشته باشد و کعب قطعه اخیر سمت
یسار را استخراج کنید و آن رقم اول سمت یسار کعب مطلوب است آن را در یمین عدد
بنویسید و مکعبش را از آن طبقه تفریق نمائید و در یمین باقی نقل کنید رقم اول
سمت یسار طبقه دوم را و عدد حاصل را قسمت کنید بر سه برابر مجذور رقمی
که در کعب استخراج شده و خارج قسمت یعنی رقم دوم کعب است یا اندکی بیشتر برای
امتحان بنویسید آن را در یمین رقم اول و حاصل را مکعب کنید پس اگر آن مکعب
تفریق شود از ترکیب دو قطعه اول سمت یسار رقم موافق آمده و اگر تفریق نشود
معلوم میشود که آن رقم قدری بزرگ است در این صورت واحدی از او بکاهید و بنوبت
دیگر امتحان کنید پس اگر باز بزرگ باشد واحدی دیگر از آن بکاهید و امتحان کنید
تا آنکه تفریق ممکن شود و بعد در یمین باقی فرود آورید رقم اول طبقه سوم را و حاصل را
قسمت کنید بر سه برابر مجذور دو رقمی که در کعب استخراج شده خارج قسمت رقم
سوم است یا اندکی بیشتر بنویسیدش در یمین دو رقم سابق و مجموع را مکعب کنید

و تمیز نمی نماید از مجموع سه قطعهٔ اول ثمث باید عدد مفروض و اگر تمیز نتوان نکرد
نود دو احکام آن رقم بکار چند همان طور که در خصوص رقم دوم ذکر شد و ر
همین باب عمل کنید رقم اول قطعهٔ چهارم را و بهمین دستور العمل پیش روند
تا جمیع قطعات قرود باشند

تنبیه اگر اتفاقاً در ضمن اعمال جزئیه سه بر ابجد و را عبه در کعب مشخص شده
تمیز نمی شود و آن که میباید سه بر این مفروض و ثمث کرده صفر در کعب بنویسید
و قطعهٔ دیگر از عدد مفروض را نقل کنید در همین باب و قسمش نماید به سه بر ابجد
در کعب مشخص شده و هر گاه باقی مانده بزرگتر باشد از سه بر ابجد و در کعب اضافه
سه بر ابجد آن کعب چنین معلوم میشود که رقم ... را اخراج شده کوچکتر از دو رقم و ا
مثال میخواهیم کعب ۲۴۵۸۶۴۸۱۹ را استخراج کنیم صورت عمل این است

```
∛ ۲۴۵  ۸۶۴  ۸۱۹   |  ۶۰۲۶
   ۲۱۶              |  ۶²×۳ = ۱۰۸
    ۲۹  ۸           |  ۶۲²×۳ = ۱۱۵۳۲
۶۲³ = ۲۳۸  ۳۲۸      |
--------------------
      ۷  ۵۳۶۸
  ۲۴۵  ۳۱۴۳۷۶
--------------------
    ۵۵۰  ۴۴۳
```

تنبیه قاعده مذکوره اگرچه بنظر مختصر آید و لیکن خالی از تفصیل نیست دستور العمل رسمی در استخراج
کعب این است که ذکر میشود و تفصیلش مطابق است با آنچه ذکر شد

فائده در استخراج کعب عددی مثل ۲۷۳۳۵۹۴۴۹ بعد از آنکه ابتدا
از یمین به قطعات سه رقمی قسمت کردید و نقطه را بالای منتهای هر قطعه گذا
شتید عدد قطعات عدد ارقام کعب ... است نمایید و اینجا سه رقم است ...

رقم اول قسمت بیاور که اینجا از ثمانات بزرگتر مکعبی را که در ۲۷۳ شامل شود
معلوم کنید و آن ۶ است و برای ترتیب اعمال استخراج رقم دوم مکعب ۶ را
که ۲۱۶ باشد تفریق کنید از ۲۷۳ و در یمین باقی فرود آورید قطعهٔ دوم
۳۵۹ را حاصل میشود این عدد ۵۷۳۵۹ ثمانات ۵۷۳ آن را بنقطه
جدا کنید و قسمت نمائید این عدد ثمانات را بر سه برابر ۶^۲ که ۱۰۸ باشد خارج قسمت
۵ خارج قسمت رقم دوم مطلوب است بعینه یا اندک بیشتر و لهذا کوچکتر
نمیشود (قاعده تا اینجا مشترک بود) و برای امتحان این رقم سه جزو آخر
مکعب ۶۵ را ترتیب میدهیم اینهاست ۵۴۰۰۰ و ۴۵۰۰ و ۱۲۵ را چون
مجموع اینها بزرگتر شد از باقی اول ۵۷۳۵۹ رقم ۵ قدری بزرگ است
و لهذا یکی میکاهیم پس برای امتحان ۴ با آن سه جزو را ترتیب میدهیم
(۴۳۲۰۰ و ۲۸۸۰ و ۶۴) ولی از مکعب ۶۰ + ۴ و چون مجموع اینها یعنی
۴۶۱۴۴ کوچکتر است از باقی دوم معلوم میشود که ۶۴ موافق است و برای
ترتیب مقدمات اعمال استخراج رقم سوم مجموع مذکور را از باقی اول
تفریق میکنیم و در یمین نتیجه ۱۱۲۱۵ نقل میکنیم قطعهٔ سوم ۴۲۹ را و باقی
سوم باصطلاح چنین میشود ۱۱۲۱۵۴۲۹ ثمانات آن را ۱۱۲۱۵۴ بنقطه
از یمین جدا کنیم و قسمتش میکنیم بر سه برابر مجذور ۶۴ یعنی عشره کعب که ۱۲۲۸۸ است
رقم ۹ خارج قسمت بعینه رقم مطلوب است یا اندک بیشتر و برای امتحان ۹
سه جزو آخر مکعب ۶۴۰ + ۹ را ترتیب میدهیم اینست (۱۱۰۵۹۲۰۰
و ۱۵۵۵۲۰۰ و ۷۲۹) و مجموع را از باقی دوم تفریق میکنیم و هیچ باقی
نمیماند و صورت عمل این است

مکعب	۲۷۳.۳۵۹.۴۴۹	کعب ۶۴۹
	۲۱۶	
باقی اول	۵۷۳.۵۹ ..	
	۴۶۱۴۴	
باقی دوم	۱۱۲۱۵.۴۴۹ .	
	۱۱۲۱۵۴۴۹	
باقی سوم	۰ ...	

$۶۴^۲ \times ۳ = ۱۲۲۸۸$	$۶^۲ \times ۳ = ۱۰۸$	
امتحان رقم ۹	امتحان رقم ۴	امتحان رقم ۵
۱۱۰۵۹۲۰۰	۴۳۲۰۰	۵۴۰۰۰
۱۵۵۵۲۰	۲۸۸۰	۴۵۰۰
۷۲۹	۶۴	۱۲۵
۱۱۲۱۵۴۴۹	۴۶۱۴۴	۵۸۶۲۵

در مکعب و کعب کسور

۲۷۵ مکعب کسر باین طور حاصل شود که صورت و مخرجش را جدا جدا مکعب کنیم

مثال $(\frac{۴}{۷})^۳ = \frac{۴}{۷} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۴^۳}{۷^۳} = \frac{۶۴}{۳۴۳}$

۲۷۶ در استخراج کعب کسور دو حالت اتفاق می افتد

حالت اول آنست که مخرج کسر مکعب باشد در اینحالت کعب صورت را استخراج میکنیم بتحقیق اگر ممکن باشد والا تا واحد تقریب و قسمت میکنیم بر کعب مخرج

حالت دوم آنست که مخرج مکعب تمام نباشد پس آنوقت صورت کسر را در مجذور مخرج ضرب میکنیم و بر کعب مخرج قسمت میکنیم و آخر عمل منجر میشود بحالت مذکوره

باین وجه نیز میتوان رفتار کرد مخرج را بعاملهای اولش تفصیل کنید و جمع نمائید عاملهای مثلها را مضرب رقم ۳ نمائید و صورت کسر را ضرب کنید در عاملهای اولی که بمخرج اضافه شده و چون مخرج مکعب تمام شد دستور حالت اول را درآن معمول دارید و پیداست که باین وجه صورت و مخرج کوچکتر میشوند از آنچه موافق حالت دوم مشخص میشد

۲۷۷ در اعداد کسریه جزو صحیح را تجنیس میکنیم و یکی از قواعد مذکوره را درآن معمول میداریم

۲۷۸ در اعداد اعشاریه اول باید دانست که هر عدد مرکب از واحد و اعشار چند که عدد شان قابل قسمت باشد بر ۳ مکعب تام است و اگر چنین نباشد

تکمیل تام نیست چون این مطلب دانسته شد بذکر قاعده پردازیم و آن دو حالت دارد

حالت اول آنست که عدد ارقام اعشار قابل قسمت باشد بر سه پس از ممیز صرف نظر نموده کعب عدد را تا واحد تقریبی استخراج میکنیم و از سمت یمینش بشمار ثلث عدد ارقام اعشار عدد مفروض رقم اعشار جدا میکنیم

حالت دوم آنست که عدد ارقام اعشار قابل قسمت نباشد بر سه پس یک یا دو صفر در یمینش اضافه میکنیم و بدستور حالت اول رفتار میکنیم

راه دلیل هر دو حالت آنست که عدد مفروض را بصورت کسر متعارفی نویسید و موافق آنچه در خصوص کسور متعارفی ذکر شده رفتار کنید تا حکم مبرهن شود

در استخراج کعب تقریبی تقریب راه دلیل همچنانست که در خصوص جذر ذکر شد و از (۲۵۴) و بعد هر جا کلمه جذر و مجذور است بدل کنید بکعب و مکعب این قاعده بدست آید

۲۷۹ قاعده در استخراج کعب هر عدد مثل ع تا واحد تقریب باید عدد صحیح را جدا نمائید و از بعینه جزء صحیح است و کعب آنرا تا واحد تقریب استخراج کنید کعب مطلوب را

مثال $\sqrt[3]{267,534}$ تا واحد تقریب مساوی است با $\sqrt[3]{267}$ تا واحد تقریب و دلیل بعینه همانست که در (۲۵۵) ذکر شده

مثال میخواهیم کعب عدد ع را تا $\frac{1}{30}$ تقریب استخراج کنیم دستور العمل همانست که در خصوص جذر (۲۶۶) ذکر شده همین باید کلمه جذر و مجذور را بکعب و مکعب بدل نمود

۲۸۰ در استخراج کعب بتقریب اعشاری در استخراج کعب عدد تا واحد اعشاری از مرتبه مشخص مثلاً تا $\frac{1}{100}$ عدد مفروض را ضرب نمائید در 10^{6} یعنی دو واحد که سه برابر ارقام اعشار تقریب صفر بآن ملحق شود و کعب حاصل ضرب را

تا واحد صحیح تقریباً استخراج کنید و از همین بعد از ارقام اعشاری که در کعب مطلوب باشد هر قسم اعشار جدا کنید چون اینجا ذکر کردیم مسئله را که در جای دیگر ذکر شد از (ص ۲۶۴) بعینه همان نتایج استنباط می شود مشروط بر آنکه همه جا کلمه جذر بکعب بدل کنیم و عبارت دو برابر عدد اصفار و عدد ارقام اعشار را به سه برابر آنها و قاعده که وقت استخراج کعب تقریبی ذکر شده بجمیع اعداد تعلق میگیرد

تتمه در باب کعب بنای بر اختصار بود چونکه از اصول حساب نیست

باب هشتم

در اجرای قواعد علم حساب در مسائل کلیه

نسبت مقادیر مقیده

درس ۴۲

۴۸۱ نسبت ما بین دو عدد عبارت از خارج قسمت عدد اول است به دوم

مثال نسبت ۱۲ به ۴ این است ۳ = ۱۲:۴ و نسبت ۳۰ به ۸ چنین ۳۰/۸ و

نسبت ۴/۵ به ۸/۹ خارج قسمت کسر اول است بر دوم باین صورت = ۸/۹ : ۴/۵

۹/۱۰ = ۳۶/۴۰ = (۴×۹)/(۵×۸) = (نسبت دو عدد کسری همواره مبدل شود به نسبت دو عدد صحیح)

نسبت را بدو صورت مینمائیم شبیه خارج قسمت و شبیه کسر چنین ۳ : ۱۲ یا ۱۲/۳ و ۸:۳۰

یا ۳۰/۸ و ۸/۹ : ۴/۵ و باینطور بخوانیم ۱۲ نسبت به ۳ یا به ۳ قسمت و غیره

دو عدد واقع در نسبت را دو جمله نسبت گوئیم و عدد اول را صورت نسبت و دوم را مخرج

(و آنها را مقدم و تالی نسبت نیز گوئیم و رسمی است که مدتی است در جبر و مقابله معمول داشته اند

ما اینجا در حساب اختیار کردیم این است که نسبت را شبیه کنیم بکسری که حاصل مقدار است

خارج قسمت فرض شده باشد از صورتش بر مخرج پس اگر دو جمله نسبت عدد صحیح باشند
هیچ اختلاف این نسبت و کسر متعارفی نیست و چون از خارج میدانیم که بر فرض اینکه صورت
و مخرج عدد و کسری باشند اصول خواص کسر بحالت خود باقی است هیچ مانعی نیست در اینکه رسم
جبر و مقابله را معمول داریم یعنی در جمیع حالات این سه کلمه خارج قسمت نسبت و کسر را مترادف (بدانیم)
چون نسبت خارج قسمت شد از جمله اولش بر دوم معلوم است که اینجا کلمه صورتش جانشین مقسوم
مطلق شده و کلمه مخرج جانشین مقسوم علیه میباشد بدانیم که هیچ شرط این نیست که صورت
و مخرج نسبت عدد صحیح باشند و ممکن است عدد کسری باشند یا اصم و چون سه کلمه نسبت

مقسوم علیه مترادف

و بکلمات اول

... مقدار نسبت

ضرب میشود در آن عدد و اگر آنرا بر عددی قسمت کنیم نسبت بر آن قسمت میشود (۱۲) اساساً
ثانیاً چون مخرج نسبت را بانفراد در عددی ضرب کنیم نسبت قسمت میشود بر آن عددی و اگر قسمت کنیم نسبت ضرب میشود (۱۲) اساساً
ثالثاً اگر هر دو جمله نسبت را در عددی ضرب کنیم یا بر آن عدد قسمت کنیم در نسبت تغییری واقع نمیشود (۱۲) ثامناً

۲۸۳ قضیه در چند نسبت متساوی چون صورتها را جمع کنیم و مخارج را جدا
... با نسبت مفروضه

مثال $\frac{۲}{۳}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲۰}{۳۰}=\frac{۱۴}{۲۱}$

پس ... $\frac{۲+۸+۲۰+۱۴}{۳+۱۲+۳۰+۲۱}=\frac{۲}{۳}$ یا $\frac{۸}{۱۲}$

زیرا که بنا بر تعریف $۲=\frac{۲}{۳}\times ۳$

و $12 \times \frac{8}{12} = 8$ یا بسبب آنکه $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ و $12 \times \frac{2}{3} = 8$

$30 \times \frac{20}{30} = 20$ یا .... $30 \times \frac{2}{3} = 20$

$21 \times \frac{14}{21} = 14$ یا .... $21 \times \frac{2}{3} = 14$

و بعد از جمع چهار تساوی و اخیر این تساوی حاصل میشود

$$(21 + 30 + 12 + 3) \times \frac{2}{3} = 14 + 20 + 8 + 2$$

و چون هر دو طرف تساوی را بر این جمله $21 + 30 + 12 + 3$ قسمت کنیم چنین میشود

$$\frac{2 + 8 + 20 + 14}{3 + 12 + 30 + 21} = \frac{2}{3}$$ فهو المطلوب

تعریف نسبت دو شیء هم نوع عبارت از عددی است که شیء اول را مقدار میکنند بنابر آنکه شیء دوم واحد فرض شده باشد

در تشخیص نسبت مابین دو مقدار معین باید معلوم کرد عدد مراتبی را که مقدار دوم در اول مندرج میشود پس اگر عدد مراتب مزبور صحیح باشد مثل ۸ مرتبه نسبت آن دو مقدار عدد صحیح ۸ است و در غیر اینصورت جزو معینی از مقدار دوم را اختیار میکنیم چنانچه مراتب صحیح مندرج شود در دوم مثلا فرض میکنیم که سبع دوم ۱۵ مرتبه مندرج شود در اول پس مقدار اول $\frac{15}{7}$ دوم میشود و نسبت آن دو $\frac{15}{7}$ باشد

تنبیه نسبت ما بین دو شیء عبارت از نسبت ما بین دو عددی است که آنها را مقدار میکنند بنابر آنکه با واحدی معین که مقیاس مشترک باشد هر دو را اندازه گرفته باشیم در مثال اول سابق چون خود مقدار دوم واحد و مقیاس شد و هشت مرتبه مندرج گشت در مقدار اول نسبت دو مقدار ۸ است و با اینصورت $\frac{8}{1}$ اختلاف ندارد در مثال دوم سبع مقدار دوم مقیاس مشترک شد ۱۵ مرتبه مندرج گشت در اول و ۷ مرتبه در دوم پس $\frac{15}{7}$ نسبت دو عدد ۱۵ و ۷ یعنی نسبت آن دو مقدار است

نه چنانست که حقیقتاً نسبت این دو مقدار را آسان یا بواسطه بعد دیگر سنجید و نسبت‌شان را بدست آورد
چنانست بموافق نسبت سابق هر کدام را جداگانه با مقیاس مشترکی اندازه گرفت و نسبت این دو
عدد را معلوم کرد مثلاً در تعیین نسبت طول و عرض طاق این دو مقدار را با ذرع قسمت شده
اندازه میگیریم و نسبت این دو عدد ذرع را معلوم میکنیم

بنا بر همان نسبت جمیع خواص نسب عددیه تعلق میگیرند به نسب مقادیری که از یک نوع باشند
پس آنچه را که در خصوص اعداد ذکر نموده‌ایم بمقادیر متعلق میداریم و تکرار لازم نیست

۲۸۴ ممکن است چنین اتفاق افتد که هیچ جزو مشترکی از مقدار دوم
تماماً صحیح مندرج نشود در اول یعنی که این دو مقدار مقیاس مشترک
نداشته باشند در اینصورت نمیتوان نسبت این دو مقدار را به هیچ عدد صحیح
یا کسری ادا نمود

در اینصورت نسبت این دو مقدار را اصم گوئیم یعنی بدقت و درستی تقدیر نشود
بلکه بتقریب معین شود ولی تا هر درجه که مطلوب باشد

در عملیات چیزی آنست که نسبت اصم دو مقدار را بدل کنیم بمقدار تقریبی یعنی به نسبتی و عددی
رسمی و قواعد حساب را در آن جاری کنیم و اینجا مقام آن نیست که قاعده تبدیل نسبت اصم را
بمقدار تقریبی بیان کنیم چونکه این مطلب باید در هر حالتی خاص شرح داده شود

در شرح مقادیری که به نسبت مستقیم تغییر میکنند یا به نسبت معکوس

درس ۲۷

۲۸۵ در موارد بسیار و مسائل بیشمار چنین اتفاق می افتد که مابین دو رشته
مقادیر چنان رابطه و علاقه است که هر گاه مقادیر همنوع یک رشته به نسبتی تغییر پذیرند مقادیر
همنوع رشته دیگر بهمان نسبت یا بعکس آن نسبت تغییر کنند

دو مقدار را گوئیم به یک نسبت یا به نسبت مستقیم تغییر میکنند در صورتیکه چون یکی از آن دو تغییر کند و بمراتب چند ترقی یا تنزل نماید مقدار دیگر بهمان عدد مراتب ترقی یا تنزل نماید

مثلاً قیمت متاعی که بوزن داد و ستد شود به نسبت وزن آن متاع تغییر پذیرد و نسبت مستقیم دارد با آن وزن و چون وزن ۲ و ۳ و ۴ ... م برابر شود نسبت متاع نیز ۲ و ۳ و ۴ ... م برابر شود (م علامت عددی است صحیح یا کسری)

قیمت قماش به نسبت طولش تغییر میکند و شخصی چون ۲ و ۳ و ۴ ... م برابر ذرع بیشتر از شخص دیگر خریداری کند مبلغی نخواهی که باید بتاجر دهد ۲ و ۳ و ۴ ... م برابر آنچه است که شخص دوم میدهد

عدد ذرعهای قماشی که هر روز در کارخانه ببافند بنا بر تساوی سایر کیفیات به نسبت عدد اشخاص بافنده است

دو مقدار را گوئیم به نسبت معکوس تغییر میکنند در صورتیکه چون یکی از آن دو مراتب چند ترقی یا تنزل نماید مقدار دیگر بهمان عدد مراتب تنزل یا ترقی نماید

مثلاً عدد ایامی که لازم است جماعتی قماشی را ببافند بعکس نسبت عدد ساعاتی است که در هر روز

۲ و ۳ ... م

۲ باشد

یا ۲/۳ نسبت و عدد ایام ۱/۳ خواهد بود یا ۳/۲

۲۸۶ بسیار اتفاق می‌افتد که در حل مسئله باید همچنان مقادیر نوعی را با مقادیر نوع مختلفه بسنجیم

مثال بنا بر آنکه ۱۵ نفر نساج مدت ۳۲ روز در روزی ۱۰ ساعت مشغول شوند موازی ۲۴۰۰ ذرع قماشی را میبافند که صاحب ۲ ذرع عرض باشد

اگر ۸ نفر از چند روز بایند تا ۲۲ نفر تا ج دو روز ۸ ساعت مشغول شوند موازی ۲۰۰
ذرع قماشی را ببافند که صاحب ۵ را ذرع عرض باشد

در این مسئله برای تعیین عدد ایام مطلوبه باید بترتیب مسطور آورد تغییر عدد اشخاص و تغییر عدد
ساعات یومیه و طول و عرض قماشی را عدد ایام را چون با سایر مقادیر جدا جدا بسنجیم معلوم
میشود که نسبت مستقیم دارد با آنچه در جزو اول مسئله تالی وست و نسبت معکوس دارد با آنچه
مقدم است براو

درچنین مسئله تغییر عدد ایام درست به نسبت طول قماشی است مثلا مگر این مقدم که در تغییر آن
دو مقدار سایر همه بحالت خود برقرار بمانند و تبان؟ ورا مقایسه کنیم و من باب این نکته بود که
کلمه نیز ثلث را در عبارت درج نمودیم (رجوع کنید بمسئله سوم (۲۹۱))

۲۸۷ بعلم حساب مربوط نیست اثبات این حکم که مقادیر بعضی بنسبت مستقیم باشند و بعضی
به نسبت معکوس این حکمی است واقع و دلیلش خارج علم ما است و لعنوان اصول موضوعه
در حل مسائل استعمال میکنیم

در علم هندسه و جر اثقال و طبیعی بسیار ند مقادیر که بنسبت مستقیم تغییر کنند یا بنسبت معکوس ظاهر است
که قیمت قماشی که تاجر داد و ستد میکند به نسبت مستقیم طول آن قماش است و همچنین عدد ایامی
که محتاج است کاری باتمام رساند به نسبت معکوس عدد ساعات است که هر روز مشغول شوند

۲۸۸ هرگاه م عدد صحیحی باشد و مقابل آنهم کرچون جنسی ۲ و ۳ و ۰۰۰۰ م
برابر ترقی و تنزل کند چنین نظیرش ۱ و ۲ و ۳ ۰۰۰۰ م برابر ترقی و تنزل میکند باید
بحکم عام بگوئیم که آن دو جنس به نسبت مستقیم تغییر میکنند

مثلا اگر ب و ح دو مقدار یک جنس باشند و ب ح دو مقدار نظیر اینها از جنس دیگر

بنابر فرض چون مقدار ح جنس اول نظیر است با مقدار حَ جنس دوم پس نظیر مقدار ح ۳ مقدار حَ ۳ است و بنابراین نظیر ح ۳/۵ = ب که خمس ح ۳ باشد خمس حَ ۳ میشود یعنی حَ ۳/۵ ولی از طرفی نظیر ب مقدار بَ است پس حَ ۳/۵ = بَ و بنابراین

ح : ب = ۳/۵ = ح :

۲۸۹ هرگاه تعدد صحیح باشد و محقق بدانیم که چون جنسی ۱، ۲، ۳ ... م برابر بشود و تنزل کند جنس نظیرش ۱، ۲، ۳ ... م مرتبه تنزل و ترقی میکند باید بحکم عام بگوئیم که آن دو مقدار به نسبت معکوس تغییر میکنند

مثلا اگر ب و ح دو مقدار همجنس باشند و بَ و حَ دو مقدار نظیر آنها از جنس دیگر و بدانیم که ۳/۵ = ح : ب باید این تساوی ۵/۳ = حَ : بَ نیز صحیح باشد زیرا که بنابر فرض چون نظیر مقدار ح جنس اول مقدار حَ جنس دوم است پس نظیر ح ۳ مقدار حَ/۳ است و نظیر ح ۳/۵ = ب که خمس ح ۳ باشد پنج برابر حَ/۳ میشود یعنی حَ ۵/۳ ولی از طرفی نظیر ب مقدار بَ است پس حَ ۵/۳ = بَ یا ۵/۳ = حَ : بَ

و اکنون از روی قاعده معروفه بقاعده تحویل بواحد حل میکنیم مسائل بسیار سهل و مختصری را که در آنها مقادیری به نسبت مستقیم تغییر میکنند و مقادیری به نسبت معکوس

در حل مسائلی که از قدیم الایام معروف بوده‌اند به تناسب مفرد و تناسب مرکب و ذکر قاعده تحویل بواحد (درس ۲۸)

۲۹۵ وجه امتیاز این نوع مسائل از سایر خصوصیت عامه ذیل است در چنین مسائلی مقادیر معلومه و مجهوله منقسم میشوند بدو رشته متوازیه متقابله بر وجهی که هر مقدار رشته‌ای با مقدار نظیری است از همان نوع در رشته دیگر و علاوه بر آن چون یکی از این مقادیر را بترتیب بسنجیم با یک یک از مقادیر دیگر غیر از آنکه نسبت با او نظیر واقع است می‌بینیم که همواره

مابین آنها نسبت مستقیم یا معکوسی موجود است
از این خصوصیت دستور العمل آسانی بدست می آید در نوشتن صورت جواب چنین مسائل
اکنون در ضمن حل چند مسئله از روی قاعده تحویل بواحد آن دستور العمل را استخراج میکنیم

۲۹۱ مسئله اول موازی ۲۵۰ ذرع قماشی ۴۵۰۰ قران میدهند تا با این قران
۳۷۲ ذرع از همان قماش چه مبلغ خواهد ارزید
فرض میکنیم (حل ذکه علامت مجهول باشد) عدد قرانهای مطلوب باشد و مسئله را بصورت نسبت بنویسیم

قران ۴۵۰۰	ذرع ۲۵۰
حل	۳۷۲

چون ۲۵۰ ذرعش ۴۵۰۰ قران می ارزد قیمت یکذرع ۲۵۰ مرتبه کمتر است و این میشود $\frac{۴۵۰۰}{۲۵۰}$ و قیمت ۳۷۲ ذرع بهمین عدد مرات بیشتر است از اینقرار

$$\text{(۱)} \quad \text{حل} = ۴۵۰۰ \times \frac{۳۷۲}{۲۵۰} = \frac{۴۵۰۰ \times ۳۷۲}{۲۵۰}$$

تنبیه چون قیمت ۲ و ۳ و ۴ ... برابر ذرع قماش ۲ و ۳ و ۴ ... برابر قران است پس عدد ذرع قماش نسبت مستقیم دارد با قیمتش

مسئله دوم نجاری موازی ۵۸۸ عدد تخته ۳۰ سانتیمتر عرض لازم داشت تا بپوشاند سقف عمارتی و صاحبخانه تخته طالب بود که ۳۵ سانتیمتر عرض داشته باشد از اینقرار چند عدد لازم است

تخته ۵۸۸	سانتیمتر ۳۰
حل	۳۵

اگر عرض آن تخته ها عوض ۳۰ سانتیمتر یک سانتیمتر بود ظاهر است که عدد آنها باید ۳۰ برابر شود یعنی ۵۸۸×۳۰ و میخواهیم عوض یک سانتیمتر ۳۵ سانتیمتر عرض داشته باشد پس باید عدد آنها ۳۵ مرتبه تنزل کند باین صورت

$$\text{(۲)} \quad \text{حل} = ۵۸۸ \times \frac{۳۰}{۳۵} = \frac{۵۸۸ \times ۳۰}{۳۵}$$

نتیجه چون عرض تخته ۲ و ۳ و ۴ ..... برابر ترقی کند عدد شش ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه تنزل میکند از انقدار عدد تخته‌ها باحتیاج بیشتر نسبت معکوس دارد با عرض آن تخته‌ها

(از مسئله ۲۹)

مسئله سوم چون ۱۵ نفر نساج روزی ۹ ساعت مشغول باشند مدت ۳۲ روز ۲۴۰۰ ذرع قماش میبافند که صاحب ۲/۱ عرض باشد از انقدار چند روز باید تا ۲۴ نفر روزی ۸ ساعت موازی ۳۶۰۰ ذرع از همان قماش را ببافند بنابرانکه ۵/۱ را ذرع داشته باشد فرض میکنیم عدد ایام مطلوب ل باشد و مسئله را بانصورت مینویسیم

عرض	طول	روز	ساعت	نفر
۱٫۲	۲۴۰۰	۳۲	۹	۱۵
۱٫۵	۳۶۰۰	ل	۶	۲۴

چون یکنفر روزی ۹ ساعت مشغول شود در بافتن ۲۴۰۰ ذرع وغیره (یعنی با فرض مسئله بجای خود باشد) معلوم است که ۱۵ برابر روز بیشتر لازم دارد از مدت ۱۵ نفر بانصورت ۱۵ × ۳۲ روز و چون عوض یک نفر ۲۴ نفر روزی ۹ ساعت مشغول شوند عدد ایام لازمه ۲۴ مرتبه کمتر از آن میشود که برای یک نفر لازم بود بانصورت

$$(۳)\quad ل = ۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} = \frac{۳۲ \times ۱۵}{۲۴}$$

نتیجه چون عدد اشخاص عمله ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه ترقی کند عدد ایام لازم ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه تنزل میکند و از انقدار ایام نسبت معکوس دارد با عدد اشخاص

بهمان نحو در بافتن ۲۴۰۰ ذرع وغیره که هر روز عوض ۹ ساعت یکساعت مشغول باشند عدد ایام لازمه ۹ برابر میشود بانصورت ۹ × ل' و اگر عوض یکساعت روزی ۸ ساعت مشغول باشند عدد ایام ۸ مرتبه تنزل میکند بانصورت

$$(۴)\quad ل'' = ۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸} = ل' \times \frac{۹}{۸} = \frac{\overset{\text{روز}}{ل'} \times ۹}{۸}$$

نتیجه چون عملیات در هر روز ۲ و ۳ و ۴ ... برابر ساعت بیشتر مشغول شوند

عدد ایام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه کمتر میشود از این قرار عدد ایام نسبت معکوس دارد با عدد عمله

۲۴ نفر عمله چون روزی ۸ ساعت مشغول باشند در بافتن ۲۴۰۰ ذرع قماشی که بحساب

۱ و ۲ ذرع عرض باشد ل روز لازم دارند پس اگر عوض ۲۴۰۰ ذرع همان اشخاص

یک ذرع ببافند عدد ایام ۲۴۰۰ مرتبه کمتر لازم میشود باینصورت $\frac{ل''}{۲۴۰۰}$ و برای

بافتن ۳۶۰۰ ذرع ۳۶۰۰ برابر روز بیشتر لازم است باینصورت

$$\frac{ل''\times ۳۶۰۰}{۲۴۰۰} = ۳۲\times\frac{۱۵}{۲۴}\times\frac{۹}{۸}\times\frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰} = ل \quad (۵)$$

تنبیه چون در بافتن ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ... برابر ذرع ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ... برابر روز بیشتر لازم است

از این قرار عدد ایام نسبت مستقیم دارد با طول قماش

با بجا اگر عرض ۱ و ۲ ذرع با ۱۲ سانتیمتر عرض ۳۶۰۰ ذرع طول پارچه که ۲۴ نفر در مدت ل روز

میبافند بنابر اینکه روزی ۸ ساعت مشغول باشند آن قماش یک سانتیمتر عرض میداشت

عدد ایام ۱۲ مرتبه تنزل میکرد باینصورت $\frac{ل''}{۱۲}$ و چون عرض ۱۵ سانتیمتر باشد عدد

ایام ۱۵ برابر میشود باینصورت

$$ل'''\times\frac{۱۵}{۱۲} = ۳۲\times\frac{۱۵}{۲۴}\times\frac{۸}{۹}\times\frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰}\times\frac{۱۵}{۱۲} = ل \quad (۶)$$

تنبیه چون عرض قماش ۲ و ۳ و ۴ .... برابر شود ۲ و ۳ و ۴ ... برابر روز بیشتر

لازم است از این قرار عدد ایام نسبت مستقیم دارد با عرض قماش

۲۹۲ راه عقلی در حل این مسائل از قراری بود که ذکر شد و معلوم است

در این راه ذکر قاعده کلی لازم نیست همین قدر میگوئیم که

مقادیر معلومه و مجهوله را در دو خط افقی بر وجهی ترتیب دهید که مجهول بر خط تحتانی واقع شود

و بر هر دو مقدار همجنس مقابل همدیگر بعد از آن ترتیب هر مقداری از سطر اول را غیر از آنکه

همجنس مجهول باشد بواحد نوع خود تحویل کنند و در هر تحویل معلوم کنند که چه نوع تغییر عارض

میشود در آن مقدار یکه همجنس مجهول است و در هر نوبت که مقداری را از خط اول را تحویل میکنید
باید قبل از تحویل مقدار دیگر را نواحد را مبدل کنید بمقداری که در خط دوم از جنس وی
ملتفت باشید که حل مسئله سوم چنین اقتضا کند که چهار مسئله مفرد از نوع دو
مسئله اول را بترتیب حل نمائیم پس هر مسئله که از نوع آن دو مسئله باشد تناسب مفرد
گوئیم و اگر از نوع مسئله سوم باشد تناسب مرکب

٢٩٣ سابق اشارتی رفت که در حل این نوع مسائل قاعده کلیه است که بی احتیاج به
اعمال مذکوره صورتی از جواب بدست می آید راه یافتن از آن قاعده این است که جوابهای
(١) و (٢) و (٣) و (٤) و (٥) و (٦) را بترتیب تطبیق نمائید با مسائلی که بآنها مربوطند
و ضمناً نسبتهای را که بآن متعلق باشد بنظر آورید

چنانچه سابق ذکر شد فرض میکنیم که مقادیر مسئله بر دو خط افقی مرتب شوند و مجهول بر خط ا
پس در تناسب مفرد مقدار مجهول مساوی است با حاصل ضرب مقدار معلوم
همجنس خود در نسبت دو مقدار معلوم دیگر بر این وجه که
اگر آن دو مقدار و نسبت مستقیم داشته باشند با
همجنس مجهول باید تحتانی را به فوقانی نسبت داد و نسبتشان معکوس باشد با همجنس
مجهول باید فوقانی را به تحتانی نسبت داد

و در تناسب مرکب مجهول هر مسئله مفردی مفروض مسئله مفرد مابعد میشود بر وجهی که بسبب
ترتیب بهمدیگر ضرب میشوند مجمل آنکه از روی مقایسه مذکوره این قاعده کلیه استنباط میشود

٢٩٤ قاعده کلیه بعد از آنکه مفروضات و مجهول مسئله بر دو خط افقی
چنان مرتب نمودید که هر دو مقدار همجنس مقابل یکدیگر واقع شوند مقدار مجهول
حاصل میشود از ضرب مقدار مفروض همجنس خود در نسبت مقادیر مفروضه

که دو دو از یکجنس باشند و دو دو این نسبت مقادیر تحتانی را بفوقانی قسمت میکنیم اگر
مسئله باشد (و آن وقتی است که در مقابله

(و آن وقتی است که در مقابله بیشتر و کمتر ترقی و تنزل کنیم

از روی تحویل بواحد قاعدهٔ کلی مذکور بدست آمد ولی در عمل بهتر آنست که معکوس نکنیم و دو عدد هم جنس را آن وقت که با مجهول بر یک نسبت باشند و نیز مستقیم بگیریم آن وقت که نسبت معکوس است چونکه این عمل معکوس ظاهر شده و نظر بر رفع این بی انتظامی باید تصرف جزوی در اصل قاعده نمود این است که ترتیب خط افقی را تغییر دهیم یعنی که یک خط اول قرار دهیم مقادیری را که مجهول در سلک آنهاست و بر خط دوم مقادیر مفروضه را از این قرار

عرض	طول	روز	عت	نفر
۱٫۲	۳۶۰۰	ل	۸	۲۴
۱٫۵	۲۴۰۰	۳۲	۹	۱۵

بر وفق این وضع مقدار مجهول مساوی میشود با حاصل ضرب مقدار همجنس خود از خط تحتانی در نسبت سایر مقادیر معلومه که دو دو از یکجنسند و نسبت مذکور این طور گرفته شود که اگر با جنس مجهول مستقیم باشند باستقامت فوقانی را بر تحتانی قسمت کنید و اگر معکوس باشند بر عکس تحتانی را بفوقانی قسمت کنید

۲۹۵ مثال ۳ مسئلهٔ سابق را میخواهیم بدستور مذکور ز نو حل کنیم

مسئلهٔ اول

۴۵۰۰ق	۲۵۰ع
ل	۳۷۲

چون فرع ۲ و ۳ و ۴ ... ۰۰ مرتبه ترقی کند قیمت نیز ۲ و ۳ و ۴ ... ۰۰ مرتبه ترقی میکند باید تحتانی را بفوقانی نسبت داد و مبلغ معلوم ۴۵۰۰ قران را ضرب نمود در $\frac{۳۷۲}{۲۵۰}$ باینصورت

$$ل = ۴۵۰۰^{ق} \times \frac{۳۷۲}{۲۵۰}$$

مسئلهٔ دوم	۳۰	۵۸۸
	۳۵	ل

چون عرض تخته ۲ و ۳ و ۴ ... برابر شود عدد آنها ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه کمتر لازم باشد پس باید فوقانی را بر تحتانی نسبت داد باین صورت

$$ل = ۵۸۸ \times \frac{۳۰}{۳۵}$$

مسئلهٔ سوم	عرض	طول	روز	عمل	نمو
	۱٫۲	۲۴۰۰	۳۲	۹	۱۵
	۱٫۵	۳۶۰۰	ل	۸	۲۴

اولاً چون عدد اشخاص ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه ترقی کند عدد ایام ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه تنزل میکند چنین می‌نویسیم $\frac{۱۵}{۲۴} \times ۳۲$ روز یعنی فوقانی را بر تحتانی نسبت دادیم

ثانیاً چون عملجات در هر روز ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه بیشتر مشغول شوند عدد ایام لازمه ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه تنزل میکند حاصل سابق را ضرب میکنیم در نسبت $\frac{۹}{۸}$ یعنی فوقانی را تحتانی نسبت میدهیم باین صورت $۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸}$

ثالثاً چون عدد ذرع باغچه ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه ترقی کند عدد ایام کار عملجات ۲ و ۳ و ۴ ... مرتبه ترقی میکند عدد فوقانی را تحتانی نسبت میدهیم چنین میشود $\frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰}$

و بعد چنین $۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰}$

رابعاً در باغچه قیاسی که عرضش ۲ و ۳ و ۴ ... برابر شود معلوم است ۲ و ۳ و ۴ ... برابر روز بیشتر لازم است پس جمله را ضرب میکنیم در این نسبت $\frac{۱٫۲}{۱٫۵}$ و چنین میشود

$$ل = ۳۲ \times \frac{۱۵}{۲۴} \times \frac{۹}{۸} \times \frac{۳۶۰۰}{۲۴۰۰} \times \frac{۱٫۲}{۱٫۵}$$

پس باقی اجرای همین اعمال ضرب است و باین صورت مینویسیم

$$ل = \frac{۳۲ \times ۱۵ \times ۹ \times ۳۶۰۰ \times ۱٫۵}{۲۴ \times ۸ \times ۲۴۰۰ \times ۱٫۲}$$

در عملیات مقدار ل را بلا واسطه بصورت اخیر نویسند محض اینکه اختصار کرد آسان تر باشد

و اول چنین نویسند $ل = \frac{32}{\quad}$

و بعد بر وفق قاعده کلیه بعضی اعداد مفروضه را مانند عامل در فوق خط نویسند و بعضی را در تحت

۲۹۶ چون طریق حل تناسب مفرد و مرکب هر دو معلوم شد مناسب این است که بعضی نکات را که بعد از نوشتن صورت جواب مایهٔ اختصار عمل میشوند اینجا ذکر کنیم

چون مقدار ل باین صورت نوشته شد

$$ل = \frac{32\times 15\times 9\times 3600\times 1{,}5}{24\times 8\times 2400\times 1{,}2} = \frac{32\times 15\times 9\times 3600\times 15}{24\times 8\times 2400\times 12}$$

باید قبل از اجرای اعمال ضربی که در صورت و مخرج کسر نموده شده است حذف نمائیم آنچه عامل در دو جمله تقسیم مشترک است و در این مقام بکار آید قواعد قابل قسمت بودن بر بر ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ ... ۲ و ۴ و ۸ ... چون ۳۶۰۰ و ۲۴۰۰ هر دو قابل قسمت با بر ۱۰۰ اند در جای آنها این دو عدد را ۳۶ و ۲۴ مینویسیم و اینها نیز قابل قسمت باشند بر ۱۲ دو عدد ۳۲ و ۲۴ نیز مقسوم علیه مشترکی دارند ۸ است و رقم ۴ که در فوق پیدا شود با ۱۲ تحتانی هر دو قابل قسمت باشند بر ۴ و بعد عامل ۳ در هر دو مشترک میشود و چون جمیع جملها محذوف شدند این صورت نتیجه میشود

$$ل = \frac{15\times 15\times 3}{8\times 2} = \frac{675}{16} = 42 + \frac{3}{16} \text{ روز}$$

۲۹۷ اگر در مفروضات مسئله اعداد کسری باشد بهتر آنست که اول همه را بیک مخرج تحویل کنیم چونکه آنوقت نسبت آنها بدل میشود به نسبت صورتها چنانچه عوض ۱٫۵ و ۱٫۲ را این دو عدد را ۱۵ و ۱۲ قرار دادیم که از جنس دهم اند و بطور کلی اگر در یکی از جملها آحاد اصلی و اجزائش هر دو موجود باشند (مثلاً سال و ماه و روز) بهتر آنست که جمیع اجزا را با واحد مرتبه پست تر تحویل کنند و آنرا واحد اصلی فرض نمایند (و این دو قاعده اختصار در واقع متحد باشند

امثله مشق

از قماشی که ۵/۸ ذرع عرض اوست چند ذرع کافی باشد برای آستر ۴۰ ذرع قماشی که ۴/۸ عرض او باشد جواب ۳۲

۲ نسبت زحمت دو عمل بهم یکدیگر مثل ۵ باشد به ۷ و شخصی ۲۱ ذرع از عمل اول را در مدتی معین بانجام رسانید پس را بمدت چند ذرع از عمل دوم را تمام میکند جواب ۱۵ ذرع

۳ دو نفر در مدت ۳ ساعت ۷ ذرع عملی را تمام کردند پس چند ذرع از همان عمل را ۱۵ نفر در مدت ۱۱ ساعت تمام میکنند جواب ۱۹۲٫۵ ذرع

۴ قیمت ۳۰ ذرع ماهوتیکه ۹/۱۲ عرض داشته باشد ۷۲ تومان است پس چه مبلغ خواهد بود قیمت ۵۰ ذرع ماهوت جنس پست ترکه ۸/۱۲ عرض دارد بنابراینکه بدانیم در صورت اتحاد طول و عرض قیمت ماهوت پست تر ۱۵/۱۶ قیمت ماهوت اعلی است جواب ۱۰۰ تومان

۵ عملی را ۲۴ نفر روزی ۷ ساعت مشغول شدند مدت ۵ روز تمام کردند پس چند روز همان عمل را ۲۱ نفر تمام میکنند بنابراینکه روزی ۴ ساعت مشغول باشند جواب ۱۰ روز

۶ نسبت صعوبت دو عمل مثل ۳ است به ۴ و دو نفر در مدت معین ۸ ذرع از عمل اول را تمام کردند پس ۵ نفر چند ذرع از عمل دوم را در همان مدت تمام میکنند جواب ۱۵ ذرع

۷ سه نفر عملی را در ۱۵ ساعت تمام کردند پس ۵ نفر همان عمل را در چند ساعت تمام میکنند جواب ۹ ساعت

۸ در بنای عمارتی زمینی لازم است که وسعتش ۱۱۲ ذرع طول در ۷۵ ذرع عرض باشد و زمینی که موجود بود ۱۲۳ ذرع طول داشت پس چند ذرع عرض باید گرفت جواب

در مسئله مرابحه (درس ۳۰)

۲۹۸ ربح منفعتی است که عاید شخص شود بازاء مبلغی که بشخص دیگر قرض داده و مبلغ استقراضی را سرمایه گوییم

مبلغ ربح بسته بمبلغ سرمایه است و بمدتی که آن مبلغ در مرابحه باشد و رکن دیگر که نرخ مرابحه گوییم

نرخ مرابحه مبلغ ربحی است که بازاء ۱۰۰ تومان در مدت یکسال عاید شخص شود
چنانچه اگر گوییم شخصی سرمایه خود را بنرخ صد بیست بمرابحه میدهد مقصود آنست که در مدت یکسال
از صد تومان ۲۰ تومان عاید او میشود

بعضی اوقات نرخ ۱۰۰ تومان را بازاء مدت دیگر غیر از سال قرار دهند مثلا ماه و ربع
سال را مأخذ بگیرند و گاه عوض ۱۰۰ تومان ۱۰ تومان را میزان قرار دهند و گویند سرمایه
بنرخ تومانی یکعباسی بمرابحه میشود و مقصود اینست که منفعت یکتومان در هر ماه دویست دینار باشد
ولی هر وقت کلمه نرخ را مطلق استعمال کنیم مأخذش ۱۰۰ تومان است و مدتش یکسال
نرخ را باین صورت ٪۴ بنمائیم یا باین صورت ۰٫۰۴ یعنی از قرار صد چهار

ربح بر دو نوع است مفرد و مرکب و مرکب را در عرف نفع در نفع گویند
ربح را مفرد گوییم هرگاه مبلغ سرمایه در تمام مدت مرابحه تغییر نکند و برقرار باشد
و مرکب گوییم هرگاه در رأس موعد مثلا آخر سال بآخر سال ربح سالیانه را بر سرمایه
اضافه کنیم و مجموع را سرمایه تازه قرار دهیم من بعد
و بالفعل بحث در مرابحه مفرد است و مرکب را در خاتمه ذکر میکنیم

۲۹۹ در ربح مفرد چون مبلغ نرخ معین باشد حساب ربح مفرد مبنی بر اصول ذیل است
اولاً در صورت اتحاد مدت تغییر ربح به نسبت سرمایه است
ثانیاً در صورت اتحاد سرمایه تغییر ربح به نسبت مدت مرابحه است
زیرا این دو حکم ظاهر است که امثله مرابحه بعینه تناسب مفرد است و میتوان قاعده
(۲۹۴) همه را اصل نمود ولی بدستور عام میتوان جمیع مسائل مرابحه مفرد را حل

و اول باید مسئله را مستقیماً حل کنیم

مسئله مطلوب سود ۱۸۶۴۲ تومان سرمایه است که بنرخ ٪ به ۴½ سالیانه منفعت داده‌اند سود اینجا باصطلاح مبلغ نفع سرمایه است در عرض یکسال مسئله را باین صورت می‌نویسیم

نفع	۱۰۰ تومان	۴٫۵ تومان باشد
	۱۸۶۴۲	ل

دلیل چون نفع ۱۰۰ تومان ۴٫۵ تومان است نفع ۱ تومان این مبلغ میشود $\frac{۴٫۵}{۱۰۰}$

و نفع ۱۸۶۴۲ تومان این مبلغ $\frac{۴٫۵ \times ۱۸۶۴۲}{۱۰۰}$

پس سود باین وجه حاصل میشود که سرمایه را ضرب کنند در نرخ و حاصل را قسمت نمایند بر ۱۰۰ (و ظاهر است که قسمت بر ۱۰۰ انجام میشود به نقل مکان ممیز باوضع جدیدان) و میتوان قاعدهٔ (۲۹۴) را اینجا جاری ساخت

چون نفع به نسبت سرمایه است باید نرخ ۴٫۵ تومان را ضرب نمود در نسبت دو سرمایه از تحت بفوق باین صورت $\frac{۴٫۵ \times ۱۸۶۴۲}{۱۰۰} = \frac{۱۸۶۴۲}{۱۰۰} \times ۴٫۵ =$ ل تومان

۳۵۵ مسئله مطلوب ربح مبلغ ۳۲۴۶٫۲۴ تومان سرمایه است در مدت ۳ سال و ۸ ماه از قرار نرخ سالیانه ۵ تومان یعنی ٪ به ۵

اول مدت را بماه تحویل میکنیم (۲۹۷) ۳ سال ۸ ماه معادل است با ۴۴ ماه و باین صورت می‌نویسیم

نفع	۱۰۰ تومان	در ۱۲ ماه باشد	۵ تومان
	۳۲۴۶٫۲۴	۴۴	ل

دلیل

دلیل نفع ۱ تومان در ۱۲ ماه چه باشد $\frac{5}{100}$ تومان

۱ ، ۱ در ۱	$\frac{5}{100\times12}$
۳۲۴۶٫۲۴ در ۱	$\frac{5\times3246{,}24}{100\times12}$
۳۲۴۶٫۲۴ در ۴۴	$\frac{5\times3246{,}24\times44}{100\times12}$

میتوان نیز قاعدهٔ (۲۹۴) را از قرار جاری نمود

چون ربح بنسبت سرمایه تغییر میکند باید نرخ را ضرب کرد در نسبت دو سرمایه (از تحت بفوق) باینصورت $5\times\frac{3246{,}24}{100}$ و چون ربح بنسبت عدد ماه تغییر میکند باید ضرب نمود در نسبت عدد ماهها (از تحت بفوق) و بنابراین

$$ل = 5\times\frac{3246{,}24}{100}\times\frac{44}{12} = \frac{5\times3246{,}24\times44}{100\times12}$$

دستور عام در ربح مفرد (درس ۳)

۳۰۱ چنانچه سابق ذکر شد در مسئلهٔ ربح چهار مقدار مختلف استعمال شود سرمایه نرخ مدت مراجعه و ربح سرمایه بازاء آن مدت و چون از این اصول چهارگانه سه تا معلوم باشد اصل چهارم را میتوان معلوم کرد پس در مراجعهٔ مفرد چهار مسئلهٔ اصلی میتوان طرح نمود و مسئله که سابق دو مرتبه حل شد یکی از آنهاست و هر چهار حل شوند از روی دستور عام که حال در طلبش میرویم

فرض میکنیم نقد سرمایه باشد و ن نرخ مراجعه و م مدت مراجعه و ح ربح نقد تومان باشد در مدت م از قرار نرخ ن

دلیل چون نفع ۱۰۰ تومان در ۱ سال نه تومان است

۱ در ۱ — نه/۱۰۰ تومان میشود

سه در ۱ — (نه × سه)/۱۰۰ میشود

سه در م — (م × نه × سه)/۱۰۰ میشود

وچون ربح سه تومان را در مدت م سال ح فرض نموده بودیم چنین میشود

ح = (م × نه × سه)/۱۰۰ (۱)

دستور موعود همین است و در آن هر چهار نوع مقدار مندرج است پس گر سه جمله آنها معلوم باشد چهارم را میتوان مشخص کرد

۳۵۲ قبل از استعمال دستور باید دانست که اگر نه ربح ۱۰۰ تومان باشد در مدت یک سال م را نیز باید بحسب سال معلوم کرد مثلاً اگر ۵ ماه باشد باید چنین نوشت ۵/۱۲ = م (نظر کنید مسئله دوم ۳۵۳ آنحالت را که مدت بحسب ایام معین شده) و حال مقصود حل چهار مسئله است از روی دستور

۳۵۳ مسئله اول مطلوب است ربح ۲ سال و ۸ ماه مبلغ ۱۲۸۰ تومان سرمایه از قرار ۴٫۵ صدی در اینجا مجهول ح باشد و ۱۲۸۰ = سه

و ۴٫۵ = ۴ ۱/۲ = نه و ۸/۳ = ۳۲/۱۲ = ۲ + ۸/۱۲ = م

چون در دستور (۱) بجای سه و نه و م مقادیر عددیه قرار دهیم باین صورت میشود

ح = (۱۲۸۰ × ۴٫۵ × ۸/۳)/۱۰۰ = (۱۲۸۰ × ۴٫۵ × ۸)/(۱۰۰ × ۳)

مسئله دوم مطلوب است مبلغ سرمایه که ربحش از قرار ۵ به صد در مدت یکسال و ۱۰ ماه و ۱۸ روز ۸۴٫۲۴ تومان شود

در این مسئله مجهول سه است ۸۴٫۲۴ = ح ، ۱ سال ۱۰ ماه ۱۸ روز ، ۵ = نه

۱۱۳

ا = ۶۷۸/۳۶۰ = ۱۱۳/۶۰ و ح = ۶۸٫۴

و چون طرفین دستور (۱) را در ۱۰۰ اضرب کنیم چنین میشود م × نه × سه = ۱۰۰ ح

و بعد قسمت کنیم بر م × نه چنین سه = (۱۰۰ × ح) / (نه × م) (۲)

و حال بجای ح و نه و م مقادیر عددیه قرار میدهیم چنین میشود

سه = (۱۰۰ × ۶۸٫۴) / (۵ × ۱۱۳/۶۰) = (۱۰۰ × ۶۸٫۴ × ۶۰) / (۵ × ۱۱۳)

تنبیه اینجا سال ۳۶۰ روز فرض شده و ماها همه ۳۰ روزه یعنی ماخذ سال و ماه شمسی است تقریباً

مسئله سوم مطلوبست نرخ را بجهة مبلغ ۳۸۰۰ تومان بنا بر آنکه در مدت ۲ سال ربحش ۱۹۰ تومان شده باشد

این مجهول نه است ح = ۱۹۰ و م = ۲ و سه = ۳۸۰۰

از دستور (۱) این مساوی حاصل میشود نه × م × سه = م × نه × سه = ۱۰۰ ح

و چون طرفین را بر م × سه قسمت کنیم چنین میشود

نه = (۱۰۰ × ح) / (سه × م) (۳)

و حال بجای ح و سه و م مقادیر عددیه قرار میدهیم چنین میشود

نه = (۱۰۰ × ۱۹۰) / (۳۸۰۰ × ۲)

مسئله چهارم مطلوبست مدت را بجهة مبلغ ۳۸۰۰ تومان سرمایه بنا بر آنکه از قرار صدی ۵ ربحش در مدت مجهول ۱۹۰ تومان شده باشد

اینجا مجهول م است و ۳۸۰۰ = سه و ۵ = نه و ۱۹۰ = ح

از دستور (۱) چنین نتیجه میشود م × نه × سه = ح × ۱۰۰ و بعد از قسمت طرفین بر نه × سه چنین م = (۱۰۰ × ح) / (نه × سه) (۴)

وحال بجای ح و سه و نه مقادیر عددیه انرا بنهیم چنین میشود

$$م = \frac{۱۰۰ \times ۱۹۵}{۳۹۰۰ \times ۵}$$

چهار دستور (۱) و (۲) و (۳) و (۴) هرکدام برای حل یکی ازاین چهار مسئله است ولیکن چون همه از روی یکدیگر استخراج میشوند ضبط یکی از آنها درخاطر کافی است و آنهم دستور (۱) باشد چون بیشتر از سایر بکار آید

تنبیه آنچه در خصوص ربح ذکر شد مطابق رسم و قانون کلی است ولیکن در ایران غالب آنست که واحد زمان را ماه بگیرند و ماخذ نرخ را یکتومان و مبلغ نرخ همین دو ماخذ مختلف باشد در معاملات تجارتی نرخ یکتومان در یکماه یکصد دینار باشد و میان تجار و معتبرین از غیر تجار یکصد و پنجاه دینار و در معاملات رسمیه عامه این مملکت دویست دینار و گاه دویست و پنجاه دینار و ما این چند نرخ را بماخذ صد تومان در یک سال تحویل کنیم تا حساب معاملات سهل تر باشد ولی سال را قمری گیرند

منفعت یکصد تومان در یکسال از قرار نرخ یکصد دینار مذکور ۱۲ تومان است یعنی ۱۲ به %

وازقرار یکصد و پنجاه دینار ۱۸ تومان یعنی ۱۸ به %

وازقرار دویست دینار ۲۴ تومان یعنی ۲۴ به %

و ازقرار دویست و پنجاه دینار ۳۰ تومان یعنی ۳۰ به %

در تنزیل تجارتی

۴۵۳ هرگاه شخصی مبلغی معین مدیون باشد و فیما بین قرار براین شده باشد که آن مبلغ وا آمدد در موعد معهود کارسازی شود و قبل از انقضای آن مدت مطالبه نخواهد شود قاعده این است که شخص مدیون مبلغ جزئی از آن نخواهد کل بکاهد و ما بقی را هنگام مطالبه تسلیم نماید وحالا آن مبلغ جزئی را که شخص مدیون

از تنخواه اسنادی که آنرا تنزیل تجارتی نامیم

تنزیل معمول تجارتی تعیین ربح مبلغ تنخواهی است که در حجت و سند و برات قید شده بازاء مدتی که قبل از رأس موعد مطالبه شده باشد و از این قرار اختلافی میان این نوع تنزیل و ربح مفرد نیست جز در لفظ که باید عوض ربح تنزیل گفت و عوض نرخ مرابحه نرخ تنزیل پس مسائل ربح بعینه در تنزیل آیند و بدلائل سابقه باید دستور ح = (م × نه × سه) / ۱۰۰ حاصل شود

اینجا نه علامت نرخ تنزیل است و ح تنزیل تمام مبلغ مقید در حجت

مثال شخصی حجتی ۳۶۰۰ تومان در دست دارد که میبایست در ۲۵ ذیحجه ۱۲۸۱ دریافت شود و او در ۱۲ ماه جمادی الاولی از همان سال مطالبه تنخواه میکند و نرخ تنزیل را مابین ایشان ۴ به % است حال مطلوب مبلغ تنزیل است

اول باید معلوم کرد که از ۱۲ جمادی الاولی داخل تا ۲۵ ذیحجه خارج چند روز فاصله دارد

جمادی الاولی	جمادی الثانی	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذیقعده	ذیحجه	روز
۱۹ +	۲۹ +	۳۰ +	۲۹ +	۳۰ +	۲۹ +	۳۰ +	۲۴ =	۲۲۰

در تجارت رسم است که عدد ایام را بدقت و تحقیق معلوم کنند ولی من باب تسهیل عمل عدد ایام سال را بطور وسط ۳۶۰ روز گیرند مابین قمری ۳۵۴ و شمسی ۳۶۵ و عدد ایام ماههای هلالی هر وقت معلوم نباشد مانند منجمان ابتدا از محرم یکماه را ۳۰ گیرند و یکماه را ۲۹ چنانچه ما گرفتیم و الوقت از قرار دستور سه = ۲۲۰/۳۶۰ ، م = ۳۶۰۰ ، نه = ۴

پس

ح = (۳۶۰۰ × ۴ × ۲۲۰) / (۱۰۰ × ۳۶۰)

چون در تنزیل نیز چهار مقدار سه و نه و م و ح استعمال شده چهار مسئله در او طرح میشود و مسئله اول نظر باینکه معمول تر است بذکرش اکتفا نمودیم

۳۰۵ تنبیه بنای قاعده مذکوره تنزیل در حقیقت درست نیست چونکه شخص مدیون ربح تمام مبلغی را که در حجت ثبت است برای خود حساب میکند و حال آنکه تمام

ان مبلغ را الصاحب نخواهند داد

درست تر آنست که شخص مدیون هیچ مبلغی را حساب کند که بالفعل طلبکار میدهد و آنرا
بازاء بدهی معلوم کنند که قبل از موعد کار بشار میشود

و میتوان از قرار این فرض مشخص نمود مبلغ تنخواهی را که بعد از وضع تنزیل از تمام محبت بشخص
طلبکار میرسد این مبلغ را س فرض میکنیم و بخش را ح پس از تمام مبلغ ۳۶۰۰ تومان
حصه سهم طلبکار س میشود و سهم مدیون از بابت تنزیل ح پس ح + س = ۳۶۰۰
از قرار دستور (۱) ح = م × ن × س / ۱۰۰ پس م × ن × س / ۱۰۰ + س = ۳۶۰۰
طرفین این تساوی را ضرب میکنیم در ۱۰۰ چنین میشود

س (۱۰۰ + ن × م) = م × ن × س + ۱۰۰ س = ۱۰۰ × ۳۶۰۰

و بعد س = (۳۶۰۰ × ۱۰۰) / (۱۰۰ + ن × م)

ل مبلغ محبت را ح فرض میکنیم و این دستور نتیجه میشود

—— / (۱۰۰ + ن × م)

وجه تنزیل را تنزیل درونی و تنزیل داخله گوئیم و تنزیل تجارتی را تنزیل بیرونی
و تنزیل خارجه

در تناسب و تقسیم بنسبت و قانون شارکت (درس ۴۲)

۳۰۶ تعریف اعداد چند مثل ب و ح و د و ه را متناسب گوئیم با اعداد دیگر مثل
۳ و ۵ و ۷ در آن صورت که نسبتشان با اعداد مفروضه برابر باشند از اینقرار

ب / ۳ = ح / ۵ = ه / ۷

تنبیه چون یکی از آن اعداد مثلا ب تغییر کند و بمرات چند ترقی یا تنزل نماید بطور
یکه نسبت مذکوره برقرار بماند ظاهر است که بایستی سایر اعداد و ح و ه و غیره بهمان

مرات ترقی یا تنزل نماید

مسئله میخواهیم مبلغ ۱۲۰ تومان را میان چهار نفر قسمت کنیم به نسبت اعداد ۵ و ۷ و ۸ و ۱۲

دلیل اولا اعداد نسبت را جمع میکنیم $5+7+8+12=32$ و میگوییم اگر مبلغ مزبور ۳۲ تومان بود ظاهر است که سهم شخص اول ۵ تومان میشد و سهم دوم ۷ و سوم ۸ و چهارم ۱۲ و اگر یک تومان بود سهم هر نفر ۳۲ مرتبه تنزل میکرد یعنی سهم شخص اول $\frac{5}{32}$ میشد و از دوم $\frac{7}{32}$ و از سوم $\frac{8}{32}$ و از چهارم $\frac{12}{32}$ و چون مبلغ قسمت کردنی ۱۲۰ تومان است سهم هر کدام ۱۲۰ برابر میشود یعنی از شخص اول $\frac{5\times120}{32}$ و از دوم $\frac{7\times120}{32}$ و از سوم $\frac{8\times120}{32}$ و از چهارم $\frac{12\times120}{32}$ و بعد از اجرای ضرب و قسمت سهم هر کدام معین میشود

تنبیه چون سهام سه شخص اول بدست آمد مجموع را از ۱۲۰ تومان تفریق نمائید باقی سهم چهارم است ولی بهتر آنست که سهم هر کدام جدا جدا معلوم شود و آنوقت من باب امتحان همه را جمع کنید میزان باید ۱۲۰ تومان بشود

جمیع مسائل تقسیم بهمین وجه حل شوند و از روی همان دلیل قاعده کلیه ذیل نتیجه میشود

قاعده در تعیین سهم هر نفر ضرب کنید تمام مبلغ تقسیم را در عددی که نظیر آن سهم باشد و قسمت کنید حاصل را بر مجموع اعداد نسبت که نظایر سهام باشند

تنبیه اول اعداد متناسب سهام اگر بزرگتر مقسوم علیه مشترکی داشته باشند بهتر آنست که همه را بر آن قسمت کنیم و ظاهر است که با این تصرف شروط مسئله تغییر نمیکند و عمل آسانتر میشود

مثال میتوان این نسبت را ا/۲۰ = ج/۱۲ = ب/۸ بدل نمود باین نسبت

ا/۵ = ج/۳ = ب/۲

تنبیه دوم اگر اعداد نسبت صاحب کسور باشند قاعده آنست که جمیعاً صحاح باشند یا کسور تحویل کنند بکسور متنافیه که همه یک مخرج باشند و صورها را عوض کسور اختیار کنند

مثال میخواهیم مبلغ ۱۲۰ تومان را بر نسبت اعداد ۲ و $\frac{1}{4}$ + ۳ و $\frac{2}{3}$ + ۵ و $\frac{8}{9}$ قسمت کنیم

چون مخرج مشترک کسور ۳۶ است همه را باین مخرج تحویل میکنیم از صحاح و کسور و نسبت چنین میشوند $\frac{72}{36}$ $\frac{117}{36}$ $\frac{204}{36}$ $\frac{32}{36}$

و چون مقصود قسمت ۱۲۰ تومان بود بر نسبت این کسور پس همه را جمع میکنیم مثلاً $\frac{425}{36}$ باشد و میگوئیم مبلغ تقسیم کردنی اگر $\frac{425}{36}$ تومان بود معلوم است که سهم شخص اول $\frac{72}{36}$ بود و سهم دوم $\frac{117}{36}$ و هکذا و اگر آن مبلغ ۴۲۵ تومان بود یعنی ۳۶ برابر سهم اولی این میشد $36 \times \frac{72}{36}$ یعنی بعینه ۷۲ تومان و سهم دوم ۱۱۷ تومان و هکذا و اگر یکتومان بود فلان حاصل آنکه مانند مسئله اول تقریر کرد.

و آخر مسئله منجر باینکه مبلغ ۱۲۰ تومان را قسمت کنیم بر نسبت این اعداد ۷۲ و ۱۱۷ و غیره که صور کسور مذکور باشند

مسئله

و ۷ نفر شاگرد هر کدام با اجرت یومیه ۸۰ر قران و ۵ نفر عمله هر کدام با اجرت یومیه ۱۸ر۰ قران و مبلغ ۱۲۰ تومان برسم انعام در حق ایشان مرحمت شده میخواهیم این مبلغ را میان آنها بر نسبت اجرتهاشان قسمت کنیم

دلیل اجرت ۱۲ نفر استاد مجموعاً در هر روز این است ۱۲ × ۳ر۴۰ قران یا ۴۰ر۸۰ قران

اجرت ۷ نفر شاگرد مجموعاً ۷ × ۸۰ر یا ۵ر۶۰

اجرت ۵ نفر عمله ۵ × ۱۸ر یا ۹۰ر

پس اجرت مجموع اجزای کارخانه در هر روز این مبلغ میشود ۵۸٫۹ قران
حال گوئیم اگر مبلغ انعام ۵۸٫۹ قران بود سهم هر نفر استاد ۳٫۴۰ قران میشد و هر شاگرد ۱٫۸ را قران و هر عمله ۱٫۱ را قران و اگر انعام یکتومان بود سهم هر نفر استاد $\frac{3.40}{58.95}$ قران میشد و هر شاگرد $\frac{1.80}{58.95}$ و هر عمله $\frac{1.15}{58.95}$ قران
و چون در حقیقت مبلغ انعام ۱۲۰۰ قران است یعنی ۱۲۰۰ برابر پس سهم هر نفر استاد این میشود $\frac{3.40 \times 1200}{58.95}$ و از هر شاگرد $\frac{1.8 \times 1200}{58.95}$ و از هر عمله $\frac{1.1 \times 1200}{58.95}$

مسئلهٔ تسهیم در مقامات بسیار بکار آید مثلاً منفعتی که چند نفر شریک از عمل خویش برده باشند به نسبت سرمایهٔ اینها قسمت میشود و مالیات متخص مفلس وقت اداء دیون به نسبت آن دیون میانهٔ طلبکاران قسمت میشود و تخفیف دیوان مجریه یا اضافهٔ مالیات به نسبت سهمی مالیات یا وسعت زراعات یا قدر محصولات قسمت میشود و امثال آنها
و ما اینجا بذکر مقام اول اکتفا کنیم و در خاتمه انواع آنها را شرح دهیم و نکاتی را که بیشتر در عملیات مایهٔ تسهیل حساب بشود نیز بیان کنیم

در قانون مشارکت

۳۵۷ دستور حل مسائل مشارکت مبنی بر این دو حکم است

اولاً در صورت اتحاد مدتها نفع و ضرر به نسبت سرمایهاست

ثانیاً در صورت اتحاد سرمایها نفع و ضرر به نسبت مدتهاست

این دو حکم از علوم متعارفه است و ترکیب آنها حکم سوم استنباط میشود

ثالثاً در صورت اختلاف سرمایه و مدت هر دو نفع و ضرر به نسبت حاصل ضرب سرمایه است در مدت

و راه استنباط این حکم از دو حکم مقدم این است

فرض میکنیم سرمایهٔ شریکی مبلغ ۱۲۰ تومان باشد در مدت ۷ ماه شراکت و سرمایهٔ
شریک دیگر ۱۶۰ تومان در مدت ۱۰ ماه شراکت و ع نفع یکتومان باشد در یکماه

ازاین قرار نفع ۱۲۰ تومان در ۱ ماه این میشود ع ۱۲۰

و نفع ۱۲۰ تومان در ۷ ماه ع × ۷ × ۱۲۰

و همچنین نفع ۱۶۰ تومان در ۱ ماه ع ۱۶۰

نفع ۱۶۰ تومان در ۱۰ ماه ع × ۱۰ × ۱۶۰

پس $\frac{120\times7}{160\times10}=\frac{120\times7\times ع}{160\times10\times ع}=\frac{\text{نفع ۱۲۰ تومان در ۷ ماه}}{\text{نفع ۱۶۰ تومان در ۱۰ ماه}}$ فهو المطلوب

۳۵۸ مسئله سه نفر در مدت واحد از شراکت مبلغ ۱۸۰۰ تومان نفع بردند
سرمایهٔ اولی ۱۲۸۰ تومان بود و از دومی ۱۵۴۰ تومان و از سومی ۲۱۸۰ تومان
مطلوب سهم هر نفر است

اینجا چون سهام به نسبت سرمایهاست مبلغ ۱۸۰۰ تومان را باید به نسبت عداد
۱۲۸۰ و ۱۵۴۰ و ۲۱۸۰ قسمت کرد یا به نسبت ۱۲۸ و ۱۵۴ و ۲۱۸ یا به نسبت ۶۴
و ۷۷ و ۱۰۹

در حل این نوع مسائل میتوان باین وجه پیش آمد

مبلغ ۱۸۰۰ تومان نفع در حقیقت بازاء مجموع این سرمایها است
۱۲۸۰ + ۱۵۴۰ + ۲۱۸۰ که ۵۰۰۰ تومان باشد و چون نفع ۵۰۰۰ تومان
۱۸۰۰ تومان شد نفع یکتومان این مبلغ میشود $\frac{1800}{5000}$ یا $\frac{18}{50}$ و ازین قرار
نفع سرمایهٔ اول ۱۲۸۰ تومان چنین میشود $\frac{18\times1280}{50}$ و هکذا

۳۵۹ مسئله شخصی با مبلغ سرمایه ۱۲۰۰ تومان مشغول عملی
شد ۸ ماه بعد شخص دیگر با مبلغ ۱۶۰۰ تومان سرمایه با وی پیوست

ولی خود داخل نشد در عمل و ۲۳ ماه بعد شخص سوم مبلغ ۳۰۰۰ تومان
آورده و مثال شخص دوم شریک شد و جمیع تنخواه بتصرف شخص اول بود و او
در مدت ۶ سال تمام تجارت کرده مبلغ ۴۸۰۰ تومان سود کرد
و با شرکا ضمن العقد شرط کرده بود که از بابت حق العمل خویش مبلغ ۶ به صد
از تمام سود منظور دارد حال مطلوب سهم هر کدام از شرکا است

اول باید حق العمل ۶ به صد را از نفع موضوع کرده و جداگانه بر سهم شخص اول فزود
پس گوییم بعلت آنکه مبلغ ۴۸۰۰ تومان سود مرکب شود از ۱۰۰ تومان بمقدار حق العمل برکت
میشود چهار ۶ تومان پس این تساوی حاصل میشود $\frac{4800}{100}\times 6 = 48\times 6 = 288$
و مبلغ نفعی که باید میان شرکا قسمت شود این است $4800 - 288 = 4512$
سرمایه شریک اول مدت عملش تمام ۷۲ ماه در عمل بوده و از دوم ۷۲ − ۲۴ یعنی
۴۸ ماه و از سوم ۷۲ − ۲۳ یعنی ۴۹ ماه

و بحکم سوم نفع هر نفر باید بنسبت حاصل ضرب سرمایه اش باشد در مدت نظر آن پس
۴۵۱۲ تومان را قسمت میکنیم بنسبت این سه حاصل ضرب ۲۰۰۰ × ۷۲ ؛ و ۴۸ × ۱۸۶۰
و ۴۹ × ۳۰۰۰ و اول همه را بنسبت تنزل میدهیم و بعد بقانون (۳۵۸) عمل را تمام
میکنیم و جداگانه ۲۸۸ تومان بر سهم شخص اول اضافه میکنیم

اصول علم حساب اینجا باخر رسید و تا بعد ذکر فواید جداول لگاریتم و مسطره حساب و اکنون
این باب را نیز شرح دهیم و در خاتمه از مسائل رسمیه بسیار حل کرده ام بقواعد آسانی که در مشروع بعد
شد برای متعلمین

باب پنجم

در استعمال جدول لگاریتم و فایده مسطره حساب

در تعریف و خصایص لگاریتم و آن در لغت یونان بمعنی عدد است (درس ۴۳)

۳۱۵ لگاریتم اعداد سلسله است از اعداد دیگر که جمله بجمله نظیر اند با اعداد اول و دارای این خاصیتند

لگاریتم حاصل ضرب چند عامل مساوی است با مجموع لگاریتمهای آن عاملها

مثال لگ ۵ + لگ ۴ + لگ ۳ = لگ ۶۰

(اینجا لگ علامت لگاریتم است و تساوی چنین خوانده میشود لگاریتم ۶۰ مساوی است با لگاریتم ۳ باضافه لگاریتم ۴ باضافه لگاریتم ۵)

بر این خاصیت اصلیه لگاریتم خواص مفیده چند متفرع است

خاصیت اول لگاریتم خارج قسمت مساوی است با لگاریتم مقسوم منهای لگاریتم مقسوم علیه

زیرا که چون خود مقسوم مساوی است با حاصل ضرب مقسوم علیه در خارج قسمت پس لگاریتمش مساوی است با لگاریتم مقسوم علیه باضافه لگاریتم خارج قسمت و بنابراین لگاریتم خارج قسمت مساوی است با فلان

خاصیت دوم لگاریتم قوه هر عدد مساوی است با حاصل ضرب لگاریتم آن عدد در نماینده قوه اش

مثال لگ $۱۷^{۴}$ = ۴ . لگ ۱۷

زیرا که $۱۷^{۴}$ = ۱۷ . ۱۷ . ۱۷ . ۱۷ و بنابراین

لگ $۱۷^{۴}$ = لگ ۱۷ + لگ ۱۷ + لگ ۱۷ + لگ ۱۷ = ۴ لگ ۱۷

خاصیت سوم لگاریتم ضلع اول هر عدد مساوی است با خارج قسمت لگاریتم آن عدد بر نماینده ضلع

مثال لگ $\sqrt[۳]{۳۰}$ = $\frac{\text{لگ } ۳۰}{۳}$

زیرا که چون این جمله را $\sqrt[۳]{۳۰}$ مکعب کنیم چنین میشود $(\sqrt[۳]{۳۰})^{۳}$ = ۳۰

ولی

و بعد لک ۳۵ = لک $(\sqrt[3]{۳۵})^۳$ و بنا بر خاصیت دوم لک $(\sqrt[3]{۳۵})^۳$ = ۳ لک $\sqrt[3]{۳۵}$
پس لک ۳۵ = ۳ لک $\sqrt[3]{۳۵}$ و بنابراین $\frac{لک ۳۵}{۳}$ = لک $\sqrt[3]{۳۵}$ فهو المطلوب

بنابراین سه خاصیت لگاریتم بسیاری از اعمال حساب آسان و مختصر می‌شود چونکه بواسطت لگاریتم عمل ضرب بتجزیه می‌شود به جمع و عمل قسمت به تفریق و ترقی درجه به ضرب و استخراج ضلع اول بقسمت و نظر باینکه اعمال مذکوره حساب سهل تر می‌شود جداول چند وضع شده که در ستونی از آنها اعداد منتظم طبیعی را تا عددی مشخص ثبت کرده‌اند و در ستونی دیگر لگاریتمهای همان اعداد را بنظیر بنظیر نوشته‌اند و چون خواهند که باین جداول عمل ضرب مثلاً مجری دارند در ستون اعداد داخل شده عاملها را طلب کنند و لگاریتمهای آنها را که بازاء آنها است بیرون آورده جمع می‌کنند و بعد در ستون لگاریتم مجموع را طلب نموده عددی که بازائش از ستون اعداد حاصل ضرب مطلوب است

سایر اعمال را نیز همچنان می‌توان مجری داشت حاصل آنکه فایدهٔ جداول لگاریتم بسیار است و فواید آن بی‌شمار پس باید قاعدهٔ استعمالش را بیان کرد ولی قبل از شروع تقدیم مطالب لازم است

در شرح لگاریتم مشهور و آنرا لگاریتم رسمی و عام نیز گویند

۳۱۱ باید دانست که لگاریتم را انواع مختلف غیر متناهی است زیرا که چون رشته عددی اختیار کنیم نظایر اعداد صحاح و کسور مختلفه بروجهی که خاصیت اصلیهٔ مذکوره در آن موجود باشد چنین اعداد لگاریتم آن اعداد صحاح و کسور می‌شوند حال چون جمیع این لگاریتمها را در عددی مثل ۷ ضرب کنیم نوع تازهٔ لگاریتم بدست می‌آید زیرا که چون در نوع اول این تساوی محقق باشد ۵ لک + ۴ لک + ۳ لک = ۶۰ لک ظاهر است که بعد از ضرب این تساوی در ۷ باز همان نسبت بین حاصل ضربها برجا و ثابت و برقرار است

۵ لک ۷ + ۴ لک ۷ + ۳ لک ۷ = ۶۰ لک ۷

و چون معلوم شد که لگاریتم را انواع بیشمار است بهتر است که آن نوعی اختیار شود

که در ابطه و نوشتنش با شمار مشهور از همه بیشتر باشد یعنی با شمار اعشاری

وجه استعاره میان انواع لگاریتمها مبنا و پایهٔ آن لگاریتمهاست و پایه در هر نوع لگاریتم عددی باشد

که در همان نوع لگاریتمش واحدست

لگاریتم رسمی آن نوع لگاریتمی باشد که پایه‌اش عدد ۱۰ است

چون از هنجار ۱ = ۱۰ لگ هر عدد بزرگتر از واحد را لگاریتمی است مخصوص خود

۰ = ۱ لگ باید چنین باشد زیرا که در این مثال ۲۷ × ۱ = ۲۷ بنا بر خاصیت اصلیه باید

۲۷ لگ + ۱ لگ = ۲۷ لگ و این مساوی حقیقت پیدا میکند جز در صورتی ۰ = ۱ لگ ابتدا از لگاریتم

آنکه صفر است لگاریتمها نیز ابتدا اعداد متزاید میشوند (زیرا که مثلاً در دو عدد ۷ و ۸ چون $\frac{۸}{۷}$ × ۷ = ۸

بنا بر تعریف $\frac{۸}{۷}$ لگ + ۷ لگ = ۸ لگ)

و چون ابتدا از واحد اعداد متناقص گردند لگاریتمها نیز باید متناقص شوند ولی زیر دست صفر عددی نداریم

پس اینجا باید گفت که کسور کوچکتر از واحد را لگاریتم نیست لیکن در علم جبر و مقابله

برای این نوع اعداد اصطلاحی خاص لگاریتم مشخص کرده‌اند

۳۱۲ قوای متتالیه ۱۰ را که ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و غیره باشند لگاریتم

بترتیب این است ۱ ۲ ۳ ۴ ......

(چون ۱ = ۱۰ لگ معلوم است که ۲ = ۱۰^۲ لگ و ۳ = ۱۰^۳ لگ و هکذا)

چون اعداد صحاح طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ...... لگاریتم شد اند برای قوای متتالیه ۱۰ اما

اعداد مندرجه مابین این قوی را لگاریتم اعداد کسری است و اصم و باید آنها را بکسور اعشاری تقریباً معلوم کرد

۳۱۳ لگاریتم عدد بیشتر مرکب باشد از دو جزو جزوی اعشار و جزوی صحیح را در لگاریتم

مفصل و مشخص گوئیم

۳۱۴ عدد اطاد مفصل لگاریتم هر عدد همیشه واحد کمتر از عدد ارقام

صحاح اعداد باشد

مثلاً فرض میکنیم که جزو صحیح عدد ع صاحب ۳ رقم باشد مثل این عدد ۸۴۲ر۵۳۷ چون ع مندرج است مابین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ لگاریتمش جامع ارقام مابین ۱۰۰ الک و ۱۰۰۰ الک یعنی مابین ۲ و ۳ پس مرکب شد از رقم صحیح ۲ و از اعشاری حاصل که مفصل ۲ است چون جزو صحیح عدد در دست باشد مفصل لگاریتمش بیک نظر معلوم میشود حاجت نوشتن نیست لهذا در جدول لگاریتم برسم معهود مفصل را ثبت نمیکنند و اقل فایده اینست که در جدول ارقام غیر لازمه ضبط نمایند

۳۱۵ چون لگاریتم رسمی عددی معلوم باشد و آن عدد را ضرب کنیم در قوه ثانی ده آیا بر آن قوت قسمت نمائیم لگاریتم حاصل ضرب یا خارج قسمت مساوی است با لگاریتم معلوم با اضافه یا منها نمایند قوت ده و انتها فرو نقصان این نماینده یا عدد اصفار این قوت بعد از آنکه با ارقام نوشته شود تعلق دارد بمفصل داخلی با ارقام اعشار لگاریتم ندارد

مثال

لگ (۱۳۹۵×۱۰۰) = لگ ۱۳۹۵ + لگ ۱۰۰ = ۳٫۱۴۴۵۷ + ۲ = ۵٫۱۴۴۵۷

لگ $(۱۳۹۵ : ۱۰۰)$ = لگ ۱۳۹۵ − لگ ۱۰۰ = ۳٫۱۴۴۵۷ − ۲ = ۱٫۱۴۴۵۷

بر قوت ده نماینده آن را بر مفصل لگاریتم بیفزایند یا از آن تفریق کنند نماینده ده عبارت از عدد اصفار همین است بعد از آنکه قوت ده را با ارقام نویسند

۳۱۶ نتیجه چون از نسبت بین عدد صحیحی که لگاریتمش در دست باشد بهمه چند رقم اعشار جدا کنیم جزو اعشار لگاریتم این عدد اعشاری بعینه جزو اعشار لگاریتم عدد مفروض است

مثال لگ ۳۶۷۴۸ = لگ ۳۶۷,۴۸ + ۲

هرگاه دو عدد را اختلافی نباشد جز در حیثیت مکان ممیز بین دو لگاریتم آنها را اختلافی نیست جز در مفصّل

مثال لگ ۳۶۷۴,۸ = لگ ۳۶,۷۴۸ + ۲

و حال مقام ذکر قاعده استعمال جداول لگاریتم است و بعد امثله چند حل کنیم

در قاعده عمل بجداول لالاند (لالاند مهندسی بود که جداول مختصری در لگاریتم ترتیب داد)

۳۱۷ در جداول لالاند لگاریتمهای اعداد متوالیه از ۱ تا ۱۰۰۰۰ با ۵ رقم اعشار ثبت شده است تا کمتر از نصف واحد تقریباً از مرتبه پنجم و ابتدا از ۹۰۰ در ستونی جداگانه تفاضلات مابین لگاریتمهای متوالی را بعنوان فضل ترتیب (در جداول فرنگی عنوان این ستون D است و آن علامت تفاضل باشد)

و تفاضل را مابین دو لگاریتم متوالی قرار داده اند و آن از جنس مرتبه پنجم اعشار است با همین جداول مختصر بتوان لگاریتم هر عددی را معلوم کرد و بالعکس عددی را که لگاریتم معلومی را میتوان از آن جدول استخراج نمود و اکنون مقصود حل این دو مسئله است

۳۱۸ مسئله اولی عددی معلوم است و مطلوب یافتن لگاریتم آنست از روی جدول و این مسئله دو حالت دارد

حالت اول آنست که عدد مفروض کوچکتر از حد جدول باشد یعنی از ۱۰۰۰۰

مثال مطلوب لگاریتم این عدد است ۲۱۸۲

این عدد را در ستون لوگاریتم از جداول طلب کنند که بعنوان عدد باشد (و در جداول فرنگی بعنوان N یعنی عدد) و چون یافتند در سمت یمینش بر خط افقی لگاریتم مطلوب را چنین ثبت کرد ۳۳۸۸۵ ر ۳ پس ...... ۳۳۸۸۵ ر ۳ = ۲۱۸۲ لک

۳۱۹ حالت دوم آنست که عدد مفروض بزرگتر از ۱۰۰۰۰ باشد یعنی از حد جدول گذشته باشد

مثال مطلوب لگاریتم این عدد است ۲۱۸۲۷۶

با مميز از یمین عدد آنقدر ارقام جدا کنند که جزو صحیح باقی در جدول یافت شود یعنی کوچکتر از ۱۰۰۰۰ باشد و کمال قرب بآن داشته باشد لگاریتم این عدد تازه را از جدول بیرون آوریم در مثال ما باید دو رقم از یمینش جدا کرد و لگاریتم ۷۶ر۲۱۸۲ را معلوم کرد پس اول از جدول لگاریتم ۲۱۸۲ را استخراج میکنیم (موافق حالت اول)

۳۳۸۸۵ ر ۳ = ۲۱۸۲ لک و بعد بر مقتضای این حکم رفتار میکنیم که در اضافات جزئیه لگاریتم بنسبت عدد ترقی میکند و بنا براین از ستون تفاضل تفاضل ما بین لگاریتم ۲۱۸۲ و لگاریتم ۲۱۸۳ را بر میگیریم و آن ۲۰ است و میگوئیم چون واحدی بر عدد ۲۱۸۲ اضافه شود ۲۰ واحد از مرتبه سوم اعشار بر لگاریتم اضافه میشود پس اگر ۱ ر ۰ بر عدد بیفزائیم بر لگاریتمش $\frac{۲۰}{۱۰}$ اضافه میشود و اگر بر عدد ۷۶ر۰ بیفزائیم بر لگاریتمش این مقدار $\frac{۲۰ \times ۷۶}{۱۰۰}$ اضافه میشود یا ۷۶ر۰ × ۲۰ پس چون این حاصل ضرب که ۲ر۱۵ باشد اضافه کنیم بر ۳۳۸۸۵ ر ۳ لگاریتم عدد ۷۶ر۲۱۸۲ حاصل میشود و چون لگاریتم اعداد در این جدول از ۵ رقم بیشتر نیست باید همان ۵ را اضافه نمود و از این قرار عدد ۷۶ر۲۱۸۲ را لگاریتم است ۳۳۹۰۰ ر ۳

وصورت عمل اینجا نموده شده

۵٫۷۶	۳٫۳۳۸۸۵	۲۱۸۲ لگ
۲/۱ ۵/۵ ۳۰	۱۵	۵٫۷۶
	۳٫۳۳۹۰۰	۲۱۸۲٫۷۶

وچون عدد مفروض صد برابر ۲۱۸۲٫۷۶ است باید بر مفصّل این عدد ۲ واحد اضافه نمود

پس

لگ ۲۱۸۲۷۶ = ۵٫۳۳۹۰۰

حاصل آنکه در حالت دوم دستور العمل از این قرار است

و اگر در تعیین لگاریتم عددی که بزرگتر باشد از ۱۰۰۰۰ ممیز اعشاری را بیاورید بعد از رقم چهارم سمت یسار قرارش دهید و از جدول اول لگاریتم جزو صحیح این عدد را استخراج نمائید و جزو اعشاری را ضرب کنید در تفاضل جدولی واقع مابین آن لگاریتم و لگاریتم مابعد و صحاح حاصل ضرب را که از مرتبه پنجم اعشار است بیفزائید بر لگاریتم استخراج شده و حینئذ عمل را تعدیل مابین السطرین گوئیم و بعد مفصّل لگاریتم را بدل کنید بمفصّلی که مناسب او باشد

مثال دوم مطلوب لگاریتم این عدد است ۵۴۷۳۷۶۲

تفاضل جدولی ۷	۳٫۷۳۸۲۳	۵۴۷۳ لگ
۵٫۷۶۲	۵	۵٫۷۶۲ ما راک
	۳٫۷۳۸۲۸	۵۴۷۳٫۷۶۲ لگ

باید افزایش لگاریتم را بتعدیل مذکور تا کمتر از نصف

برابر اگر رقم اول اعشار حاصل ضرب سمت یمین ۵ باشد یا بزرگتر از ۵ باید واحدی

بر جزو صحیحش اضافه نمود و حاصل را بر لگاریتم جدول افزود

و باید دانست که اگر عده ارقام عدد مفروض از ۶ بیشتر باشد رقم هفتم و مابعد آن را

جدول لاالند پسیح اثر در جزو اعشار لگاریتم دارند

۳۲۰ تنبیه حکمی که بنای تعدیل ما بین السطرین بود در خصوص ثابت افزایش قلیل عدد و لگاریتم از روی دقت صحیح مثبت ولیکن در آن مقاماتی که این حکم را قرار دادیم بتقریب عمل محسوس نشود چنانچه اگر بجدول رجوع کنید می بینید که تفاضلات لگاریتمی مثل تفاضلات عددی ثابت است و بسیار کم تغییر میکند بخصوص در حدود ۱۰۰۰۰ ونظیر همین که ثابت ... گفتیم ... [illegible]

مثال مطلوب لگاریتم این عدد است ۲۱ر۸۲۷۶

اول باید لگاریتم ۲۱۸۲ر۷۶ را بطریق مذکور معلوم کرد

۵ر۷۶	....	۳ر۳۳۸۸۵	لگ ۲۱۸۲
۲۰		۱۵	ر۷۶ ناداد
۱۵ر۲۰		۳ر۳۳۹۰۰	لگ ۲۱۸۲ر۷۶
		۱ر۳۳۹۰۶ =	لگ ۲۱ر۸۲۷۶

تنبیه مقصود ما اینجا از کلمه اعداد اعشاری کسور بزرگتر از واحد باشد چونکه برای اعداد کوچکتر از واحد لگاریتمی قائل نمی شویم

۳۲۲ در اعداد کسری در تعیین لگاریتم عدد کسری بزرگتر از واحد چنانچه با این کسر صحیح باشد باید اول تجنیس نمود و بعد لگاریتم صورت و لگاریتم مخرج را جدا جدا از جدول بیرون آورد و دوم را از اول

تفریق کرده باقی لگارتیم عددیکه مفروض است

مثال مطلوب لگارتیم این عدد است $۱۰۱ + \frac{۱۷۳}{۲۱۷۴}$

$۱۰۱ \quad \frac{۱۷۳}{۲۱۷۴} = \frac{۲۱۹۷۴۷}{۲۱۷۴}$

لگ $۲۱۹۷۴۷ = ۵٫۳۴۱۹۲$

لگ $۲۱۷۴ = ۳٫۳۳۷۲۶$

$\frac{۲۱۹۷۴۷}{۲۱۷۴} = ۲۰۰۴۶۶$

درخصوص لگارتیم کسور متعارفه وکسور عشاریه کوچکتر از واحد چون این نوع اعداد از لگارتیم بی بهره اند مقام ذکر آنها اینجا نیست ولی در عملیات لگارتیم عنقریب دستور برای آنها ذکر کنیم (۳۲۵)

۳۲۳ لگارتیم عددی معلوم است مطلوب تعیین آن عدد است از دو جدول

مثال ل لگ = ۲٫۳۳۹۰۰

باید در ستون لگارتیمها اعداد چهار رقمی جزو اعشار لگارتیم معلوم را طلب کرد و چنانچه یافت نشود پیشتر از آنرا اشروط برانکه کمال قرب با آن داشته باشد در مثال ما این لگارتیم ۳۳۸۸۵ بدست آمد و این متعلق است بعدد ۲۱۸۲ پس معلوم میشود که چهار رقم سمت یسار عدد مطلوب ۲۱۸۲ است و برای تعیین سایر ارقامی که ممکن باشد معلوم کرد باید لگارتیم جدول را از لگارتیم مفروض تفریق کرد باقی ۱۵ است و تفاضل عددی مابین لگارتیم تقریبی ۳٫۳۳۸۸۵ و مابعدش گرفت و آن ۲۰ است و بقدر ما بین السطرین گفت که چون عدد ۲۰ تفاضل مابین لگ ۲۱۸۲ و ۲۱۸۳ لگ بازاء یکواحد تفاضل مابین این دو عدد است یکواحد تفاضل مابین دو لگارتیم بازاء $\frac{۱}{۲۰}$ تفاضل مابین دو عدد میشود و تفاضل ۱۵ مابین این لگارتیم ۳٫۳۳۸۸۵ و این لگارتیم

۳٫۳۳۹۰۰ باید بازاء تفاضل $\frac{۱۵}{۲۰}$ مابین دو عدد و نظر آنها باشد و چون ۰٫۷۵ = $\frac{۱۵}{۲۰}$ پس ۳٫۳۳۹۰۰ لگاریتم است از عدد ۲۱۸۲٫۷۵ و بنابراین لگاریتم مفروض بازاء این عدد ۲۱۸٫۲۷۵ مطلوب است

و صورت عمل این است

۳٫۳۳۸۸۵	....	لگ ۲۱۸۲	
۱۵			$\frac{۱۵}{۲۰}$
۳٫۳۳۹۰۰	...	لگ ۲۱۸۲٫۷۵	۰٫۷۵
۲٫۳۳۹۰۰		لگ ۲۱۸٫۲۷۵	

حاصل آنکه دستور العمل در حل مسئله دوم از این قرار است

۳۲۶ در یافتن عدد ما بازاء لگاریتم معینی باید در ستون لگاریتمها که صاحب مفصل شده باشند لگاریتمی یافت که جزو اعشاریش کمال قرب داشته باشد با لگاریتم معلوم ولی از آن تجاوز نکند و چون بدست آمد عدد خارج نویسید و عدد ما بازائش را دو پهلوی این لگاریتم را از لگاریتم معلوم تفریق کنید و تفاضل را قسمت نمائید بر تفاضل جدولی ما بین لگاریتمی که یافته شده و لگاریتم ما بعد آن و خارج قسمت را اماره تفریق مشخص کنید و بعد ممیز عدد نتیجه را در محلی قرار دهید که عدد ارقام صحاح سمت یسار یکی واحد بیشتر باشد از مفصل لگاریتم مفروض تا عدد مطلوب بدست آید

مثال دوم مطلوب عدد ما بازاء این لگاریتم است ۱٫۶۳۸۷۶

۳٫۶۳۸۶۹	...	لگ ۴۳۵۲	۱۰ | ۷
۷			
۳٫۶۳۸۷۶	...	لگ ۴۳۵۲٫۷	
۱٫۶۳۸۷۶	...	لگ ۴۳٫۵۲۷	

تنبیه موافق این قاعده پیش از رقم اول سمت یسار عدد ما بازاء لگاریتم مفروض

بدست می آید و بطور کلی با جداول پنج رقمی بیش از این تحقیق ممکن نمیشود و اگر زیاده از این مطلوب باشد باید بجداول رجوع کرد که صاحب ده رقم اعشار باشند یا بیشتر مثل جداول کالِه

در اجرای اعمال حساب بالگاریتم

۳۲۵ چون خواهیم عدد مجهول را از روی اعداد معلومه چند معین کنیم بعمل ضرب و قسمت و ترقی درجه و استخراج قلع قاعده اینست که الگاریتمش را از روی الگاریتمهای آن اعداد باعمال مختصره جمع و تفریق و ضرب و تقسیم بدست آوریم و آنوقت بقواعد ۳۲۳ و ۳۲۴ عدد ما بازائش را معلوم کنیم

۳۲۶ شرط آنکه عدد مجهولی را بتوان بعمل الگاریتم معین کرد دو چیز است اول آنکه اعداد مستعمله هریک بزرگتر از واحد باشند دوم آنکه خود عدد مطلوب نیز چنین باشد اما شرط اول حفظش خیلی آسان است چنانچه در ضمن این چند مثال معلوم میشود

اولاً

$$ع \times \frac{۲۵}{۴۳} = \frac{ع \times ۲۵}{۴۳} \qquad ع : \frac{۲۵}{۴۳} = \frac{ع \times ۴۳}{۲۵}$$

$$ع \times ۰٫۰۳۷۹ = ع \times \frac{۳۷۹}{۱۰۰۰۰} = \frac{ع \times ۳۷۹}{۱۰۰۰۰}$$

رابعاً

میتوان بر بعضی قواعد کلیه بسور معارف ان سور را اصلاح مبدل ساخت و عمل را انجام داد و من باب حفظ شرط ثانی ناهرگاه میدانیم که عدد مطلوب کوچکتر از واحد میشود ضربش میکنیم در یکی از قوای ۱۰ مثلا در ۱۰^ع بر وجهی که بزرگتر از واحد شود و چون حاصل ضرب بلگاریتم مشخص شد تقسیمش میکنیم بر همان قوت ۱۰ که سابق مضروب واقع شده بود

مثال

$$\sqrt[۷]{\left(\frac{۷}{۱۱}\right)^{۳}} = \left(۱۰^{ع} \times \sqrt[۷]{\left(\frac{۷}{۱۱}\right)^{۳}}\right) : ۱۰^{ع}$$

و حال چند مثال مخصوص عمل به الگاریتم ذکر میکنیم و در آن ضمن دستور العمل حالات

محصوره مذکور معلوم میشود

مثال اول میخواهیم بلگارتیم این حاصل ضرب را $(۳٫۱۴۱۹۳)^۲ \times ۰٫۹۹۳۸$ معلوم کنیم اول این را بصورت دیگر مینویسیم $\frac{۹۹۳۸}{۱۰۰۰۰} \times (۳٫۱۴۱۹۳)^۲ = ۰٫۹۹۳۸ \times (۳٫۱۴۱۹۳)^۲ =$ ل

پس بر مقتضای اصول فقره ۴ — ۹۹۳۸ لگ + ۳٫۱۴۱۹۳ لگ ۲ = ل لگ

۳٫۱۴۱۹۳ لگ ۲ = ۰٫۹۹۴۴۰ — ۳۱۴۱ لگ — ۳٫۴۹۷۵۷

۹۹۳۸ لگ = ۳٫۹۹۷۳۰ — ۰٫۹۳ — ۲۳

۳٫۹۹۱۷۰ — ۳۱۴۱٫۹۳ لگ — ۳٫۴۹۷۲۰

۳٫۱۴۱۹۳ لگ — ۰٫۴۹۷۲

۹۹۳۸ لگ = ۳٫۹۹۷۳

ل لگ = ۰٫۹۹۱۷۰ — ۳٫۹۹۱۶۷ — ۹۸۱ لگ

ل = ۹٫۸۱۰۷ — ۳ — ۳٫۹۹۱۷۰ — ۰٫۷۳۰

۰٫۹۳
۱۴
۳۷۲
۹۳
۱۳٫۰۲

میخواهیم بعمل لگارتیم خارج قسمت این عدد را ۰٫۹۹۳۸ برای ۱۳٫۷۸۶۴ معلوم کنیم: $\frac{۹۹۳۸}{۱۰۰۰۰} = ۱۳٫۷۸۶۴ : ۰٫۹۹۳۸ =$ ل

عدد مطلوب ل کوچکتر شد از واحد و چون در دو جمله کسر $\frac{۹۹۳۸}{۱۳۷۸۶۴} = \frac{۱۳۷۸۶۴}{۱۰۰۰۰} :$ نظر کنیم معلوم میشود که کافی است دو صفر در صورت اضافه کنیم تا بزرگتر از مخرج شود پس بنا ...

۹۹۳۸۰۰
۱۳۷۸۶۴
... ۰۰

و مقدار ل و ۱۰۵ را بلگارتیم معلوم میکنیم

۱۳۷۸۶۴ لگ — ۹۹۳۸۰۰ لگ = ل ۱۰۵ لگ

و صورت عمل اینست

لك ۹۹۳۸ = ۳٫۹۹۷۳۰

لك ۹۹۳۸۰۰ = ۵٫۹۹۷۳۰

لك ۹۹۳۸۰ = ۵ ۹۹۱۳۰

لك ۱۳۷۸۶۴ = ۵٫۱۳۹۴۵

لك ۱۳۷۸ − ۳٫۱۳۹۲۵		۰٫۶۴
۰٫۶۴	۲۰	۳۱
لك ۱۳۷۸۶۴	۳٫۱۳۹۴۵	۶۴
۳٫۸۵۷۸۱	لك ۷۲۰۸	۱۹۲
۴	۰٫۵	۱۹٫۸۴
۳٫۸۵۷۸۵	لك ۷۲۰۸٫۵	۴۰ | ۷
۹٫۸۵۷۸۵	لك ۷٫۲۰۸۵	۵ | ۰٫۵

لك ۱۰۰ ل = ۹٫۸۵۷۸۵

۱۰۰ ل = ۷٫۲۰۸۵

ل = ۰٫۰۷۲۰۸۵

شرح عمل و مسئله را نوشتیم و دستور العمل در ترتیب چنین اعمال همین است و حسن این وضع این است که وقت ضرورت بآسانی میتوان رجوع نمود و تحقیق کرد

و حال چند مثال دیگر ذکر میکنیم و لیکن تفصیل اعمال مثبته این را حذف میکنیم به متعلمین است که هر طور خواهند ترتیب دهند

مثال سوم مطلوب مقدار ل است در این تساوی $ل = \sqrt[۷]{(\frac{۷}{۱۱})^۳}$

ظاهر است که مقدار ل از واحد کوچکتر میشود در اینصورت چنین مینویسیم

$$۱۰^{ع} \times ل = ۱۰^{ع} \times \sqrt[۷]{(\frac{۷}{۱۱})^۳}$$

$$لك(۱۰^{ع} . ل) = ع + \frac{۳لك۷ - ۳لك۱۱}{۷} = \frac{۷ع + ۳لك۷ - ۳لك۱۱}{۷}$$

۳ لك ۱۱ = ۳٫۱۲۴۱۷ ‏ ‏ ‏ ۳ لك ۷ = ۲٫۵۳۵۳۰

اینجا کافی است ع را واحد فرض کنیم تا عمل تفریق ممکن شود ۱ = ع و یا ۷ = ۷ع

۷ + ۳ لك ۷ = ۹٫۵۳۵۳۰

۳ لك ۱۱ = ۳٫۱۲۴۱۷

لك ۱۰ ل = $\frac{۶٫۴۱۱۱۳}{۷}$ = ۰٫۹۱۵۸۷

ل = ۰٫۸۲۳۹ ‏ ‏ ‏ ۱۰ ل = ۸٫۲۳۹

مثال چهارم

مثال چهارم مطلوب مقدار ل است در این تساوی $\text{ل} = \sqrt[3]{\frac{۴۳ \times ۲۳۷}{۸۷۹^{۴}}}$

در این مثال مقدار ل از واحد کوچکتر میشود پس چنین مینویسیم

$$۱۰^{\text{ع}} \cdot \text{ل} = ۱۰^{\text{ع}} \times \sqrt[3]{\frac{۴۳ \times ۲۳۷}{۸۷۹^{۴}}}$$

$$\text{لك}\,(۱۰^{\text{ع}} \cdot \text{ل}) = \text{ع} + \frac{\text{لك}\,۴۳ + \text{لك}\,۲۳۷ - ۴\,\text{لك}\,۸۷۹}{۳}$$

$$= \frac{۳\,\text{ع} + \text{لك}\,۴۳ + \text{لك}\,۲۳۷ - ۴\,\text{لك}\,۸۱۹}{۳}$$

لك ۴۳ = ۱,۶۳۳۴۷ ، ۴ لك ۸۱۹ = ۱۱,۷۷۵۹۶

لك ۲۳۷ = ۲,۳۷۴۷۵

۴,۰۰۸۲۲ — فرض بکنیم ع = ۳

پس ۳ ع + لك ۴۳ + لك ۲۳۷ = ۱۲,۰۰۸۲۲

۴ لك ۸۷۹ = ۱۱,۷۷۵۹۶

۱,۲۳۲۲۶

بعد از قسمت بر ۳ لك $۱۰^{۳}$ ل = ۰,۴۱۰۷۵۴۲

$۱۰^{۳}$ × ل = ۲,۵۷۴۸ و بنا بر این ۰,۰۰۲۵۷۴۸ = ل

بعد از آنکه ۴۳ لك و ۲۳۷ لك و ۸۷۹ لك را جدا جدا معلوم کردیم از وضع عمل معلوم شد که چون ۳ ع = ۹ فرض کنیم ع را برابر ۳ عمل تفریق ممکن شود

مثال پنجم میخواهیم بعمل لگاریتم این کسر را $\frac{۴۱}{۱۴۵}$ تحویل کنیم بکسر اعشاری

اول آنرا در ۱۰ ضرب میکنیم و چنین مینویسیم

$$\text{لك}\,\frac{۴۱ \times ۱۰}{۱۴۵} = ۱ + \text{لك}\,۴۱ - \text{لك}\,۱۴۵$$

لك ۴۱ = ۱,۶۱۲۷۸ ، لك ۱۴۵ = ۲,۱۶۱۳۷

۱ + لك ۴۱ = ۲,۶۱۲۷۸

لك ۱۴۵ = ۲,۱۶۱۳۷

لك ۱۰ ل = ۰,۴۵۱۴۱

۱۰ ل = ۲,۸۲۷۵

ل = ۰,۲۸۲۷۵

مثال ششم میخواهیم این کسر را $\frac{۱}{۳۶۷}$ تحویل کنیم بکسر اعشار

اول باید آنرا ضرب کرد در ۱۰۰۰ و چنین نوشت

$$\frac{۱۰۰۰}{۳۶۷} = ۱۰۰۰ل$$

۰٫۴۳۵۳۳ = ۳۶۷ لگ − ۳ = ۱۰۰۰ل لگ

ل = ۰٫۰۰۲۷۲۴۸ ، ۱۰۰۰ل = ۲٫۷۲۴۸

بعد از خواندن این چند مثال بدین قاعده کلیه دست آمده باشد مسلم بعد از آنکه چهار خاصیت اصلی لگاریتم را خوب دریافت و مسئله مذکوره را مشق نمود دیگر در حل مسائل متعلقه بلگاریتم معطل نخواهد ماند

۳۴۷ در استعمال متمم عددی متمم عددی لگاریتم باقی تفریق آن لگاریتم است از ۱۰ (بطور کلی متمم عددی هر عددی باقی تفریق آن عدد است

[illegible]

فاصل تعریف کردیم) و آنرا باین صورت بنمائیم ۳۶۷ لگ مع و بخوانیم متمم لگاریتم ۳۶۷ و تیسیر در عمل کلمه عددی را هم حذف کنیم

۳۶۷ لگ مع = ۱۰ − ۳۶۷ لگ

حال میخواهیم مجهول این کسر را $ل = \frac{۵۴۶۷ \times ۸۳۲}{۳۶۷ \times ۵۴۳۱}$ بواسطه متمم معلوم نمائیم

۵۴۳۱ لگ − ۳۶۷ لگ − ۸۳۲ لگ + ۵۴۶۷ لگ = ل لگ

یا آنکه ۲۰ − ۵۴۳۱ لگ مع + ۳۶۷ لگ مع + ۸۳۲ لگ + ۵۴۶۷ لگ = ل لگ

پس معلوم شد که میتوان عوض تفریق لگاریتمی متمم آنرا جمع نمود و تفریق ۲۰ از مفصل لگاریتم معلوم آنقدر آسان است که جزو عمل محسوب نمیشود و بنا بر این

باستعمال متمم عددی عمل تفریق منجر میشود بجمع واما خود متمم باین طور بدست آید که رقم اول سمت یمین لگاریتم را از ۱۰ تفریق کنید وما بقی را از ۹ واین تفریق تدریجی بنا بر حرکت ازروی عملی که در تعیین مل لک بجا آوردیم این قاعده استنباط میشود

چون خواهیم لگاریتمهای چند را از لگاریتمها دیگر تفریق کنیم میتوان عوض این عمل متممات لگاریتمهای مفروق را بر لگاریتمهای مفروق عنه افزود بنا برانکه اخر عمل بعدد ان متممات عشرات انرا از حاصل تفریق کنند

چون قاعدهٔ متمم را در مثال چهارم جاری کنیم صورت عمل چنین میشود

۴۰ - ۸۷۹ لثه مع ۲ + ۳۳۷ لله + ۴۲۳ لثه + ۳۴ / ۳ = مل . ۱۰ لك

وچون عمل باینصورت نوشته شود دور نیست زود تر بیابیم کوچکتر عددی را که بسر او ۱ باشد عوض ع استعمال نمود وهر کس ملتفت است که باستعمال متمم اعمال حساب آسان تر میشود

در استعمال وفایدهٔ سطرهٔ حساب برای عمل ضرب وقسمت میان سطرهٔ لگاریتمی نیز گفته میشود

در تعریف سطره وامتحان اجزای آن

این شرح بنا بر آن فرض است که متعلم سطرهٔ حساب پیش نظر داشته باشد از آن نوع سطره که منسوب است به لوئی گراده وطولش از قسمت اول تا قسمت آخر ۲۵ گره است

۳۲۸ سطرهٔ حساب آلتی است مرکب از دو جزو زبانه است متحرک ولغزنده در کاف سطرهٔ دیگر که عریض تر است وتخن دار تر بطول خود زبانه وآنرا سطره گوئیم بر طرف زبانه تکمه کوچک قرار داده اند برای لغزانیدنش

یک ضلع سطره مرکب است از دو مقیاس متساوی وآنرا ضلع فوقانی گوئیم وضلع مقابل را تحتانی مقیاس اول بسمت یسار افتاده ودوم بسمت یمین واجزای این دو مقیاس از هر حیثیت برابرند (... طول تقسیم سطره که ۲۵ گره باشد واحد فرض شده است

در تقسیم اجزای مقیاس و این طول مخصوص مابین نمره ۰ و بین ۱۰ نمایش ۱۰ لک است
و ۱ اجزای اصلیه چون طول ۰ ۱ عدد ساند طول واقع مابین ۱ و ۲ مساوی است
با ۲ لک × ۱۲۵ از متر و نمایش ۲ لک است و طول واقع مابین ۱ و ۳ مساوی است با ۳ لک × ۱۲۵ از متر
و نمایش ۳ لک است و طول واقع مابین ۱ و ۴ مساوی است با ۴ لک × ۱۲۵ از متر و نمایش ۴ لک است و کذا
و اما اجزای فرعیه طول واقع مابین ۱ و ۱ر۱ مساوی است با (۱ر۱) لک × ۱۲۵ از متر و نمایش
(۱ر۱) لک است و طول واقع مابین ۱ و ۲ر۱ مساوی است با (۲ر۱) لک × ۱۲۵ از متر و نمایش ۲ر۱ لک است و کذا
و فاصلهایی که صدم و نمایش باشند نیز همچنان معلوم میشود مثلا طول واقع مابین ۱ و ۰۲ر۱ مساوی است
(۱۰۲) لک × ۱۲۵ از متر و نمایش (۰۲ر۱) لک است و هکذا
ولی مسطره چون بلندیست بعنوان اجزاء را به تفصیل نشان کرده صدمهای واقع مابین نمره ۱ و ۲ را
دو دو نشان کرده اند و مابین نمره ۲ و ۵ را پنج پنج و در مسطرهایی که بطول ۳۵ سانتیمتر باشند
مابین نمره ۱ و ۲ را صدم صدم نشان کرده اند و مابین ۲ و ۳ را دو صدم دو صدم و مابین نمره
۳ و ۱۰ را پنج پنج صدم)
و اجزاء تقسیم فوقانی با تحتانی زبانه برابر است و مطابق با اجزای فوقانی مسطره خط تقسیم
نمره ۱ زبانه را ستاره گوییم
اجزای تحتانی مسطره مقیاسهای است بطول مجموع دو مقیاس فوقانی و آنرا خط مربعات گوییم
یکی از اضلاع مسطره را بسانتیمتر قسمت کرده اند تا بتوان در تقدیر خطوط آنرا بجای مقیاس زوجی دسیمتر
استعمال نمود و در پشت مسطره بعضی مقادیر ثبت شده مثل تحویل بعضی مقیاسهای خارجه بمقیاسهای
فرانسه جدید و همچنین بعضی اعداد دیگر که در عمل با آنها بیشتر حاجت میشود

زوجی دسیمتر یعنی مضاعف دسیمتر است

در امتحان مسطره

 چون خواهیم تحقیق کنیم و بدانیم که اجزاء فوقانی مسطره و اجزای زبانه

خوب بدقت قسمت شده‌اند چیرا اول سیار را برا ولین ۱ مسطره منطبق کنید آنوقت
باید جمیع اجزای زبانه مطابق شوند با اجزاء فوقانی مسطره بعد از آن سیار را برا ولین ۱
مسطره قرار دهید و باید جمیع اجزاء مقیاس اول زبانه منطبق شود بر اجزاء مقیاس دوم
مسطره و همچنان نیز مقیاس دوم زبانه را بر مقیاس اول مسطره منطبق کرده و اجزاء
همه باید منطبق باشند باین وجه مطمئن میشویم از اینکه دو مقیاس فوقانی مسطره و دو مقیاس زبانه
یک طول اند و متشابه و متساوی قسمت شده‌اند

و چون سیار را برا ولین ۲ مسطره قرار دهیم باید این اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ وغیره
زبانه واقع شوند بر اعداد ۴ و ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ وغیره مسطره چون سیار را برا ولین ۳ مسطره
قرار دهیم همان اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ ... زبانه باید واقع شوند به ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸
مسطره و هکذا (نظر کنید در نمره آینده ضرب عددی را در ۲ و ۳ ...)

بالجمله چون سیار را برا تحتانی مسطره قرار دهیم باید اعداد ۲ و ۳ و ۴ ... ۲ر۵ ... ۳ر۴
وغیره از همین مقیاس تحتانی مسطره واقع شوند بر مربعات خود یعنی بر اعداد ۴ و ۹ و ۱۶ ... ۲۵ر۶
و ۶ر۱۱ وغیره اجزاء این مقیاس را باید که تا حال ذکر شد فوقانی باشد یا تحتانی
در امتحان سابق اجزای مذکور متعلق بودند به مقیاس مشابه ولی در این امتحان باید اجزاء را
مسلسل دانست از مقیاس ۱ تا ۱۰۰

میخواهیم از روی مقیاس مشخص کنیم محلی را که نظیر عدد معروضی باشد

۳۳۵ قضیهٔ کلیه جمیع اعدادی که ممیز اعشار شان را چون در همین رقم اول
سمت یسار قرار دهیم متناوی شوند در مسطره صاحب یک مکانند و یک مکان
نظیر هم است

(این قضیه از اینجاست که چون نصف طول مسطره یعنی ۱۲۵ ملیمتر واحد فرض شده طول واقع

مابین نمره ۱ و ۱۰ از مقیاس اول سطره نمایش حسابی یکی از لگاریتمهای جدول میشود بنابر آنکه مفصلش صفر باشد (رجوع کنید بشرح ۳۲۸) واین درحقیقت جزو اعشار لگاریتمی است که از مفصلش صرف نظر شده و اعشار تنها محسوس شده و از خارج میدانیم که جمیع اعداد معینه در قضیه صاحب جزو اعشار واحد هستند

ولی اگر دو مقیاس سطره را یک مقیاس مسلسل فرض کنیم طولهای واقع مابین اولین ۱ و دومین ۱۰ نمایش لگاریتمهای اعداد واقعه مابین ۱ و ۱۰۰ میشوند با مفصل صحیح و آن نکته بدیعی که در اختراع سطره حساب باید ملتفت شد این است

اتصال طول سطره ممتد از اولین ۱ تا اولین ۱۰ نظیر اتصال جزو اعشار لگاریتم عددی است که فی نفسه و بطور اتصال ترقی کند از ۱ تا ۱۰ و تجدید شود از ۱۰ تا ۱۰۰ و بعد از ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ وکذا و چون فرض این است که اعداد باعشار تقدیر شده تا حد باندازه از تقریب جمیع لگاریتمها همچنان نموده شده غیر از مفصل که تعیینش ضمنی ندارد

ولیکن چنین خاصیت علمی بزرگ در عمل محصور و محدود شده چونکه محاسب با عاملی که بپایان سطره را قسمت کند نمیتواند بیش از سه رقم بنماید دو طول را که بسیار کم اختلاف داشته باشند پس هرچند طول سطره بیشتر باشد فایده اش زیادتر میشود چنانچه سطره ۳۵ سانتیمتری قدری مفیدتر است از ۲۵ سانتیمتری و با سطره طویل میتوان عمل را در اعداد جاری کرد که ابتدا از رقم سمت یسار بیش از سه رقم داشته باشد و این نوع سطره ها در مدارس فرنگستان معمول است)

مثلا این همه اعداد را ۳٫۴۷ ۳۴٫۷ ۳۴۷ ۳۴۷۰ ۳۴۷۰۰ وغیره ۰٫۳۴۷ ۰٫۰۳۴۷ وغیره در سطره یک مکان نظیر است

پس اول این قاعده کلی نتیجه میشود

۳۳۱ چون خواهیم در سطره مشخص کنیم موضعی را که نظیر عدد مفروض باشد

باید خیال با وقوع ممیز اعشار دادر همین رقم اول سمت یسار آن عدد فرا دهیم
و بعد به منشوری که اکنون برای حالات مختلفه ذکر میشود موضع نظیر عدد را
در که

حالت اول آنکه عدد مفروض صاحب یک رقم باشد نه بیش مثلاً ۴ پس در سطره
موضع نظیر اینجاست که اولین ۴ ثبت شده باشد (و آن در اولین مقیاس فوقانی سمت یسار است)

حالت دوم آنست که عدد مفروض صاحب دو رقم با معنی باشد مثل ۴٫۷
پس در سطره موضع نظیر واقع است ما بین ۴ و ۵ بر خط تقسیم ۷ عشر از مقیاس سمت یسار

حالت سوم آنست که عدد مفروض صاحب سه رقم با معنی باشد مثلا ۷۲۳٫۶
پس در سطره موضع ۷٫۶ و موضع ۸٫۶ را موافق حالت دوم معلوم کنید و از زیر دست
۷٫۶ عدد ۳ را فاصله ما بین دو موضع مذکور را اگر در اینجا موضع ۳ ۷٫۶ باشد (همین قدر که عدد
صاحب سه رقم شد یا بیشتر باید بقانون تعدیل ما بین السطرین عمل نمود (۳۱۸) با آنکه صحیح نباشد
و کفت تفاضل ما بین دو لکاریتم بر نسبت تفاضل ما بین دو عدد نظیر آنها تغییر میکند

هرگاه اولین رقم با معنی عدد ۱ باشد از قاعده مستثنا است و از این قرار باید رفتار کرد
مثلا در عدد ۱۷۲ را طلب میکنیم خط ۷ را که نشانه عشر است ما بین ۱ و ۲ و زیر دستش نشان ۱۲ از
نشانهای دستی را ما بین نشان ۱۰ و نشان ۱۸ عشر (و رقم ۳ اینجا بمنصف آن ۱۴ است)
بالجمله این نشان ۱۲ موضع عدد ۶ ۱۷ را است و اگر رقم سوم عدد فرد باشد مثل ۱۷۱ باید
باید موضع ۱۷ را و موضع ۱۸ را طلب کرده بین این دو موضع ۱۷۱ را است
هرگاه اولین رقم عدد ۲ یا ۳ یا ۴ باشد و رقم سوم ۵ شد ۲۷۵ موضع مطلوب
بر نشان کوچکی است که واقع باشد ما بین ۲۷ و ۲۸ موافق حالت دوم
مثال دوم این عدد است ۴٫۰۸ اول ۴٫۰۵ را طلب کنند و بعد اضافه بکنید ۳/۵

فاصله مابین ۵ و ۴۰ ، ۲ و ۴ را

حالت چهارم آنست که عدد مفروض صاحب چهار رقم یا بیشتر باشد

مثل ۶۳۷۴۲ موافق حالت سوم موضع ۳ و ۴ و موضع ۴۲ و ۷۴ را طلب کنیم بعد از آنکه

۳۴ و ۴۲ موازی شوند با ۵ فاصله مابین همین عدد و ۴۳ و ۴۲ را اگر بدانیم موضع مطلوب است

و نظیر باشد با ۶۳۷۴۲

و بهمین دستور العمل را میتوان بی اندازه پیش برد ولیکن باید در صدد یک چنین [illegible] که [illegible]

یعنی تجاوز نکنیم بجائیکه از قوه بفعل نمی آید پس گوئیم در سطره معقوله ۲۵ سانتیمتری مشکل است

حفظ ارقامی که تالی سه رقم اول سمت یسار باشند که احتمالا آن اعداد یکه رقم سمت یمین اینها آید

۳۳۲ بر وفق همین دستور العمل باید در سطره ۲۵ سانتیمتری موضع نظیر هر عدد را معلوم کرد

و هر چند سطره حساب بلندتر باشد اجرای قاعده خواندن کورسان تر شود و با حساب اعداد

[illegible]

۳۳۳ تنبیه آنچه نسبت بمقیاس اول گفتیم تعلق میگیرد بمقیاس دوم که ابتدا

از اولین ۱۰ در سمت یمین واقع شده در اینصورت باید از مقیاس سمت یسار صرف نظر

کرد و ابتدا از این مقیاس بجای ۱۰ اول اخواند

در سطره موضعی معین است بجهت هم عدد نظیر و ما با نمایش را معلوم کنیم

۳۳۴ آنچه ذکر میشود کلیت اعم از آنکه موضع معین سطره بر مقیاس اول فرض شود

باشد یا بر دوم یعنی اگر این مکان بر مقیاس دوم باشد یعنی مقیاس سمت یمین باید اینجا عوض

نمره ۱۰ که نوشته شده ۱ خواند و صرف نظر از مقیاس اول نموده ابتدا از همین نمره

اصطلاحی قاعده ذیل را در حل مسئله جاری ساخت

و نظر بانتظام عمل سزاوار است که ممیزی قرار بدهید بعد از رسم اولی که از روی این قاعده بدست می آید بر وجهی که همواره عدد سنجه واقع شود ما بین آ و ۱۵ و چون سنجه بدست آید آسان می توان آن را بدل کرد بعددی که مناسب مسئله باشد استعمال ممیز ملاحظه ایست که آنچه میگوئیم و میکنیم بهتر و زودتر ملتفت شوید (نظر کنید شرح ۳۳۵) و در حل مسئله سابق نیز همین ملاحظه آن را استعمال کردیم و اینجا هم تعاقبش بمکان اصلی خود بیان نمودیم

مثل ۳

حالت اولی ایست که در موضع مفروض مسطره ممیز نوشته شده باشد

پس همان را خارج نویس میکنیم و آن جزو با معنی عدد مفروض است و مقدار حقیقتش که ۳ باشد یا ۳۰ یا ۳۰۰ و غیره یا ۳ر۰ یا ۳ر۰۰ و غیره از روی خصوصیات مسئله بدست می آید (نظر کنید بضرب و قسمت)

حالت دوئی ایست که در موضع مفروض نشانی علامت عشر بوده باشد

پس ممیز را از مقیاس برا که بلا فاصله در یسار آن موضع نوشته شده باشد میخوانیم و در یمین آن رسم عدد عشرهائی را که واقع باشد ما بین این ممیز و موضع مفروض و این دو رسم جزو با معنی عدد مطلوب است مثلا یافتیم ۳۷ پس بحسب خصوصیات مسئله میخوانیم ۳۷ یا ۳۷۰ یا ۳۷۰۰ و غیره یا ۳۷ر۰ یا ۳۷ر۰۰ یا ۰۳۷ر۰ و غیره (نظر کنید بضرب و قسمت)

حالت سومی ایست که موضع مفروض واقع باشد ما بین ممیز ۱ و ۲ از مقیاس همین یا چهار و در آن موضع نشان صدمی بوده باشد

پس اول آ را مینویسیم و در یمینش عدد عشرهای واقع ما بین ۱ و موضع مفروض را در رسم سوم مضاعف عدد نشانهای کوچک صدمی است که تالی عشر اخیر باشد تا موضع مفروض مثلا فرض میکنیم این عدد ۱۴۶ بدست آمده باشد پس عدد

مطلوب بحسب خصوصیات مسئله ۱۴۶ باشد یا ۱۴۶۰ یا ۱۴۶۰۰ وغیره یا ۱۴٫۶ یا ۱٫۴۶
یا ۰٫۱۴۶ یا ۰٫۰۱۴۶ وغیره

حالت چهارم آنست که موضع مفروض واقع باشد ما بین ۲ و ۵ مثلا بین یا یسار وانجا علامتی باشد از صدم

پس اول مرتبه را که بلا فاصله در یسار باشد مینویسیم و در یمینش عدد عشرهای واقع ما بین همین رقم و موضع مفروض را و بالجمله بعد از آن رقم ۵ را فرض میکنیم باین وجه عدد ۳۴۵ بدست آمده باشد پس بحسب خصوصیات مسئله عدد مطلوب ۳۴۵ باشد یا ۳۴۵۰ یا ۳۴۵۰۰ وغیره یا ۳۴٫۵ یا ۳٫۴۵ وغیره

حالت پنجم آنست که در موضع مفروض هیچ نشانه حتمی نباشد پس نشانه را از جمله منظور می آوریم که بلا فاصله در یسار باشد و موافق حالت دوم عدد دو رقمی را که نظیر آن نشان باشد مینویسیم بعد بنظر تخمین میکنیم فاصله واقعه ما بین خط عشر اخیر و موضع مفروض را نسبت بفاصله ما بین دو نشان عشر

این عدد اعشار رقم حتمی است که باید بدو رقم سابق ملحق شود مثلا اگر این عدد را ۳٫۴۲ یافته باشیم عدد مناسب مسئله از آن زودی معلوم میشود و اگر اتفاقا موضع مفروض واقع باشد مرتبه از سطره و اولین نشان عشری که تالی اوست درینصورت رقم دوم صفر خواهد بود

و اگر اولین رقمی که در این حالت پنجم بدست می آوریم ۱ باشد و موضع مفروض خیلی نزدیک باشد بوسط فاصله ما بین دو نشان صدم درینصورت رقم سوم حاصل این جمله ۱ + ۴ × ۲ و حرف ع علامت نشانهای کوچک صدمی است که ما بین موضع مفروض و آخر این خط دوم سمت یسار شمرده شده باشد

بعد از دو رقم سابق که اعشاری نمی نویسیم مرکب از دو رقم که بحسب صدم فاصله

دو ستار

، و موضع مفروض را مثال (۳۳۲)

۰٫۰۲۵ = $\frac{1}{40}$ ، ۰٫۲ = $\frac{1}{5}$ وغیره)

وبهمین وجه میتوان فایده برد از نشان کوچکی که ما بین هر دو عشر واقع شده اند از نمره ۲ میانش با نمره ۵

چنانچه سابق نیز اشاره شد این نوع مسطره حساب ممکن نیست بیش از سه رقم با معنی بتمام بسیار عددی را بدست آوریم مگر احتمالا در اعدادیکه بواحد ابتدا شده باشند در چنین اعداد ممکن است ... بعد از کسب عادت و تجربت و دقت بصر رقم چهارمی از سمت یمین معلوم کرد

در مسطرهٔ طویل میتوان موافق لگاریتمها اعداد سه رقمی تا صدم را نشان کرد مثل ۲۳۷ را لکن با چنین مسطرهٔ اول بنظر و با کمال دقت تا سه رقم اول سمت یسارش معلوم میشود و بعد بدستور حالت سوم رقم چهارم بدست می آید

و ما تکلیف میکنیم متعلمین را باینکه دو مسئلهٔ مذکوره را از روی مسطره مکرر حل کنند و زیاد مشق کنند چنانچه سابق از روی جداول لگاریتم حل نمودیم

در ضرب دو عدد از روی مسطرهٔ حساب

۳۳۵ قاعدهٔ اول دو عامل را بر وجهی که در (۳۳۱) ذکر شده ترتیب دهید بعد از آن ستاره را در مقیاس اول مسطره بر یکی از دو عامل قرار دهید و عامل دیگر را در مقیاس اول زبانه طلب کنید حاصل ضرب مطلوب را در مقابلش روی مسطره بخوانید

برهان طول مسطره از نمرهٔ ۱ تا موضع ستاره مساوی است با لگاریتم عامل اول و طول همان مسطره از ستاره تا موضع عامل دوم از روی زبانه مساوی است با لگاریتم عامل دوم و چون لگ عامل اول + لگ عامل ثانی باید = لگ حاصل ضرب را پس حاصل ضرب

بر طرف مجموع این دو طول ب ت از سطره یعنی مقابل ب ت با عامل دوم که روی زبانه جنبیده شده باشد
مثال مطلوب حاصل ضرب ۲ × ۴ ب ت سیار را بر نمره ۴ مقیاس اول سطره قرار
دهید سیم و عامل دوم ۲ را بر مقیاس اول طلب کنید بینیم حاصل ضرب ۸ در مقابل اوست و
صورت این عمل را چنین مینویسند

بر خط فوقانی سطره	. . . . .	۴	مطلوب ۸
بر زبانه		۱	۲

فـ اگر ت سیار را بر نشان دو قرار دهیم حاصل ضرب مقابل میشود با ۴ زبانه

۳۴۶ قاعده کلی دوم چون زبانه را معکوس کنیم یعنی از طرف مقابل در سطره داخل کنیم و دو عامل را از روی مقیاس اول زبانه و مقیاس اول سطره مقابل و مطابق کنیم حاصل ضرب را باید در مقابل ت سیار طلب نمود .

و صورت عمل چنین نوشته میشود

بر خط فوقانی سطره	. . . .	۴	محل = ۸
بر زبانه معکوس	. . .	۲	۱

برهان طول سطره از نمره ۱ تا موضع نظیر عامل ۴ مساوی است با ۴ لك و در زبانه از این موضع تا محل سیار طول مساوی است با ۲ لك پس در روی سطره از نمره ۱ تا محل سیار طول مساوی است با ۲ لك + ۴ لك یعنی با ۲ × ۴ لك بنابراین حاصل ضرب در مقابل اوست ولی ما قاعده اول را ترجیح میدهیم و بر طبق آن رفتار میکنیم

مثال دوم مطلوب ۳ × ۱٫۳۶ باشد سیار را قرار دهید بر ۱٫۳۶ و در مقابل ۳ زبانه بجوئید ۴۰۸ (موافق حالت سوم مسئله دوم (۳۳۵)) و حاصل مطلوب ۴٫۰۸ است

بر خط فوقانی سطره	. . .	۱٫۳۶	۴۰۸ = ل
بر زبانه	. . . . . .	۱	۳

پس ۱٫۳۶ × ۳ = ۴٫۰۸

مثال سوم مطلوب است ۳۸ × ۳ بخوانید ۳٫۸ × ۳ و موافق قاعدهٔ اول سیار را قرار دهید بر ۳٫۸ مسطره و عدد ۱۱٫۴ را بر مقیاس دوم مسطره در برابر ۳ سیار طلب کنید (حالت سوم مسئلهٔ دوم ن ۳۱۶) که بعینه حاصل ضرب است و تغییر مکان ممیز لازم نیست

مثال چهارم مطلوب است ۷۸ × ۴ بخوانید ۷٫۸ × ۴ و موافق قاعدهٔ اول عدد ۳٫۱۲ را بر مقیاس دوم مسطره در مقیاس ۴ زبانه طلب کنید (حالت پنجم مسئلهٔ دوم ن ۳۲۵) و از روی دو عامل معلوم میشود که در حاصل ضرب یک رقم اعشار لازم است پس حاصل ضرب مطلوب ۳۱٫۲ است و نظر بقاعدهٔ ن ۳۱۵ که محل ممیز را در حاصل ضرب پیش از عمل بدست میدهد هیچ باک نیست که وقت ضرورت محل ممیز دو عامل را بقاعدهٔ ن ۳۲۸ تغییر دهید

۳۳۷ تتمهٔ کلی هرگاه سیار و عاملی که بر مقیاس زبانه اختیار شده هر دو واقع شوند بر یک مقیاس مسطره در اینصورت عدد ارقام حاصل ضرب واحدی کمتر از مجموع ارقام دو عامل است

مثال ۲۳ × ۴

و هرگاه سیار و عاملی که بر یک مقیاس زبانه گرفته شده واقع نشوند بر یک مقیاس مسطره یعنی یکی بر مقیاس اول نشد و دیگری بر مقیاس دوم در اینصورت عدد ارقام حاصل ضرب برابر است با مجموع ارقام دو عامل خود   مثال ۶ × ۲۳

در این حکم از ممیز اعشار صرف نظر شده و حالات اتفاقیه همین دو تا است پس ملاحظه کنید که از روی مسطره حساب چگونه ثابت شد حکمی که در تتمهٔ ن ۲۵ ذکر شده بود و برهان کامل است

فایدهٔ این تتمه در عمل ظاهر میشود و نیز در امتحانات که منتها ارقام صحاح حاصل ضرب

همان باشد که از روی مسطره بدست آمده بلکه در آنحالت که پیش از آن ارقام صحیحه داشته باشد در چنین حالت باید صفار چند بر سه چهار رقمی که نهایش از مسطره بدست آمده ملحق کنند و آنوقت چون از روی این چند عدد ارقام حاصل ضرب در دست است و از خارج هم عدد ارقام اعشار معلوم است در اینصورت میدانیم که باید صاحب چند رقم صحیح باشد و این عدد

مسطره بدقت مشخص میشود کافی است

وحال چند مثال ذکر میکنیم

۳٫۵×۵٫۵=۱۹٫۲۵	خط فرنگی	۳٫۵	۱۹۲۵ = ل
	زبانه	۱	۵۵
٫۴۵×۴۵=۱۵٫۷۵	خط فرنگی	۳٫۵	۱۵۷۵ = ل
	زبانه	۱	۴٫۵
۰٫ ۰۲۵×۶۵=۱٫۶۲۵	خط فرنگی	۲۵	۱۶۲۵ = ل
	زبانه	۱	۶٫۵

موافق قاعدهٔ ما باید اول نتیجه را در مقیاس اول یا دوم خواند از این قرار ۱۹۲۵ و ۱۵۷۵ و ۱۶۲۵ و بعد بملاحظه و حال معلوم محل ممیز را مشخص کرد

در قسمت عددی بر عدد دیگر از روی مسطرهٔ حساب

۳۳۸ فقره قاعده اول مقسوم و مقسوم علیه را بر وفق قاعده (۳۳۱) ترتیب میدهیم بعد از آن مقسوم علیه را بر مقیاس اول زبانه طلب نموده قرارش میدهیم بر مقسوم که در مقیاس دوم مسطره طلب شده باشد خارج قسمت بر کنار دست چپ زبانه واقع میشود بر وفق این قاعده دو حالت ممکن است اتفاق افتد اول آنکه چون مقسوم علیه در مقیاس اول

بر زبانه طلب کردیم هر دو واقع شوند در طول یکی از دو مقیاس مسطره دوم اگر هر کدام بر مقیاسی واقع شوند

حالت اول طول واقع مابین اولین ۱۰ (که در مقیاس دوم خوانده میشود) و مقسوم مساوی است بالگاریتم مقسوم (با مفصل صفر) و طول واقع مابین سیار و مقسوم علیه که بر مقسوم مطابق شده مساوی است بالگاریتم مقسوم علیه (با مفصل صفر) پس تفاضل مابین دو طول یعنی طول واقع مابین اولین ۱۰ و سیار مساوی میشود بالگاریتم خارج قسمت (مفصل صفر) و لهذا بر طرف طول اخیر خارج قسمت را مقابل سیار طلب میکنیم

حالت دوم در اینحالت باید دو مقیاس اصلی یک مقیاس فرض نمود پس طول مسطره از ۱ اولین مقیاس تا مقسوم مساوی میشود بالگاریتم مقسوم (بنابر اینکه این مقسوم صاحب مفصل ۱ باشد) و طول زبانه از مقسوم علیه تا معیار مساوی میشود بالگاریتم مقسوم علیه (که صاحب مفصل صفر باشد) پس تفاضل این دو طول یعنی فاصله مرة ۱ اولین مقیاس از سیار مساوی میشود بالگاریتم خارج قسمت (که صاحب مفصل صفر باشد) پس باید خارج قسمت را بر مقیاس اول مسطره بر طرف آن طول طلب نمود یعنی در کنار سیار)

مثال میخواهیم این خارج قسمت را معلوم کنیم ۸۴:۳ چنین مینویسیم ۸٫۴ : ۳

خط فوقانی مسطره . $\frac{۲۸}{۱} = \text{ل}$ $\frac{۸٫۴}{۳}$ پس ۲۸ = ۸۴:۳

زبانه

مثال دوم ۵٫۷۵ : ۳۵

خط فوقانی مسطره $\frac{۴۵}{۱} = \text{ل}$ $\frac{۱۵٫۷۵}{۳٫۵}$ پس ۰٫۴۵ = ۱۵٫۷۵:۳۵

زبانه

چون خارج قسمت بدست آمد ملاحظهٔ دو ممیز مقسوم و مقسوم علیه موضع ممیز خارج قسمت بدست می‌آید (نظر کنید بدو مثال فوق و امثلهٔ بعد)

۳۳۹ هر گاه مقسوم علیه را اینجا ل آنقدر ترقی یا تنزل دهیم که عدد ارقام صحیحش برابر صحیح مقسوم شود و آن وقت کوچکتر از مقسوم باشد میتوان در آن باین وجه عمل نمود

مقسوم علیه را از بین ... و اول رباب را طلب نمود و مقسوم را بر مقیاس اول مسطره
این دو موضع را مطابق کنید و در کنار و سیار خارج قسمت را طلب نمائید
این قاعده در مثال اول ۳ : ۸۴ جاری میشود ولی در مثال دوم ممکن نیست دو ...
قاعدهٔ اول ... ولی ... دانستن این قاعده را استعمال نمود

۳۴۰ قاعده چون رباب را از سر کنیم و مقسوم را بر مقیاس دوم مسطره طلب کنیم و سیار را برابر او قرار دهیم خارج قسمت واقع میشود در کنار مقسوم ... بر مقیاس اول رباب طلب شده باشد

مثال اول مطلوب این خارج قسمت است ۳ : ۸۴

خط فوقانی مسطره	ل = ۲۸	۸۴	پس ۲۸ = ۸۴ : ۳
رباب	۳	۱	

مثال دوم مطلوب است ۳۵ : ۱۵٫۷۵

خط فوقانی مسطره	ل = ۴۵	۱۵٫۷۵	پس ۰٫۴۵ = ۳۵ : ۱۵٫۷۵
رباب	۱۵	۱	

از مبنای این قاعده و فنی ظاهر میشود که ما هم یک مقسوم را بر چند مقسوم علیه قسمت کنیم

مثال میخواهیم ۳۶ را بترتیب قسمت کنیم بر این اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۹
چون رباب را از سر کنیم و سیار را بر مقسوم ۳۶ قرار دهیم و مقسوم علیه ها را بر رباب طلب کنیم خارج قسمتهای مطلوب بترتیب واقع میشوند در کنار آنها بر خط فوقانی مسطره

خط فوقانی مسطره	۴	۶	۹	۱۲	۱۸	۳۶
رباب معکوس	۹	۶	۴	۳	۲	۱

۳۴۱ ستینه هرگاه سیار و مقسوم علیه واقع بر یک مقیاس رباب ... و ... بر یک مقیاس مسطره در این صورت عدد ارقام مقسوم (حاصل ضرب) برابر است با مجموع ...

ارقام مقسوم علیه و خارج قسمت (و اینجا صرف نظر از ممیز شده) پس عدد ارقام خارج قسمت مساوی
میشود با عدد ارقام مقسوم منهای عدد ارقام مقسوم علیه باضافه ۱ و هرگاه بسیار و مقسوم علیه رقم
بیک مقیاس را به مطابق بشوند هر کدام بر مقیاسی از سطره عدد ارقام مقسوم (حاصل ضرب)
مساوی میشود با عدد ارقام مقسوم علیه باضافه عدد ارقام خارج قسمت بنابراین عدد ارقام خارج
قسمت مساوی میشود با عدد ارقام مقسوم منهای عدد ارقام مقسوم علیه این نتیجه متفرع است بر نتیجه
۲۳۳ و در چنان حالت بکار آید

اصول علم حساب اینجا بآخر رسید

تنبیه

سطره حساب را جهت
هر گاه کسی را وقت
با آن حاجت افتد ممکن است
دریافتن

در استعمال و فایدهٔ علم حساب در تجارت و صنایع و علوم

در اصل کتاب از اصطلاحات و رسوم خارجه آنچه مربوط باشد بحساب چیزی ذکر نشد پس من باب اطلاع مهندسین مناسب دیدیم بعضی از آنها را که دانستنش بیشتر بکار آید اینجا ذکر کنیم

در ربح و ...

۱ مقصود از اعاده مسئله اینجا بیان اختصارات کلیه است که در صرافیها و تجارتخانها همواره در محاسبات ربحیه بعمل می آورند و در ضمن بیان آن اصول نکات کلیه ذکر میکنیم که بتوان وجوه دیگر در اختصار بدست آورد و از این گذشته عادت در این اعمال خیلی دخیل است در دریافتن راه اختصار مانند سایر اعمال ممکنه

تنبیه سابق ذکر نمودیم که تنزیل کردن حجت آنست که ربح مبلغ آنرا بازاء مدتی که قبل از وعده مطالبه میشود مشخص کنند و آنرا از مبلغ کاسته باقی را بصاحب حجت بدهند پس آنچه در خصوص رابحه ذکر میکنیم به تنزیل تجارتی نیز تعلق میگیرد و این دو کلمه را بتفاوت استعمال میکنیم

در تعیین ربح یکساله یا چندساله مبلغی ربح یکساله را معلوم کنند و ضرب کنند در عدد سنین در ربح یکساله سابق این قاعده را بدست دادیم که سرمایه را در نرخ ضرب کنند و تمیز اعشاری حاصل را قسمت کنند بر ۱۰۰

این قاعده چنین بدست آید که در دستور $\frac{م \times ن \times ه}{۱۰۰} =$ ح فرض کنید ۱ = م

$\frac{ن \times ه}{۱۰۰}$

ربح را فرض میکنیم ۵ در ٪ یعنی ۵=س و آنوقت ۱۰ : $\frac{س}{۲} = \frac{س}{۲۰} = \frac{۵ \times س}{۱۰۰} = ح$

پس این قاعده بدست آمد در تعیین ربح سرمایه که بنرخ ۵ در ٪ باشد سرمایه را نصف کنید و اعشارش را یکرقم بیشتر از آنچه در سرمایه است جدا کنید

مثال

سرمایه	۳۸۴۲٫۲۰
ربح از قرار ۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱

هرگاه ربح ۵ در ٪ را بازاء سنواتی بخواهیم که عددش زوج باشد مثل ۲ع تساوی چنین میشود

$$ح = \frac{س \times ۲ع}{۲۰} = \frac{ع \times س}{۱۰}$$

یعنی ربح باین وجه معلوم شود که سرمایه را در نصف عدد سنین ضرب کنید و اعشار حاصل ضرب را یکرقم بیشتر از آنچه بود بگیرید

ربح ۱ در ٪ بعینه سرمایه است بنابر انکه دو رقم اعشار از ممیزش جدا کنید یا ممیزش را دو مرتبه بسمت یسار نقل کنید ربح $\frac{۱}{۲}$ در ٪ نصف سرمایه است بنابر انکه اعشارش را دو رقم بیشتر از سرمایه بگیرید

چون این مقدمات معلوم شد صورت حساب ربح یکساله را بنرخهای معمول در اینجا عمل کنیم

سرمایه ۳۸۴۲٫۲۰

ربح ۶ در ٪	۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱
	۱ در ٪	۳۸٫۴۲۲
	مجموع	۲۳۰٫۵۳۲
ربح ۵ $\frac{۱}{۲}$ در ٪	۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱
	$\frac{۱}{۲}$ در ٪	۱۹٫۲۱۱
	مجموع	۲۱۱٫۳۲۱
ربح ۵ $\frac{۳}{۴}$ در ٪	۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱ (*)
	$\frac{۱}{۲}$ در ٪	۱۹٫۲۱۱
	$\frac{۱}{۴}$ در ٪	۹٫۶۰۵
	مجموع	۲۲۰٫۹۲۶

ربح ۴ $\frac{۱}{۲}$ در ٪

۵ در ٪		۱۹۲٫۱۱
$\frac{۱}{۲}$ در ٪		۱۹٫۲۱۱
	باقی	۱۷۲٫۹۰

ربح ۴ $\frac{۳}{۴}$ در ٪

۵ در ٪		۱۹۲٫۱۱
$\frac{۱}{۴}$ در ٪		۹٫۶۰
	باقی	۱۸۲٫۵۱

ربح ۶ $\frac{۱}{۲}$ در ٪

۵ در ٪		۱۹۲٫۱۱
۱ در ٪		۳۸٫۴۲۲
$\frac{۱}{۲}$ در ٪		۱۹٫۸۵۷
	باقی	۲۴۳٫۳۴

در این محاسبات و محاسبات ذیل قاعده حصص صحیحه را اختیار نموده ایم

ربح ۳ $\frac{۳}{۴}$ در ٪ ($\frac{۳}{۴}$ ربع ۳ است)

۳ در ٪		۱۱۵٫۲۶۶
$\frac{۳}{۴}$ در ٪		۲۸٫۸۱۶
	مجموع	۱۴۴٫۰۸۲

۳ در ٪		۱۱۵٫۲۶۶
$\frac{۱}{۲}$ در ٪		۱۹٫۲۱۱
	مجموع	۱۳۴٫۴۷۷

ربح ۲ $\frac{۱}{۲}$ در ٪ ...... باقی ۹۶٫۰۵۵

در نرخ اخیر تساوی این است ۱۰: $\frac{۳}{۴} = \frac{۳۰}{۴۰} = \frac{۳۰ \times ۲\frac{۱}{۲}}{۱۰۰}$ یعنی ربح سرمایه را بگیرید و یک رقم اعشار پس از آنچه در سرمایه است از او جدا کنید

ربح از قرار ۲ $\frac{۳}{۴}$ در ٪

۲ $\frac{۱}{۲}$ در ٪		۹۶٫۰۵۵
$\frac{۱}{۴}$ در ٪		۹٫۶۰۵
	مجموع	۱۰۵٫۶۶۰

(زیرا $\frac{۱}{۴}$ عشر ۲ $\frac{۱}{۲}$ باشد)

ربح از قرار ۲ $\frac{۱}{۴}$ در ٪

۲ $\frac{۱}{۲}$ در ٪		۹۶٫۰۵۵
$\frac{۱}{۴}$ در ٪		۹٫۶۰۵
	باقی	۸۶٫۴۵۰

و لازم نیست دیگر ربح $\frac{1}{4}$ ا و $\frac{1}{3}$ ا و آن را ببینیم چونکه ربح کسری بدست آید

در تعیین ربح از برای سنین و شهور و ایام

و در این عمل نیز بقاعدهٔ حصص صحیحه پیش رویم

مثال میخواهیم ربح مبلغ ۳۸۴۲۰٫۲۵ از قرار $\frac{1}{4}$ ۴ در صد را در ۶ سال ۱۰ ماه معلوم کنیم و این است صورت حساب

سرمایه ۳۸۴۲۰٫۲۰ و ربح از قرار $\frac{1}{4}$ ۴ در صد

ربح یکساله	۵۰ در ٪	۱۶۲٫۱۱
	$\frac{1}{4}$ در ٪	۱۹٫۲۱۱
	بسے	۱۷۲٫۸۹۹

ربح ۶ ساله	۱۰۳۱٫۳۹۴
.... ۹ ۱ ۶	۸۶٫۴۴۹
...... ۱ ۲ ۴	۵۷٫۶۳۳
ربح ۶ سال ۱۰ ماه	۱۳۵۴٫۴۷۵

و اگر شهور عوض ۱۰ ماه ۱۱ ماه بود تفصیل میکردیم آن را به ۶ ماه ۳ ماه و ۲ ماه

و اگر تمام مدت ۴ سال ۸ ماه بود ربح ۸ ماه را ثلث ربح ۲ ساله میگرفتیم

و اگر نرخ تجارتی بالفرض در سال ۶ در ٪ بود چنین ملاحظه میکردیم که ماهانه اش $\frac{1}{2}$ در ٪ بود و ۱۵ روزه اش $\frac{1}{4}$ در ٪ و ۳ ماه یا ۹۰ روزه اش ۱ در ٪ و ۶۰ روزه اش ۱ در ٪ و از این نکات بطریق ذیل فایده میبریم

میخواهیم ربح مبلغ ۲۵ ر ۳۸۴۲ را از قرار ۵ در ٪ در مدت ۳۸ روز معلوم کنیم

بازاء	۳۰	روز	۱۹٫۲۱۱
بازاء	۶	روز	۳٫۸۴۲
بازاء	۲	روز	۱٫۲۸
			۲۴٫۳۳۳

و حال مثالی دیگر در محاسبهٔ ربح ذکر میکنیم بقاعدهٔ حصص صحیحه

میخواهیم ربح مبلغ ۲۰ ر ۳۸۴۲ را از قرار ۶ در ٪ در مدت سه سال ۸ ماه ۲۴ روز معلوم کنیم

ربح یکساله	۵ در ٪	۱۹۲٫۱۱
	۱ در ٪	۳۸٫۴۲
		۲۳۰٫۵۳
ربح ۳ ساله		۶۹۱٫۵۹
۲ ماه		۳۸٫۴۲
۶ ماه		۱۱۵٫۲۶
	۶ روزه	۳٫۸۴۲ (۱ در قرار ۶ در ٪)
	۱۸ روزه	۱۱٫۵۲۶
۳ ساله ۸ ماه ۲۴ روزه		۸۶۰٫۶۴

و هرگاه بخواهیم ربح را از قرار ۳ در ٪ بازاء مدتی معلوم کنیم اول بازاء همان مدت از قرار ۶ در ٪ معلوم میکنیم و بعد حاصل را نصف میکنیم

ذکر قاعدهٔ عدد و مقسوم علیه

۴ در معاملات بسیار محتاج میشویم باینکه ربح یا تنزیل را بازاء مدتی کمتر از سال معلوم کنیم مثلا میخواهیم ربح را در چند ماه یا در چند روز یا چند ماه و چند روز تنزیل کنیم در اینصورت رسم و قانون این است که در هر تاریخ عدد ایام ماه را آنچه حقیقت است بنویسیم نه بطور وسط همه را سی روزه بگیریم مثلا در تاریخ مسیحی ماه فروری را ماه ۲۸ روزه بگیریم (و شرح این ماه و روز را حقیر در علم هیأت جدید بتفصیل ذکر نموده)

چون طول ماه مختلف است در ربح حالت بعنوان آن را واحد و مقیاس زمان گرفت واحد

در تحدید عدد ایام

ـب نباید و در ایران بر خلاف مقصود آنکه در هر صورت یکی از این دو روز
باید محسوب شود نه هر دو

چون این مقدمات معلوم شد فرض میکنیم سَه سرمایه باشد و ع عدد ایامی که بازاء آن باید
ربح یا تنزیل سَه معلوم شود و ذ ربح یکتومان در یکروز
ربح ۱ تومان در ۱ روز ذ باشد پس ربح سَه تومان در یکروز ذ × سه شود و در ع روز
ع × ذ × سه بنابراین ذ × ع × سه = ح (۱)

در هر مسئله مبلغ سرمایه سَه معلوم است و عدد ایام را بطریق (۳۰۴) اصل کتاب معلوم کنیم
یعنی بعمل جمع اگر تاریخ هجری معتبر باشد یا از روی جدول بعد اگر مسیحی معتبر باشد
و مبلغ ذ را باید از روی نرخ سالیانه ه در صد استنباط نمود

با آنکه تجار و صرافان عدد ایام را بدقت محسوب میدارند نرخ یکتومان را در ۱ روز مبلغ
$\frac{1}{360}$ نرخ سالیانه میگیرند یعنی سال را ۳۶۰ روز فرض کرده‌اند نه ۳۵۴ قمری و
نه ۳۶۵ روز شمسی چونکه عدد ۳۶۰ عاد بسیار دارد و استعمالش سهل تر است تا ۳۵۴
که صاحب سه عاد ۲ و ۳ و ۵۹ است و نیز از ۳۶۵ که صاحب دو عاد ۵ و ۷۳ است
این مقدمه معلوم شد گوییم ه نرخ ربح یا تنزیل بود در صد سال پس میتوانیم چنین مشروح

ربح	۱۰۰ تومان	در	۳۶۰ روز	میباشد	ه تومان
ربح	۱۰۰	در	۱	میباشد	$\frac{ه}{۳۶۰}$
ربح	۱	در	۱		

= ذ فرض میکنیم

حال چون در شادی اخیر بجای ع نرخهای معمول ذیل را قرار دهیم

۱ و ۲ و ۳ و ۴ و $۴\frac{۱}{۲}$ و ۵ و ۶ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۸ و ۲۴ .

که همه مأخذ ۱۰۰ اند و هر کسر را بصورت مختصر خود تحویل کنیم مبالغ نظایر ۱۰۰ چنین میشود

$\frac{۱}{۳۶۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۸۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۲۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۹۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۸۰۰۰}$

$\frac{۱}{۷۲۰۰}$ ، $\frac{۱}{۶۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۴۵۰۰}$ ، $\frac{۱}{۴۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۳۶۰۰}$

$\frac{۱}{۳۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۲۰۰۰}$ ، $\frac{۱}{۱۵۰۰}$

و مبلغ ربح یا تنزیل ح که بنظیر هر کدام از آن نرخها باشد بر وفق شادی (۱) چنین میشود

نرخها	۱	۲	۳	۴	$۴\frac{۱}{۲}$
ربحها / مقسوم علیهها	$\frac{ع \times سه}{۳۶۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۱۸۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۱۲۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۹۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۸۰۰۰}$
نرخها	۵	۶	۸	۹	۱۰
ربحها / مقسوم علیهها	$\frac{ع \times سه}{۷۲۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۶۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۴۵۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۴۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۳۶۰۰}$
نرخها	۱۲	۱۸	۲۴		
ربحها / مقسوم علیهها	$\frac{ع \times سه}{۳۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۲۰۰۰}$	$\frac{ع \times سه}{۱۵۰۰}$		

در این همه اشکال هر نرخی را مقسوم علیهی از حاصل ضرب ع × سه بنظیر است و این مقسوم علیه متعلق است بهمان نرخ و جز آن متعلق نیست بهیچ نرخ

اشخاصی که شغل و عملشان محاسبهٔ تنزیل و ربح باشد جمیع آن مقسوم علیهها را بخاطر سپرده اند و در هر صورت میتوان جدولی از اینها ترتیب داد از آنچه ذکر شد ترتیب چنین جدول آسان است

مسئله: در روز ۱۱ ماه مه ۱۸۵۵ تنزیل نمودند حجتی را که مبلغش ۳۲۴۵ فرانک بود و نرخش ۴ در ۱۰۰ و موعدش ۲۵ دسمبر همان سال و مطلوب مبلغ تنزیل است

$ع = ۲۰ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۱ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۰ + ۲۴ = ۲۲۷$ و $سه = ۳۲۴۵$

۳۲۴۰ × ۲۲۷ = ع × مد و مقسوم علیه ۹۰۰۰ است

ح = ۳۲۴۰×۲۲۷ / ۹۰۰۰ = ۳۶×۲۲۷ / ۱۰۰ = ۸۱٫۷۲ تومان

قاعدهٔ کلیه در حساب ربح یا تنزیل سرمایه ان سرمایه را ضرب کنید در عدد ایام و حاصل را قسمت کنید بر مقسوم علیهی که متعلق برخ مفروض باشد

در عمل مرابحه و تنزیل حاصل ضرب سرمایه را در عدد ایام (ع × مد) عدد گویند و این اصطلاح نزد صرافان خارج مستعمل است و وجه تسمیه اش اینجا لازم نیست

استعمال عدد و مقسوم علیه که بتعین مشخص شد مفیدست خاصه در آنحالت کثیر الوقوعی که صراف یا تاجر بخواهد با یک نفر مشخص حساب ربح و تنزیل چند فقره مجت را نماید

نرخ ربح بحسب اوقات و بحسب خصوصیات مجت ممکن است مختلف شود ولیکن در صورت اتحاد وقت و نرخ اکثر معاملات بیک نرخ است و بنابراین استعمال دستور ع×مد / مق = ح کمال سهولت دارد و نظر باینکه جمیع اعداد صاحب یک مقسوم علیه میشوند

مثال در روز ۶ ماه مارس ۱۸۵۵ زید تنزیل کرد نزد عمرو حجتهای ذیل را که ربح جمیع از قرار ۶ در صد بوده

تومان ۵۰۰	پاریس	۲۵	ژون
۱۲۰۰	"	۱۵	اوریل
۹۵۰	"	۲۵	مه
۱۳۲۵٫۳۰	"	۲۰	اوریل

پاریس ششم مارس

صورت حساب

سرمایه‌ها				روزها	اعداد
۱۲۰۰	پاریس	۱۵	اوریل	۴۰	۴۸۰۰۰
۱۳۲۵٫۳۰	"	۲۰	اوریل	۴۵	۵۹۶۳۸٫۵
۹۵۰		۲۵	مه	۸۰	۷۶۰۰۰
۵۰۰		۲۵	ژون	۱۱۱	۵۵۵۰۰
۳۹۷۵٫۳۰					۲۳۹۱۳۸٫۵
۳۹٫۸۵					

۲۳۹۱۳۸ / ۶۰۰۰ = ۲۳۹٫۱۳۸ / ۶ = ۳۹٫۸۵ تنزیل (وضع او اکرد) ۳۹۳۵٫۴۵

قاعده خیلی آسان و مختصر در تعیین تنزیل کل عدهٔ ایام تنزیل هر حجت را بنمائید واز روی عدد متعلق بهر حجت را معلوم کنید و مجموع ان اعداد را قسمت کنید بر مقسوم علیهی که مطابق نرخ مفروض باشد

از این قرار $\frac{ع \times سه + ع'' \times سه''}{مق}$

در هنگام حساب حجتها را ابتدا از انکه نزدیکتر باشد بترتیب عدد ایام تنزیل مرتب میکنند از این قرار چون ایام تنزیل حجت اول که اینجا ۴۰ روز است بدست آمد عدد بر ایام ۴۵ وغیره زودتر بدست می آید (وعلاوه برآن میتوانید بجدول ما بعد رجوع کنید).

۳۳ جدولی ترتیب داده اند مشتمل بر ایام مابین است رخین و آن چون آسان است و سهل الاستعمال در محاسبات ربح بسیار مفید و در کار است صورتش در صفحهٔ ما بعد است

و طریق استعمالش از این قرار

مثال اول مطلوب عدهٔ ایام گذشته است از دوزدهم ماه مه تا ۳۰ سپتمبر سیر کنید در طول سطر افقی که بعنوان ۱۲ مه است تا برسید بستون قائمی که عنوانش ۳۰ سپتمبر است پس عدد ۱۴۳ که در محل تلاقی آن دو ستون نوشته شده عدد ایام مطلوب است

مثال دوم مطلوب عدد ایام ماضیه است از ۵ ژوئن تا ۲۵ سپتمبر

جدول عدد ایام و نهایین دو تاریخ

(سال مابعد)

ژانویه	۳۱	۵۹	۹۰	۱۲۰	۱۵۱	۱۸۱	۲۱۲	۲۴۳	۲۱۳	۳۰۴	۳۳۳	۳۶۵
فوریه	۲۸	۵۹	۸۹	۱۲۰	۱۵۰	۱۸۱	۲۱۲	۲۴۲	۲۷۳	۳۰۳	۳۳۴	۳۶۵
مارس	۳۱	۶۱	۹۲	۱۲۲	۱۵۳	۱۸۴	۲۱۴	۲۴۵	۲۱۵	۳۰۶	۳۳۷	۳۶۵
اوریل	۳۰	۶۱	۹۱	۱۲۰	۱۵۳	۱۸۳	۲۱۴	۲۴۴	۲۷۵	۳۰۶	۳۳۴	۳۶۵
مه	۳۱	۶۱	۹۲	۱۲۳	۱۵۳	۱۸۴	۲۱۴	۲۴۵	۲۷۶	۳۰۴	۳۳۵	۳۰۵
ژوئن	۳۰	۶۱	۹۲	۱۲۲	۱۵۳	۱۸۳	۲۱۳	۲۴۵	۲۷۳	۳۰۴	۳۳۴	۳۶۵
ژوئیه	۳۱	۶۲	۹۲	۱۲۳	۱۵۳	۱۸۴	۲۱۵	۲۴۳	۲۷۴	۳۰۴	۳۳۵	۳۶۵
اوت	۳۱	۶۱	۹۲	۱۲۲	۱۵۳	۱۸۴	۲۱۲	۲۴۳	۲۷۳	۳۰۴	۳۳۴	۳۶۹
سپتامبر	۳۰	۶۱	۹۱	۱۲۲	۱۵۳	۱۸۱	۲۱۲	۲۴۲	۲۱۳	۲۵۳	۳۳۴	۳۶۵
اکتبر	۳۱	۶۱	۹۲	۱۲۳	۱۵۱	۱۸۲	۲۱۲	۲۴۳	۲۷۳	۳۰۴	۳۳۵	۳۶۵
نوامبر	۳۰	۶۱	۹۲	۱۲۰	۱۵۱	۱۸۱	۲۱۳	۲۴۲	۲۷۳	۳۰۴	۳۳۴	۳۶۵
دسامبر	۳۱	۶۲	۹۰	۱۲۱	۱۵۱	۱۸۴	۲۱۲	۲۴۳	۲۷۴	۳۰۴	۳۳۵	۳۶۵

محل تقاطع خط افقی ژون و ستون ثالث سپتمبر را طلب کنند رقم ۹۲ که آنجا نوشته شده
عدد ایام ماضیه از ۵ ژون تا ۵ سپتمبر است پس ۲۵ روز دیگر بر آن اضافه کنند تا از ۵
رسیده به ۳۰ سپتمبر

مثال سوم مطلوب عدد ایام ماضیه از ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ است تا ۱۲ مه ۱۸۵۳
طلب کنند محل تقاطع سطر افقی سپتمبر و ستون ثالث مه از سال آینده را رقم ۲۴۲ که آنجا
نوشته عدد ایام ماضیه از ۳۰ سپتمبر است تا ۳۱ مه واز انفراد عدد مطلوب ۲۲۳.

در محاسبات رسمیه متداوله تجار

۴ع شخص صرافی که از قدیم معامله با تاجری داشت چند فقره تنخواه از جانب
آن شخص تاجر دریافت نمود اول ۴۲۶ تومان بتاریخ ۱۱ مارس ۱۸۵۲ دوم ۴۶۲
بتاریخ ۱۹ اوریل سوم ۱۸۰ تومان بتاریخ ۷ مه و همین شخص صراف ۵ ۱۸۴ را بآن
تاجر مدیون بود بوعده ۳۱ دسمبر ۱۸۵۱ و از طرف مقابل در وجه آن تاجر
چند فقره تنخواه کارسازی کرده است اول ۳۸۰ تومان بتاریخ ۲۵ ژانویه دوم
۸۵۲ بتاریخ ۲۲ مارس سوم ۵۴۶ تومان بتاریخ ۱۰ اوت و میخواهند در ۳۰
سپتمبر ۱۸۵۲ تفریق محاسبات نمایند و ضمن العقد میان آنها شرط شده
که شخص صراف هر وقت از جانب آن تاجر تنخواهی دریافت کند حق خدمتی از قرار
۳ در صد از آن تنخواه دریافتی بردارد و نرخ مرابحه میان این دو نفر
از قرار ۴ در صد بوده است در سال

ظاهر است که نمیتوان این مسئله را بطریق رسمی حل نمود بطوریکه از طرفی معلوم کنیم مبلغ
تنخواهی را که صراف بتاجر مدیون میشود و چه از بابت وجوهی که دریافت نموده است و چه از بابت
ربح آنها و از طرفی مبلغ تنخواهی را که خود طلبکار میشود و چه از بابت مبالغی که در وجه

تاجر داده است وچه از بابت ربح آنها وچه از بابت حق زحمت خود ولیکن در حق این نوع
مسائل طریق بدیعی در دست است که تفریق با بدون محاسبه تفریق محاسبات میشود
درهمان روز مطلوب و در تفریق حساب مذکور همین طریق را معمول داریم چنانچه ملاحظه میشود

داد و ستد خرج — صورت تفریق محاسبات زید صراف با عمرو تاجر — ستد با جمع

ماه	روز	تنخواهی که از جانب صراف به تاجر داده شده	تومان		طلب تاجر: اعداد	ماه	روز		تومان		اعداد
ژانویه	۲۵	گذار	۳۸۰	۲۵	۹۵۰۰	دسمبر	۲۱	تجدید	۵۰ ۷۸۴		
مارس	۲۲	گذار	۸۵۲	۸۲	۶۹۸۶۴	مارس	۱۱	دریافت	۴۲۰		۳۰۲۴۶
اوت	۱۵	گذار	۵۲۶	۲۲۲	۱۱۶۷۲۲	اوت		دریافت	۴۶۲		۵۰۸۲۰
سپتمبر	۳۰	تفاوت میزان						دریافت	۱۸۵	۱۲۸	۲۳۰۴۰

دو ماه ۹۴۵۰ | ۲۷ | ۲۵۸۹۳

حق زحمت از قرار
۱/۴ در % ۳۵۶

۱۸۲۵۶۰

میزان تجدید ۱۰۴۰۴

۱۰۴۰۴ — ۱۸۲۵۶۰

در این مسئله هرچه باشد تواریخ معاملات مختلفه صراف با تاجر از تنخواه دریافتی داده در تفریق محاسبات موافق این قاعده جمیع ربحها را از یک مبدأ گیرند و یک منتها از روز مشخص تا روز مشخص اما مبدأ تا تاریخ معامله است که قدیم تر از همه واقع شده باشد اعم از آنکه تنخواه دریافتی باشد یا گذار و منتها روز تفریق محاسبه است

در مثال معامله اول ضبط تتمه حساب سابق است که مبلغ ۷۸۴٫۵ تومان بوده است بوعده ۳۱ دسمبر ۱۸۵۱ و روز تفریق حساب ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ خارجه بوده

پس منافع جمیع وجوهی که در معامله آمده است باید از ۳۱ دسمبر ۱۸۵۱ خارجه محسوب شود
تا ۳۰ سپتمبر ۱۸۵۲ داخله (مقصود از کلمه خارجه آنست که روز مبدأ محسوب نمیشود و
داخله یعنی آنست که حساب میشود)

اما در خصوص تواریخ مختلفه که از آن دریافتهای شرکا سوای حساب بطریقی مرتب شده که رعایت
جمیع اختلافات میشود از قرار تفصیل ذیل

چون صراف روز ۲۵ ژانویه ۱۸۵۲ مبلغ ۳۸۰ تومان فروجه تاجر کارسازی نمود
این گذار اول را در محل دیون تاجر ضبط میکنند و از بابت ربح این مبلغ نظر بآنکه از
ابتدای ۲۵ ژانویه خارجه حق آن صراف است نه مقدم پس ربح از ۳۱ دسمبر خارجه
تا آن تاریخ حق تاجر است و من باب آنکه بعد از این بتواند نفع آن تنخواه را در این مدت جزو
مطالبات او محسوب دارد در ستون مطالبات تاجر که اعداد و سمت یمین باشد ضبط میکنند
این عدد ۲۵ × ۳۸۰ یا ۹۵۰۰ را که نظیر ربح ۳۸۰ تومان است در ۲۵ روزه
و این تدبیر تکافی عمل میشود

و چون بابت ربح ۱۱ مارس ۱۸۵۲ مبلغ ۴۲۶ تومان از جانب تاجر دریافت نمود
این مبلغ را جزو مطالبات آن شخص بنویسید و لیکن نظر بآنکه ربح آن را از تاریخ
۳۱ دسمبر خارجه تا زمان دریافت بخرج تاجر آورده در جزو مطالبات خود ثبت میکنند
عدد ۷۱ × ۴۲۶ یا ۳۰۲۴۶ را که نظیر ربح ۴۲۶ تومان باشد در مدت ۷۱ روز
از ۳۱ دسمبر خارجه تا ۱۱ مارس و آن در ستون یسار است بعنوان اعداد (ماه فوریه
۱۸۵۲ بیست و نه روز محسوب شده)
و حکم سایر معاملات بعد نیز چنین است
و چون میخواهند در ۳۰ سپتمبر تفریق محاسبات مذکور نمایند شخص صراف سرمایه‌ها را

نه‌دوار و صندوقش شده جمع میکنیم میزانش ۱۸۵۲٫۵۰ تومان میشود و همچنین سواتهائی
که از صندوق رد به تاجر خارج شده میزانش ۱۷۵۸ تومان باشد و اینها تفاضل صرفه
تاجر است از این قرار

!۹۴٫۵۰ × ۲۷۴ یعنی عدد این نمره و ۱۸۵۲٫۵۰ − ۱۷۵۸٫۰۰ = ۹۴٫۵۰
۲۵۸۹۳ نظیر ۲۷۴ روز ربح است (از اول ژانویه تا ۳۰ سپتامبر) و باید در جزو مطالبات
تاجر نوشته شود و افزوده شود بر اعدادی که سابق بهمین عنوان (اعداد دیمین) نوشته
شده پس اعداد مطالبات تاجر را جدا جمع میکنیم (در ستون اعداد دیمین) میبینیم ان
۲۲۱۹۷۹ باشد و همچنین اعداد مطالبات صراف را (در ستون بال) و میزانش ۱۰۴۱۰۶
باشد و تفاضل میزان دو عدد نیست

۲۲۱۹۷۹ − ۱۰۴۱۰۶ = ۱۱۷۸۷۳

و این صرفه تاجر است پس این تفاضل را قسمت کنیم بر مقسوم علیه ۹۰۰۰ که نظیر نرخ ۴ درصد شد
خارج قسمت این است ۱۳٫۰۹۷ تومان یا ۱۳٫۱۰ تومان و آن تفاضل اعداد است
بصرفه تاجر پس آنرا هم اضافه کنیم بر مجموع وجوه مطالبات او حال صراف باید بنابر
قرارداد از آنچه دریافت نموده حق زحمتی ۱/۴ درصد سهم خود قرار دهد در ۱۰۴۸ تومان
۱/۴ درصد چنین میشود ۲٫۶۲ تومان این مبلغ را هم بر دین تاجر حسابی افزائیم و در آخر
که تفریق مطالبات طرفین بنمائیم چنین میشود ۱۰۴۰٫۲۴ = ۱۱۶۱٫۵۶ − ۹۶٫۶۵
طلب تاجر است در تاریخ ۳۰ سپتامبر که باید بخواهد نقد دریافت کند یا حساب تازه بگیرد
نظر بآنکه میزان طرفین معادل شود مبلغ فصل ۱۱۷۸۷۳ را بر مجموع اعدادی که میزانش کمتر است
اضافه کنیم و تفاضل طلب و دین تاجر را برد نماید و هرگاه متعلم این قاعده را دریافت
نماید می‌بینیم که چه قدر آسانتر شد اینکه بجای حساب جوه را از تاریخ معین که نوشتیم

تا تاریخ معین یعنی مدت همه را برابر فرض نموده ایم و بعد تکافی کردیم

برهان نظر باینکه این قاعدهٔ بدیع خوب واضح شود و میتوان از قوه بفعل آورد بهتر است که نکته اش را ذکر کنیم در این مسئله چهار فقره را باید معلوم کرد تا تفریق معادله شود اول تفاوت خوبی صراف با آنچه داده است دوم منافع وجوهی که صراف بتواریخ مختلفه داده است و باید بازاء مدتهای مختلفی که نزد تاجر بوده عاید او بشود سوم منافع وجوهی که صراف بتواریخ مختلفه دریافت کرده و باید بازاء مدتهای مختلفی که نزد او بوده عاید تاجر بشود چهارم حق زحمت صراف از بابت دریافت وجوه

اما فقرهٔ اول از این تساوی معلوم میشود

دریافتی صراف — دریافتی تاجر — طلب تاجر

$$1853{,}5 - 1758 = 94{,}5$$

اما فقرهٔ دوم مجموعش این است

$$\frac{380\times(274-25)+852\times(274-82)+526\times(274-222)}{9000}=$$

$$=\frac{(380+852+222)\times 274-(380\times 25+852\times 82+526\times 222}{9000}=$$

$$=\frac{1758\times 274-(380\times 25+852\times 82+526\times 222}{9000}$$

و بهمین وجه ثابت میشود که فقرهٔ سیم حاصلش این است

$$\frac{1853{,}5\times 274-(426\times 71+463\times 110+185\times 138)}{9000}$$

و فصل فقرهٔ سوم بر دوم چنین میشود

$$\frac{94{,}5\times 274+196016-104106}{9000}=\frac{221979-104106}{9000}=$$

$$=\frac{117873}{9000}=13{,}1$$

و حق زحمت سابق معلوم شد ۳٫۵۶ تومان است پس خلاصهٔ عمل چنین است

خلاصه طلب تاجر — حق العمل صراف — تفاضل مرابحه طرفین — حد طلب تاجر

$$94{,}5+13{,}1-3{,}56=104{,}04$$

شرح جدول سابق از روی این تفصیل خوب معلوم میشود

در تعیین موعد وسطی

٥ گاه چنان اتفاق می افتد که شخص عوض آنکه سندهای مختلفة المواعید خود را تنزیل یا معاوضه
کند میخواهد معاوضه نماید آنها را با یک سند که مجموع اصلش مساوی میزان سایر سندها باشد
ولیکن موعد وسطی داشته باشد مقابل با آن مواعید مختلفه در اینحالت باید موعد وسطی بدست آورد

مثال در ۱۵ ماه مارس زید سندهای ذیل را نزد عمرو آورده و خواهش نمود
که آنها را قبول نموده در عوض سندی بدهد بموعد وسطی یعنی که نظر بمبلغ و موعد
هر کدام از آنها واسطه باشد مابین موعدهای مذکوره

تومان ١٠٨٨	پاریس	١٥	آوریل
٨٠٠	"	٢٥	آوریل
١٠٠٠	"	٥	مه
٤٠٠	"	١٥	مه
١٢٠٠	"	٣١	مه

پس روز مطلوب باید چنان باشد که زید هر وقت بخواهد آنرا تنزیل کند و وجه نقد گیرد
همان مبلغ عاید او شود که گویا همان روز و همان نرخ یکمرتبه سندهای قدیم خود را تنزیل میکرد

قاعده تاریخی اختیار کنید و آسان تر این است که از میان موعدهای معلوم
نزدیکتر را اختیار کنید مثل ۱۵ آوریل و اعداد سندهای معاوضه کرده را
حساب کنید بنابر آنکه بخواهید همه را یکمرتبه در آن روز مشخص تنزیل کنید
و میزان اعداد را بر میزان مبالغ وجوه سندها قسمت نمائید و آنگاه

بعد از الحاد خارج قسمت اضافه نمائید بر تاریخ روز تنزیل معلوم می‌شود که مثلاً ۱۰ آوریل بود قاعده موعد وسطی بدست آید پس عمرو باید در عوض سندهای زید سندی بدهد بآن موعد وسطی که مبلغ تنخواهش برابر میزان وجوه سندهای قدیم باشد

و صورت حساب این است

			ایام	اعداد
۱۰۸۸	۱۰	آوریل	۰	۰
۸۰۰	۲۵	آوریل	۱۵	۱۲۰۰۰
۱۰۰۰	۵	مه	۲۵	۲۵۰۰۰
۴	۱۵	مه	۳۵	۱۴۰۰۰
۱۲۰۰	۳۱	مه	۵۱	۶۱۲۰۰
۴۴۸۸				۱۱۲۲۰۰

۱۱۲۲۰۰	۴۴۸۸
۲۲۴۴۰	۲۵
۰۰۰۰۰	

معلوم شد که وعده وسطی ۲۵ روز بعد از ۱۰ آوریل است یعنی روز ۵ ماه مه پس عمرو یک سند به زید از مبلغ ۴۴۸۸ تومان و بوعده ۵ مه کارسازی شود و تصحیح این حساب خیلی آسان است اول فرض میکنیم که جمیع سندهای زید و سند واحد عمرو یکمرتبه تنزیل شوند در ۱۰ آوریل از این قرار

ظاهر است که در آن وعده حاصل چهار حجت زید این مبلغ را $۴۴۸۸ - \frac{۱۱۲۲۰۰}{من}$ فرض میکنند (و من اینجا مقسوم علیهی است که بنظیر نرخ باشد) و حاصل آن حجت واحده عمرو این مبلغ را

$$۴۴۸۸ - \frac{۴۴۸۸ \times ۲۵}{من} = ۴۴۸۸ - \frac{۱۱۲۲۰۰}{من}$$

و این دو مبلغ درست برابر شدند

حجت در عدد ۸ و کل اضافه تنزیل آن حجتها این مبلغ میشود

(۱۰۸۸+۸۵۰+۱۵۰۰+۴۰۰+۱۲۰۰)×۸ = ۴۶۸۸×۸

(ملاحظه کنید که از روی تنزیل حجتها که بازاء تاریخ معینی حساب شده باشد چگونه وجه را استنباط نمودیم مبلغ تنزیل همان حجتها را بازاء تاریخی دیگر که مقدم باشد بر تاریخ سابق یا موخر)

و اضافه تنزیل حجت عمرو بحساب جداگانه این است سی: ۸×۸۸ = ۷۰۴ پس بهمین نسبت یک عدد اضافه شد و هر دو برابر شدند در ۲ آوریل چون دو نفر حامل حجتهای خویش را تنزیل کنند دو مبلغ دریافت شان مساوی همدیگر میشود

و حال اگر بخواهیم موعد تنزیل را عقب تر از ۱۵ آوریل قرار دهیم هر دو مبلغ دریافتی آن دو نفر حامل چیزی اضافه میشود ولی در هر دو مساوی

از آنچه ذکر شد معلوم میشود که اگر مبدأ حساب را عوض موعد فرضی ۱۵ آوریل ۲ آوریل هم فرض کنیم خارج قسمت چنین میشد ۸ + ۲۵ یعنی ۳۳ روز بعد از ۲ آوریل و آن درست روز ۵ ماه مه میشود پس قاعده ما صحیح است و محقق

در تجارتخانهای خارجه بحساب موعدها زیاد محتاج میشوند آن وقت که بخواهند چندین حجت مختلفة المواعید را بحجت واحد بدل کنند

در تعیین ربح تکیال القرض دولت و آنرا اسالیب سود اصطلاح گوئیم

۶ هر دولتی مثل رعیت ممکن است بقرض محتاج شود و برای هر کدام شروط این معامله بحسب اعتبار شخصی خویش مختلف میشود

دقق

و وثوق عامه نسبت بدولت و در معاملهٔ بانک اعتباری است که با قسط نقد با آثار و ابنیه و غیره از ضیعاتی که برای دولت و ملت بکار آید و همچنین نظر بوجوه مداخل صنعتی و زراعتی رعیتش که مالیات سالیانه بآنها تعلق میگیرد

و از این حیثیت دولت فرانسه را اعتباری است تام و عموم ملت را بآن وثوقی کامل و نظر بقوانینی که وضع نموده مقام اعتبار تجارتیش در استقراض خیلی عالی است چونکه کتابچهٔ دستور العمل مالیاتی را همه ساله باید انجمن قانون نویسان صحه بگذارند و چنانچه لازم باشد در

آن کتابچه دو باب است یکی دستور العمل دخل و دیگر دستور العمل خرج در باب اول تفصیل وصول مالیات است بجز و در دوم تفصیل مصارف آن مالیات و میزان کتابچهٔ خرج در سال ۱۸۷۵ بمبلغ یکهزار و پانصد میلیون فرنک رسیده بود یعنی قریب سیصد کرور تومان (در سال ۱۸۵۲ مسیحی مبلغش ۱۵۰۳۳۹۸۳۴۶ فرنک بود)

اولین خرجی که در دستور العمل مصارف نوشته میشود قرض دولت است و هر سال قریب ۴۷۵ میلیون فرنک از این قرض ادا میشود (قریب ۹۴ کرور تومان) و از این جمله مبلغ ۲۸۱ میلیونش (قریب ۵۶ کرور و نیم) ربح سالیانهٔ مبلغ قرض دولت فرانسه است و در سال ۱۲۶۸ قرض فرانسه قریب ۱۰۷۵ کرور تومان بود

امروز ربح سالیانهٔ دولتی بر سه نوع است ۴½ در صد و ۴ در صد و ۳ در صد و از آن مبلغ ربح سالیانه ۲۷ میلیونش (قریب ۵ کرور و نیم) از قرار ۴ در صد است و نرخ ۴½ در صد بدل از آنست که سابق ۵ در صد بود و بحکم ۱۴ مارس ۱۸۵۲ مسیحی (۲۲ جمادی الاولی ۱۲۶۸) تنزل نموده ۴½ در صد شد و نرخ ۳ در صد در سال ۱۸۲۵ بحکم دیگر مقرر شد

تنبیه

آنچه ذکر شد حالت قرض فرانسه بود و قبل از جنگ با روس بوده و بعد از جنگ البته تغییر کرده است و حقیر از حالت بعد اطلاعی ندارد

در قانون استقراض دولت

۴ رسم قرض خواهی دول بطریق رعیّت نیست رعیت سرمایه مشخص قرض میکند بنرخی بلند یا پست برای ربحش قرار میدهد ولی دول برخلاف آن سود سالیانه مشخص میکنند

در دولت فرانسه تاکنون بدو طریق بخواه قرض میگرفتند

طریق اول از جانب دولت اطلاع میدهند که خیال قرضی در پیش است و این معامله

و ادا علی درجه قیمت سود معیّنی را که مثلا ۵ و ۴ تومان باشد تسلیم میکنند و این نسبت باید پست تر باشد از آن میزان اصلی که دولت پیش از وقت مشخص نموده

کمپانی چون سود در خرید منتشر را بحسب ضرورت جزو عمل صرافخانه خود میکنند و یا آنکه در همان مجلس قیمت میکند میان اشخاصی که قبول نامه داده باشند و ملتزم شدهاند که سعی کنند در فراهم آوردن کل سرمایه که مبایست با سود معاوضه نمود پس مبلغ قرض بدرجات چند قسمت و مرتب میشود و آن سودها مندرج میشود در سلک سایر سودهای دولتی که در دست جمعی کثیر از فرانسویان و خارجیان بمعامله بوده

طریق دوم آنست که تعهدنامه ثبتی ابراز میشود از وزارتخانه مالیات بارئیس و در جمیع ولایات نزد تحویلداران کل و جزو و جمیع افراد ناس میتوانند آنرا امضا کنند و ملتزم شوند بشروطی چند مانند ذیل و نظر باینکه این مسئله خوب معلوم شود تعهدنامه

سال ۱۸۵۵ مسیحی را که برای قرض جدید ابراز شد بنظر می‌آوریم
مبلغ استقراضی ۷۵۰ میلیون فرنک (قریب یکصد و پنجاه کرور تومان) در ۱۸ ماه ژوئیه
۱۸۵۵ دولت نرخ را از قرار ½۴ در صد معین کرد به مبلغ ۹۲ فرنک و ۲۵ و از قرار
۳ در صد بمبلغ ۶۵ فرنک و ۲۵ (یعنی که نرخ ½۴ اسناد بازاء ۱۰۰ فرنک است ولی رسماً
بازاء ۹۲ر۲۵ و همچنین در نرخ ۳ در صد) و هر کس بخواهد ممکن است از سود ۱۰
فرنک ابتدا نموده مأخذ بگیرد تا اضعافش هر چند باشد (یعنی اقل سرمایه که
ممکن است بدهد آنقدر است که بنرخهای مذکور در سود در سال ۱۰ فرنک بشود یا اضعاف آن)
و سرمایهٔ سودی را که ملتزم شده باید بپردازد اکنون عشر مبلغ در وقت امضاء
تعهد و ما بقی در هیجده قسط متساوی که ماه بماه کارسازی میشود ابتدا از
۷ ماه سپتمبر ۱۸۵۵ و اما آنکه سود کمتر از ۱۰۰۰ فرنک امضا کرده باشند ممکن است
که سرمایه‌ها بازاء آن پیش از قسط و موعد تسلیم کنند و در اینصورت برای
مبلغ پیش از موعد تسلیم شده تنزیل منظور میشود از قرار سالیانه ۴ در صد
و بالجمله سرمایه که از قرار ½۴ در صد امضا شده باشد بخشش از تاریخ ۲۲
مارس ۱۸۵۵ محسوب میشود و آن که از قرار ۳ در صد امضا شده باشد بخشش
۲۲ ژوئن همان سال محسوب است

۸ هر مبلغ سود دولتی بدست هر کس که باشد داخل است بعمومی ثروت و مانند متاع تجارتی بیع و شری
بآن تعلق میگیرد یعنی هر وقت خواهد ممکن است آنرا فروخته سرمایه را بپول نقد نزدیک کند
پس آن سود را بشخصی که عامل تعویض گویندش تسلیم میکند و او برده در صرافخانه بنرخ
دایر و رواج روز میفروشد و آن وقت عامل تعویض فروشنده قایم مقام دولت است
و عمال خریداران قایم مقام صرافان و اتفاقا بین آن دو خیانت که ما بین این وکلا گذشت

یعنی کم

یعنی که شخص فروشنده با اداء هر مبلغی مشخص از سود بهائی میگیرد کم یا زیاد که مقدارش بسته است
بدرجه اعتبار دولت نزد سوداگران

۹ و ما اینجا در جدول نمونه آوریم از صورت نرخهای عامه فرانسه ما لفظ او که پیوسته
رواج و متداول است در میان ایشان و شرح آنرا هم ذکر کنیم و بعد از آن قواعد جدول
حل نمائیم مسائل رسمیه را که در خرید و فروش سودهای دولتی مستعمل باشند :

صورت معامله رواج صرافخانه پاریس

در چهارشنبه ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ (۲۸ ذیقعده ۱۲۶۸)

نرخ سرمایهای عامه	بهای نقد	بوعده	رواج اول	بلند	پست	رواج آخر
فرانسه ۳ در ٪ نصف ۲۲ ژوئن	فرنک ۷۷ . فرنک ۷۶٫۹۵ . فرنک ۷۷٫۱۰	تنظیم وعده				
	۷۷٫۱۰	آخر شهر حال	۷۷٫۲۵	۷۷٫۶۰	۷۷٫۲۵	۷۷٫۶۰
		دریافت آخر شهر حال			۷۷٫۷۰	۷۸٫۵۰
۴ در ٪ نصف ۲۲ سپتمبر		دریافت آخر		۷۸٫۴۰		
۴ ½ در ٪ از سال ۱۸۲۵ نصف ۲۲ سپتمبر						
۴ ½ در ٪ از سال ۱۸۵۲ نصف ۲۲ سپتمبر	۱۰۳٫۵۰ . ۵۵ . ۶۰	تنظیم وعده				
این قرض داده شده است	۸۰ . ۷۵ . ۷۰ . ۶۵	آخر شهر حال	۱۰۳٫۸۰	۱۰۴٫۲۰	۱۰۳٫۷۵	۱۰۴٫۲۰
بمدت ده سال		دریافت آخر شهر حال			۱۰۴٫۶۰	۱۰۴٫۸۰ ۵۰

چون در این جدول رسمی صرافخانه پاریس نظر افکنیم اول می بینیم که هر سه نوع سود فرانسوی
که سابق ذکر شده بود اینجا ضبط شده یعنی نرخ ۳ در ٪ و ۴ در ٪ و ۴ ½ در ٪ و در برابر
اسم مقابل است مبلغی از سود که اگر دولت میخواست سرمایه اش را ادا کند بازایش ۱۰۰ فرانک

لودمار

سود یا بیع ۴ یا ۴½ در صد نصفش در تاریخ ۲۲ سپتمبر ادا میشود و نصفش در ۲۲ مارس و سود
۳ در صد نصفش در تاریخ ۲۲ ژون ادا میشود و نصفش در ۲۲ سپتمبر
پس از استقرار سود خوری که سهم ۳ در صد داشته باشد و سهم ۴½ ۴ در هر سه ماه یکمرتبه تنخواهی
وصول میکنند

در جدول این کلمات نصب ۲۲ ژون نصب ۲۲ سپتمبر یعنی هست که شخصی که ۱۵ ازدلی
۱۸۵۲ مثلا سودی خرید منافع منقضیه سود ۳ در صد را از تاریخ ۲۲ ژون ۱۸۵۲ ا
دریافت میکند و سایر سودها از تاریخ ۲۲ سپتمبر ۱۸۵۲ دریافت میکنند

واگر معامله چند روز قبل از ۲۲ سپتمبر واقع شده باشد مثلا در ۶ همانماه سهمی از سود ۴
یا ۴½ موضوع میکنند یعنی که از ۶ تا ۲۲ سپتمبر فروشنده سود خریدار نفع ۶ ماه از
۲۲ مارس تا ۲۲ سپتمبر را دریافت میکند و آنوقت در جدول النصب ۲۲ مارس را بدل کنند
به نصب ۲۲ سپتمبر و همچنین در سود ۴ و ۴½ سهم چند روزه قبل از ۲۲ مارس اجرا کنند
و در سود ۳ چند روزه قبل از ۲۲ ژون یا ۲۲ دسمبر را

وچون در جدول دقت کنیم می بینیم که سودهای مذکور به سه طریق فروخته میشوند اول به تنخواه نقد
دوم تنخواهی که آخر شهر حال دریافت شود یعنی آخر ماهی که در آنماه معامله واقع شده سوم توضیحی
که در سنه های آخر بنظر میرسد ولیکن در صرافخانه ها جز بهای نقد مقبول باشد
و در قانون هم همین وجه قید شده و ما نیز در همین یکوجه گفتگو کنیم

۱۵ مسئله در ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ بهای ۳ در صد از این قرار تعیین کرد
۷۷٫۷ ۷۶٫۹۵ ۷۷٫۱۵ ۷۷٫۱۰ و حال مطلوب بهای وسطی است
باید چهار بها را جمع کرد و میزان را قسمت نمود بر ۴ جواب ۷۷٫۰۵

در ۵ سپتمبر ۱۸۵۲ بهای ۴½ از این قرار تعیین شد ۱۰۴٫۵۰ ۱۰۴٫۳۵ ۱۰۴٫۶۵ ۱۰۴٫۶۵ ۱۰۴٫۷۰

۱۰۳٫۲۵ ف ۱۰۳٫۸۰ ف و حال مطلوب رواج متوسط روزانه است جواب ۱۰۳٫۶۵

در معلوم کردن اینگونه واسطها رواج اقل را که مثلاً ۱۰۳٫۵۰ را و بعد فضلها بر آن معلوم کنید (مثل ۵ سانتیم + ۱۰ سانتیم + ۵ سانتیم وغیره) پس مجموع رواجهای مختلف ۴ ½ چنین میشود ۱۰۳٫۵۰ × ۷ + ۱٫۰۵ ف آنرا قسمت کنید بر ۷ جواب ۱۰۳٫۶۵ ف

هیچ سوداگر مأذون نیست سودی را خرید و فروش کند جز بوساطت عامل معاوضه که دلالش خوانیم و حق دلالی او در بهای سود خریداری شده یا فروخته شده این است ⅛ در ٪

مسئله. سوداگری به دلالش چنین اذن داد که بهای نقد برای او خریداری کند مبلغ ۸۴۰ فرنک سود ۳ در ٪ و مبلغ ۱۸۰۰ فرنک سود ۴ ½ در ٪ حال مطلوب صورت حساب دلال است یعنی مبلغی که باید سوداگر تسلیم کند بنابر آنکه بدانیم سود بهای متوسط روز خریداری میشود در تاریخ ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۳

سود ۳ در ٪ رواجش این است ۷۷٫۰۵ ف یعنی که بازاء نرخ ۳ فرنکی سود محض دلال باید مبلغ ۷۷٫۰۵ ف به بایع بدهد و از این قرار بازاء ۱ فرنک سود مبلغ این است ۷۷٫۰۵ / ۳ ف و بازاء ۸۴۰ فرنک این مبلغ

۷۷٫۰۵ × ۸۴۰ / ۳ یا ۲۸۰ × ۷۷٫۰۵ یا ۲۱۵۷۴ فرنک

و همچنین بازاء ۴٫۵۰ سود (۴ ½) دلال باید کارسازی کند این مبلغ را ۱۰۳٫۶۵ ف و بازاء ۱ فرنک ۱۰۳٫۶۵ : ۴٫۵۰ ف و بازاء ۱۸۰۰ ف سود این مبلغ را

(۱۰۳٫۶۵ × ۱۸۰۰) / ۴٫۵۰ = ۱۰۳۶۵ × ۴ = ۴۱۴۶۰

پس صورت حساب دلال چنین میشود

۸۰۰ فرنک سود بنرخ ۳ در ٪ در ۷۷٫۰۵	۲۱۵۷۴ فرنک
۱۸۰۰ فرنک سود بنرخ ۴ ½ در ٪ در ۱۰۳٫۶۵	۴۱۴۶۰
	۶۳۰۳۴
دلالی	۷۸٫۷۹
	۶۳۱۱۲٫۷۹

پس سوداگر باید در معاوضه نرخهای سود مبلغ ۶۳۱۱۲٫۸۰ فرنک تسلیم کند

مسئله مبلغ ۳۶۰۰۰ فرنک تنخواه را میخواهیم لیتوید بدهیم و مطلوب آنست که در تاریخ ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ از قرار ۳ در صد سود چه مبلغ خواهد بود و از قرار ۴ ½ چه مبلغ (در رواج روز حساب وسطی است)

اولا اگر شخص سود خواهد حق دلالی را جداگانه بپردازد معلوم است که در نرخ اول سود که عاید او میشود تضاعیف ۳ است برابر اینکه ۳۶۰۰۰ فرنک مشتمل شود ۷۷٫۰۵ را یعنی این مبلغ $\frac{۳\times۳۶۰۰۰}{۷۷٫۰۵}$ و همچنین بحسب نرخ ۴ ½ این مبلغ میشود $\frac{۴٫۵۰\times۳۶۰۰۰}{۱۰۳٫۶۵}$

ثانیا اگر حق دلالی جزو ۳۶۰۰۰ محسوب باشد فرض میکنیم ل خلاصه تنخواهی است که دلال بازاء سود میدهد آنوقت این نسبت وی حاصل میشود

$$۳۶۰۰۰ = \text{ل} + \frac{۱}{۸۰۰}\,\text{ل} = \text{ل}\left(۱+\frac{۱}{۸۰۰}\right) = \text{ل}\left(\frac{۸۰۱}{۸۰۰}\right)$$

و بعد

$$\text{ل} = \frac{۳۶۰۰۰\times۸۰۰}{۸۰۱}$$

و چون مبلغ ل بدست آمد قائم مقام ۳۶۰۰۰ میشود و باقی عمل را تمام میکنیم

مسئله سود خوری در اوقات مختلفه از این قرار سود خریده اول ۳۸۰ فرنک سود بنرخ ۳ در صد برواج ۷۵٫۵۰ دوم ۴۵۰ فرنک از نوع همان نرخ برواج ۸۰٫۲۰ سوم ۸۲۰ فرنک برواج ۸۰٫۳۰ فرنک و میخواهد همه سود خود را در تاریخ ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ بفروشد و میخواهد بداند در این معامله خسران کرده یا فایده

در جواب این مسئله اول باید بهای وسطی ۳ فرنک سود را برواجهای مذکور معلوم کرد و سنجید آنرا برواج وسطی بازار در تاریخ ۱۵ سپتمبر یعنی با این مبلغ ۷۷٫۰۵ فرنک و آنوقت بحسب آنکه بهای وسطی آن بلند تر باشد یا پست تر از ۷۷٫۰۵ معامله سود خور خسران دارد یا فایده

بهای این مبلغ میشود $380+450+820=1650$ فرنک از قرار ۳ در صد بر رواجهای مذکور این میشود $\frac{75,50\times380+74,80\times450+80,30\times820}{3}=\text{ق}$

و بهای وسطی ۱ فرنک سود این میشود ۱۶۵۰ : ق و برای ۳ فرنک سود این میشود

$$\frac{\text{ق}\times3}{650}=\frac{75,50\times380+74,80\times450+80,30\times820}{1650}$$

و حاصل این عمل را می سنجیم به بهای ۷۷٫۰۵ فرنک

که بعضی سودخوران از این دو نرخ اصلی ۳ در صد و ۴ ۱/۲ تجارت میکنند یعنی هر وقت با … میپسندند یکی از آن دو را میفروشند و از دیگری میخرند این شیوه را آگیوتاژ گویند و اجرای این موقوف بر رعایت چند فقره است ما فقره از همه آسانتر را رعایت میکنیم این است که در خرید ۳ در صد یا ۴ ۱/۲ در صد چه مبلغ باید داد تا حاصل مدخلش قدری معین باشد

مسئله: در ۱۵ سپتمبر ۱۸۵۲ نرخ ۳ در صد رواج وسطی ۷۷٫۰۵ فرنک است و نرخ ۴ ۱/۲ رواج وسطی ۱۰۳٫۶۵ حال میخواهیم بدانیم در کدام یک فایده و مدخل بیشتر است

در نرخ ۳ در صد مبلغ ۳ فرنک سود سالیانه از این قدر مبلغ حاصل میشود ۷۷٫۰۵

۱ .... $\frac{77,05}{3}$

و در نرخ ۴ ۱/۲ در صد مبلغ ۴٫۵۰ فرنک سود سالیانه از این قدر نرخ حاصل میشود ۱۰۳٫۶۵

$\frac{103,65}{4,50}$

فایده در آن معامله است که برای تحصیل ۱ فرنک سود مبلغ سرمایه کمتر باشد پس باید کسر کسور را بهدیگر سنجید و یا بیک مخرج تحویل نمود و دو صورت را سنجید

$$77,05\times4,50=346,725$$

$$103,65\times3=310,95$$

پس از این قرار در نرخ ۴ ۱/۲ فایده بیشتر است

۱۱ در مسائل متممه متعلقه به تعهدنامهٔ ملتی   شخصی که وجه استقراضی ملتی را امضا داشته بود و در تاریخ ۳۱ ژوئیه ۱۸۵۵ تسلیم نمود تمام تنخواه سرمایهٔ سودی را که قبول کرده بود حال میخواهیم بدانیم که از روی حقیقت سود ۳ فرانکی بچه رواج باو تمام شده ممکن است فرض کنیم که آن شخص مبلغ ۱۵ فرانک سود خریداری کند بنرخ ۶۵ ر ۲۵ و موافق شروط و قیودی که در طریق دوم [illegible] ذکر شد پس چنانچه عاید او میشود یکی تنزیل ۱۸ قسطی است که تمام را پیش از وقت پرداخته و دیگر ربح سرمایه ایست در مدت ۳۸ روز (از ۲۳ ژوئن تا ۳۱ ژوئیه)

در قسط اول تقدیم موعد تنخواه	بمدت است	۱ ماه	۷ روز
در قسط دوم	. . . .	۲	۷
در قسط سوم	. . . .	۳	۷

و هکذا تا قسط هیجدهم که تقدیم موعدش ۱۸ ماه و ۷ روز میشود

هر قسطی مبلغ ۸۷ ر ۱۰ فرانک است (چونکه در سال بازاء ۳ باید ۶۵ ر ۲۵ بدهد پس بازاء آن مبلغ $\frac{65٫25}{3}$ و بازاء ۱۵ که فرض نموده‌ایم این مبلغ $\frac{65٫25 \times 5}{3}$ که مساوی است با ۵ ر ۲۱۷ فرانک و آن تمام تنخواهی است که باید بدهد و چون عشر آن را [illegible] آن مبلغ را قسمت بکنیم بر ۲۰ خارج قسمت ۸۷ ر ۱۰ است مبلغ هر قسط است) و چون جمیع قسطهای مساوی و متناسب شد باید جمیع آن ماهها جمع کرده مجموع ۱۷۵ ماه ۶ روز میشود (این [illegible] سلسله اعداد متناسبی که جملهٔ اولش ۱ ماه ۷ روز باشد و جملهٔ آخر ۱۸ ماه ۷ روز و تفاضل بیک ماه و عدد جملهای نسبت ۱۸)

سرمایه که باید بازاء ۱۵ فرانک سود داد برواج ۶۵ ر ۲۵ این مبلغ است ۵۰ ر ۲۱۷ :
شخص سودخوار از این مبلغ میکاهد ربح ۸۷ ر ۱۰ فرانک را در مدت ۱۷۵ ماه ۶ روز از قرار

۴۰ در هر در سال و مبلغ این ربح ۳۲ ر ۶ فرانک است پس سود خواسته باید ۱۵ فرنک سود این
مبلغ را ۱۰۰:۲۰۱۴ کارسازی میکند و از ازاء فرانک بازاء ۵۰ فرنک این مبلغ را ۳۳ر۴۲ر۳۳ ۶
و بازاء ۳ فرنک سود این مبلغ را ۳۴ ر ۳ فرانک ۶ و ربح ۸ ۳۰ روزه از ۲۲ ر ذی ن ۳۱ ژوئیه
بهم سر باید منضم شود این مبلغ ۳۲ر۳ فرانک پس حاصل این بشد سود ۳ فرنک برای شخص
در حقیقت به بهای ۲ ۰ ر ۳ فرانک ۶ تمام شده

این جهت که مطلوب بود و ای اگر سود را از صرافی نمیخرید میبایست حق دلالی بدهد پس از این قرار محاسبه
کننده سرمایه که داد کمتر از آنست که از صرافی میخرید به بهای ۳۰۴ فرانک

مسئله ... سود خواسته سه در صد را امضا نمود و ۱۷ نوامبر ۱۸۵۵ از مجلس
حاضر شده مبلغ هشت قسط را بکمپانی تسلیم نمود پس مداخل و از بابت هر یک چه قدر
میشود (بمافقه ۱۰ فرنک سود)
پنج قسط دیگر را در ۲۲ ژانویه ۱۸۵۶ کارسازی نمود نیز بلیش چه قدر میشود
ما بقی را در ۱۸ مارس را نمود نیز بلیش چه مبلغ میشود
و این شخص قسطهای اولش را موافق شروط کلیه تعهد تمام کارسازی نموده پس میخواهیم
بدانیم که در واقع ۳ فرنک سود را به بهای چه مبلغ خریده

در معاوضه خواسته دول نقود

۱۴ میان دو دولت که راه معاوضه نسبت بهم مفتوح داشته باشند یکی مبلغ مشخص از وجوه
نقدیه خود را بدولت دیگر میدهد و در عوض بهائی دریافت میکند که قدرش بحسب اوقات و
خصوصیات مختلف شود
مبلغ وجوه مشخصی را که دولت اول تسلیم میکند معین اصطلاح کرده اند و مبلغ تغییرپذیری را
که دیگر در عوض میدهد غیر معین گویند

شهر پاریس معیّن را با روزنامجات واگذاشته و غیر معین را برای خود اختیار نموده مثلا
پاریس تسلیم هولاند میکند (امستردان) مبلغ ۲۱۰ فرنک و اندک کمتر یا بیشتر را در عوض
مبلغ مشخص ۱۰۰ فلورین هلاندی و همچنین پاریس تسلیم لندن میکند مبلغ ۲۰ ر۲۵ فرنک
و کمتر یا بیشتر را در عوض یک لیور استرلنگ که مبلغیست مشخص و مایره انگلیس گوییم
مبلغ تغییر پذیری را که پاریس ادا میکند در عوض مبلغ مشخص پول هولاند بهای تعویض
گوییم یا مثل الثمن هولاند صرّافان و تجار صورت این بهای رواج معاوضه را نزد همدیگر
بفروشند و در روزنامجات نیز چاپ کنند تا بتوان ضرر و نفع معاوضه را با فلان و فلان
ولایت تخمین کرد ولیکن در چنین صورتیکه از دو جمله بهای تعویض را ضبط کنند و آن
بهای تغییر پذیر باشد یعنی غیر معیّن و هیچ جا از بهای معیّن یاد نکنند، چونکه مبلغش را
تجار و صرافان خوب بخاطر دارند و بلکه از نوع پول غیر معین نیز چیزی خبر [illegible]
و از این مقدمات چیزی استنباط میشود که صورت رواج معاوضه معما است نزد
اشخاصی که از معیّن آگاه نباشند (چونکه او محذوف است) و همچنین از نوع پول معین خبر
و من باب ارائه نمای صورت رواج معاوضه خارجه را در برابر صورت صرافخانه پاریس
مینویسیم بتاریخ ۱۳ اوت ۱۸۵۲ (۲۵ شوال ۱۲۶۸) و معین را نیز در برابر
غیر معین مینویسیم و باین وجه بر خواننده دستور العمل کلی معلوم میشود
معین را همین قدر که یکمرتبه بشناخت کافی است و میتواند آنرا درج کند در کنار صورت
معاوضه هر روز که بآن محتاج شود
جدول رواج معاوضه اغلب صاحب ۳ ستون مختلف است باین ۳ عنوان بروئیت:
بیک ماه وعده به ۳ ماه وعده و در اینجا بهای معیّن بلدی مشخص ضبط شده
به نوع مبلغ یکی بمحض رویت باید ادا شود دیگر بیک ماه وعده که ۹۰ روز باشد و از اینقرار
۲ و دیگر به ۳ ماه وعده

اختلاف این سه بهای مضبوط در سه ستون بر خط افقی معلوم میشود مثال بر خط لندن
نوشته شده بروبیت مبلغ ۲۵٫۲۱۷ ½ و به ۹۰ ر: مبلغ ۲۵٫۲۰ و سپس کدام
از این سه ستون هم بدو ستون دیگر قسمت شده این دو عنوان کاغذ نقد عنوان
اول کاغذ باین معنی است که کاغذ فلان محل در پاریس بفلان بها داده میشود
(غیر معین) در ازاء معین که همواره مبلغی است مشخص و عنوان نقد باین معنی است که کاغذ
فلان محل در پاریس مطلوب است بفلان بها

مقصود ما از این اشارات مختصره مقدمه بود در درک اعمال رسمیه که بعضی از آنها را
اینجا ذکر میکنیم

جدول معاوضهٔ صرافخانهٔ پاریس زفران رواج دکر ۱۳ اوت ۱۸۵۲ مسیحی

	غیر معین که مذکور میشود بوعده سه ماه		معین		انواع نقود خارجه
۱	امستردام	۲۱۵	بازاء ۱۰۰	فلورن	۱ فلورن = ۴۰ دنیر یا ستوئیور
۲	هامبورک	۱۸۶ ⅜	بازاء ۱۰۰	مارلو	۱ مارلو = ۱۶ سولو و ۱ سولو = ۱۲ دنیر
۳	برلن	۳۶۷ ½	بازاء ۱۰۰	ریکسدال	۱ ریکسدال = ۲۴ بن کرو و ۱ بن کرو = ۱۲ فنین
۴	لندن	۲۵٫۲۰	بازاء ۱	لیوره استرلینک	۱ لیوره استرلینک = ۲۰ شیلینک؛ ۱ شیلینک = ۱۲ دنیر استرلینک
۵	مادرید	۵۲۱ ½			۱ پیاستر = ۲۰ ریال وِلُن
۶	کادیکس	۵۲۱ ½	بازاء ۱۰۰	پیاستر	مستثنی چند سال قبل در معاوضه اسپانیول ۹۵ ۵ فرنک یا اندکی کم و بیش معادل بود با ۱ پیستول معاوضه = ۳۲ ریال پلاتا و ۱ ریال پلاتا = ۳۴ ماراودی ۱۷ ریال پلاتا = ۳۲ ریال وِلُن
۷	بیلباو	۱۲۰			

۱ شهر معتبری است از مملکت هولاند
۲ شهری است از آلمان خارجی
۳ پایتخت پروس
۵ پایتخت اسپانیول
۶ شهر معتبر است از اسپانیا
۷ شهری است از اسپانیا

[illegible] ۱۲ اوت ۱۸۵۳

		غیر معین	معین	انواع نقود خارجه
۸ پایتخت پرتغال	۸	لیسبون ۵٫۵۷ ½	بازاء ۱۰۰۰ ره	در پرتغال پول را بمیلره حساب کنند (۱۰۰۰ ره)
۹ شهریست از پرتغال	۹	پرتو ۵٫۵۷ ¾	بازاء ۱۰۰۰ ره	یا به کرزاد که ۴۰۰ ره است
۱۰ شهریست از ایتالیا	۱۰	لیورن ۸۴ ½	بازاء ۱۰۰ لیره رایج	۱ لیور = ۲۰ سودا سو = ۱۲ دنیر
۱۱ پایتخت دوسیسیل از ایتالیا	۱۱	ناپل ۴۳۲ ½	بازاء ۱۰۰ دوکا	۱ دوکا = ۱۰۰ گرن
۱۱ شهریست از دوسیسیل	۱۱ ۱۲	پالرم ۱۳	بازاء ۱ انس	۱ انس = ۳۰ تارن آ تارن = ۲۰ گرو پس ۱ انس = ۶۰۰ گرو
۱۲ پایتخت نمسه	۱۳	وین ۲۰۸	بازاء ۱۰۰ فلورن	۱ فلورن = ۶۰ کرزر
۱۲ شهریست از نمسه	۱۴	تریست ۲۰۷	بازاء ۱۰۰ فلورن	
۱۵ ایضاً	۱۵	ونیز ۸۳ ¾	بازاء ۱۰۰ لیوره نمسه	۱ لیره نمسه = ۱۰۰
۱۶ شهریست از ایتالیا	۱۶	میلان ۸۴	بازاء ۱۰۰ لیوره نمسه	
۱۷ شهریست از باویر در آلمان	۱۷	آکوست پالمبو ۲۰۱	بازاء ۱۰۰ فلورن	مانند وین
۱۸ شهریست از آلمان	۱۸	فرانکفر ۲۰۸ ¾	بازاء ۱۰۰ فلورن آمبر	۱ فلورن آمبر = ۶۰ کرز آمبر = ۱۵ باز آمبر ۱۶۵ فلورن آمبر = ۱۳۸ فلورن وین
۱۹ پایتخت روس	۱۹	پطر ۳۹۶ ½	بازاء ۱۰۰ روبل	۱ روبل = ۱۰۰ کوپک از تاریخ جمادی ۱۲۵۰ روبل نقره بحکم دولت واحد رسمی پول شده

[illegible]

پول محاسبه آنست که جمیع محاسبات از آن رو شود و در آخر بحسب آن پول مبالغ نخواهد تقدیر شود و آن واحد اصلی نقود باشد و سایر پولها واقعی اضعاف یا اجزای آن باشند مثل دینار در میانه ما و فرنک در فرانسه

و پولهای واقعی عبارت از قطعات طلا است و نقره و مس که در مملکت رواج و معمول باشد مثل پول سیاه مسی و شاهی و پنجشاهی سفید و پناه‌آباد و قران و پنجهزاری و اشرفی در میانه ما و پول یک فرنکی و ۲ فرنکی و ۵ فرنکی و ۱۰ فرنکی و ۲۰ فرنکی و ۵۰ فرنکی و ۱۰۰ فرنکی وغیره در فرانسه

و بالجمله پول معاوضه است و آن گاه پول واقعی باشد ولی بسیار اتفاق می‌افتد که آن پول اسمی باشد رسمی و همین در معاوضه استعمال شود پس اگر این پول معاوضه همان اسمی تنها باشند قدرش بحسب پول محاسبه چون معلوم باشد مثل بانک در میانه ما و در فرانسه فرنک از هر سه نوع است یعنی هم پول محاسبه است و هم واقعی و هم معاوضه

و بفایده نیست که مقدار پولهای معاوضه را که در جدول رواج پاریس ثبت کرده‌اند بحسب فرنک بدانیم و این است تفصیلش

جدول مقایسه پولهای ممالک مختلفه نسبت بفرانسه

		فرنک
قران ایران	بتقریب معادل با	۳٫۰
قران امیر	هکذا	۳٫۱۰
قران اکرت	هکذا	۲٫۰۵
لیور ایتالیا	هکذا	۰٫۸۵

تتمهٔ جدول سابق

		فرانک
ادنس یا گرم	بتقریب معادل است با	۱۳,۰۰
مارکوب هامبورک	هکذا	۱,۸۵
ریکس دال پروس	هکذا	۳,۷۰
لیور سترلنک	هکذا	۲۵,۰۰
سوسترلنک یا شیلنک (۱/۲۰ لیور)		۱,۲۵
دینرسترلنک (۱/۱۲ سو)		۰,۱۰۴
پیاستر اسپانیول	هکذا	۵,۳۰
دوکا ناپل	هکذا	۴,۳۰
روبل روسی	هکذا	۳,۹۵

در معاوضهٔ مستقیم شخص تاجری در پاریس معامله داشت با تاجری در سن پطرزبورغ این تاجر اجناسی برای او حمل کرده فرستاد با صورت حساب اجناس که بمبلغ ۱۵۹۶ روبل شده بود بوعدهٔ سه ماهه پس آن تاجر پاریسی فوراً حواله داد که آن مبلغ را بتاجر پطرزبورغ برساند و حال مطلوب مبلغ فرانکی است که باید بصراف بدهد بنابرآنکه معاوضهٔ پطرز این مبلغ است ۳۹۶ ۱/۲

وصورت عمل این است روبل ۱۰۰ = ۳۹۶,۵۰ فرانک

فرانک ل = ۱۵۹۶ روبل

وچون طرفین را در هم ضرب کنیم ل × ۱۰۰ = ۳۹۶,۵۰ × ۱۵۹۶

وبنابراین فرانک ل = (۳۹۶,۵۰ × ۱۵۹۶) / ۱۰۰

در استثناء این عمل بدین خیال تصوّر نمود که کلمهٔ دوبل بدل شده باشد اعداد که مبلغ روبل را بحسب فرنک ممنوه باشد و چون این عدد در هر دو طرف موجود است عاملی میشود مشترک در هر دو حاصل ضرب و صحیح است بکلی محذوف شود و بنابراین شناختن ضرور ندارد حال فرض میکنیم که کاغذ سند بطرز نوروق بپاریس داده شده باشد درینصورت صراف حق زحمتی از تاجر مطالبه میکند مثلا از قرار ½ در ٪ در تمام مبلغ محول علیه پس این تفاضل باید ½ در ٪ مبلغ حل را بر آن بیفزاید

در مسئلهٔ عاملی که قاعده ازدواج گوییم

۱۳ ممکن است چنین اتفاق افتد که معاوضه مستقیم پاریس در محلی که میخواهد باید ادا شود صرفه و نفعی برای تاجر نداشته باشد

درینصورت تاجر در صدد معلوم کردن این فقره برمی آید که آیا ممکن است بمعاوضه معوج صرفه عمل منظور شود مثال تاجری در پاریس مبلغ ۱۲۴۸ لیور سترلنگ به لندن مقروض است و از پاریس به لندن عدد معاوضه این است ۲۵٫۲۰ فرنک و به هامبورغ این عدد ۱۸۶٫۵۰ فرنک و در لندن عدد هامبورغ بازاء ۱ لیور سترلنگ این است ۱۳ مارک لوب حال میخواهیم بدانیم که کدام یک برای ما صرفه دارد آیا بلاواسطه از پاریس به لندن برات کنیم یا از پاریس به هامبورغ و بصراف آنجا برات کنیم به لندن حواله دهد

معاوضه مستقیم

فرنک ۲۵٫۲۰ = ۱ لیور سترلنگ پس ۱۲۴۸ × ۲۵٫۲۰ فرنک = ۱۲۴۸ لیور سترلنگ

معاوضه معوج که قاعده ازدواج باشد

ل ۱۰۰ = ۱۸۶٫۵۰ فرنک

۱ لیره استرلنک = ۱۳ مارک

فرنک ل = ۱۲۴۸ لیره استرلنک

پس ل × ۱۰۰ = ۱۸۶٫۵۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸

و بنا براین ل = $\frac{۱۸۶٫۵۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸}{۱۰۰}$ فرنک

برای درک این عمل باید چنان تصور کرد که کلمات مارکو و لیره استرلنک بدل شده باشند بعددهایی که مقادیر شان را بحسب فرنک نموده باشند و معادلات را بطوری که ترتیب دادیم قرار دهند این اعداد عامل مشترک میشوند و از طرفین محذوف میشوند پس شناختن آنها لازم نیست

و چون هر دو نوع حساب را تمام کنیم معلوم میشود که ۱۲۴۸ لیره استرلنک را کدام راه روانه کنیم تا عدد فرنکهای معاوضه کمتر شود و چنین عمل را ازدواج گوییم

و بلکه میتوان پیش از این تحقیق کرد یعنی ببینیم عوض تا مبورک محل دیگر اختیار کنیم صرفه بیشتر است یا نه و یا ازدواج طریق را بیشتر قرار دهیم

مثال معاوضه پاریس با برلن با بعد داست ۵۰٫۲۶ ۳ فرنک و مبلغ ۱۵۲٫۰۴

و یک تال پروس معادل است با ۳۰۰ مارکو بانکو هامبورک و ۱۵۰ مارکو بانکو

با لیره استرلنک

از طریق ...

دا کنیم از پاریس به برلن و از برلن به هامبورک و از هامبورک به لندن

چه مبلغ فرنک مصاب کار و سازی نماییم

ریکستال ۱۰۰ = ۳۶۷٫۵۰ فرنک

ماربانکو ۳۰۰ = ۱۵۲٫۰۴ ریکستال

ماردلو ۱۲۳ = ۱۰۰ ماربانکو

لیوراسترلنگ ۱ = ۱۳ ماردلو

فرنک ل = ۱۲۴۸ لیوراسترلنگ

پس ل × ۱۰۰ × ۳۰۰ × ۱۲۳ = ۳۶۷٫۵۰ × ۱۵۲٫۰۴ × ۱۰۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸

بنابراین ل = (۳۶۷٫۵۰ × ۱۵۲٫۰۴ × ۱۰۰ × ۱۳ × ۱۲۴۸) ÷ (۱۰۰ × ۳۰۰ × ۱۲۳) فرنک

و مانند سابق باید دو عامل ریکستال ماربانکو ماردلو لیوراسترلنگ ملاحظه چنان نمود که مقادیرشان بحسب فرنک معلوم است

حال باید حاصل اخیر مقدار ۱۲۴۸ لیوراسترلنگ را بدو مقدار سابق سنجید

و قبل از اجرای اعمال ضرب بهتر آنست که عامل مشترکه در بین و بیار را ضرب کنید مثلاً ۱۰۰ را که عامل مشترک است میان ۱۰۰ و ۳۰۰ خط محوی بر این دو عدد بکشید و اولی را بدل کنید به ۱ و دومی را به ۳ چنانچه در خصوص تناسب مرکب ذکر شده

در مرابحهٔ مرکب

۱۴۶ ربح را مرکب گوئیم هرگاه در آخر هر سال بر سرمایه ربح را اضافه کنیم و مجموع را سرمایه تازه قرار دهیم برای سال دوم (عموماً مرابحه نفع در نفع را سالیانه قرار دهند ولی ممکن است واحد زمان را مدتی غیر از سال اختیار کنیم)

مسئله سرمایه است مبلغ ۱۲۰۰ تومان و از قرار ۵ در صد بربح مرکب معامله شده میخواهیم بدانیم بعد از انقضای مدت ۸ سال اصل و فرع

مجموعاً چه مبلغ میرسد مشخص ربح یک تومان در یکسال این است ۱۰۰/۵ یعنی ۰٫۰۵ اولاً و از اینجا
قرار میدهیم مبلغ یک تومان سرمایه در مدت یکسال با اضافه ربحش چنین میشود ۱٫۰۵ ثانیاً و مبلغ ۱۲۰۰ تومان
سرمایه ۱۲۰۰ برابر یک تومان سرمایه در مدت یکسال چنین میشود ۱۲۰۰×۱٫۰۵ یا
(۱٫۰۵) × ۱۲۰۰ و این مبلغ را س۱ فرض میکنیم ثالثاً سرمایه س۱ در سال دویم بردارد
هر تومانش با اضافه ربح یک تومان این میشود ۱٫۰۵ و بنابراین مبلغ س۱ با فرعش در سال دوم
چنین میشود س۲ = ۱٫۰۵ × س۱ حال در این تساوی بجای س۱ مقدار عددیش را
قرار میدهیم و چنین میشود

$$\text{س}_{۲} = ۱۲۰۰ \times (۱٫۰۵) \times ۱٫۰۵ = ۱۲۰۰\,(۱٫۰۵)^{۲}$$

سرمایه س۲ چون سال سوم معامله شود چنین میشود (۱٫۰۵) × س۲ و بدلیل مذکور چنین

$$\text{س}_{۳} = ۱٫۰۵ \times \text{س}_{۲} = ۱۲۰۰ \times (۱٫۰۵)^{۲} \times ۱٫۰۵ = ۱۲۰۰\,(۱٫۰۵)^{۳}$$

و بعد از انقضای چهار سال سرمایه ۱۲۰۰ تومان بدین مبلغ میرسد $۱۲۰۰ \times (۱٫۰۵)^{۴}$ و هکذا
تا سال هشتم و آخر آن سال مجموع اصل و فرع چنین میشود $۱۲۰۰ \times (۱٫۰۵)^{۸}$
دلیل مذکور کلی است و باید از روی دستور ساخت پس فرض میکنیم اصل سرمایه س
و ربح یک تومان در یکسال ن و عدد سنین معامله ع و اصل و فرع مبلغ س بعد از
ع سال سع حال چون آن سیری را که در خصوص ۱۲۰۰ تومان بیان کردیم در س تکرار
کنیم این دستور نتیجه میشود

$$\text{سع} = \text{س}\,(۱ + \text{ن})^{\text{ع}} \qquad (۱)$$

و عمل چنین دستور را اغلب با لگاریتم جاری نمایند باین صورت

$$\text{لگ سع} = \text{لگ س} + \text{ع لگ}\,(۱ + \text{ن})$$

و در مثال مفروض چنین میشود $\text{لگ سع} = \text{لگ}\ ۱۲۰۰ + ۸\ \text{لگ}\,(۱٫۰۵)$

مسئله سرمایه است مبلغ ۱۲۰۰ تومان که از قرار ۵ درصد بربح مرکب و

معامله شده میخواهیم بدانیم که بعد از مدت ۸ سال و ۳ ماه ۲۵ روز تا چه مبلغ میرسد

بنابر آنچه سابق ذکر شد سرمایه بعد از ۸ سال تمام چنین میشود $(۱٫۰۵)^{۸}$ ۱۲۰۰ و حال این مبلغ باید بربح مفرد مدت ۳ ماه و ۲۵ روز یا ۱۱۵ روز دیگر معامله شود ربح یکتومان از قرار ۵ در ۱۰۰ در مدت ۱۱۵ روز موافق دستور قدیم چنین شود $\frac{۰٫۰۵ \times ۱۱۵}{۳۶۰}$ پس اصل یکتومان و فرعش در مدت ۱۱۵ روز چنین شود $۱ + \frac{۰٫۰۵ \times ۱۱۵}{۳۶۰}$ و چون هر تومانی با آن مبلغ رسید سرمایه اخیر $۱۲۰۰ \times (۱٫۰۵)^{۸}$ مبلغی میشود مساوی حاصل ضرب آن نتیجه در این مقدار $(۱٫۰۵)^{۸}$ ۱۲۰۰ و بنابراین مبلغ ۱۲۰۰ تومان بعد از انقضای مدت ۸ سال ۳ ماه ۲۵ روز باین مبلغ میرسد

$$\text{سخ} = ۱۲۰۰\,(۱٫۰۵)^{۸} \times \left(۱ + \frac{۰٫۰۵ \times ۱۱۵}{۳۶۰}\right)$$

و عمل این حساب را بلگاریتم تمام کنند

دلیل مذکور کلی است و دستورش چنین میشود

$$\text{سع} = \text{سر}\,(۱ + \text{ن})^{\text{ج}}\left(۱ + \text{ن} \times \frac{\text{ك}}{\text{ل}}\right) \quad (۲)$$

و $\frac{\text{ك}}{\text{ل}}$ کسر سال است که عبارت صحاح سنین ملحق شده و در مثال این است $\frac{۱۱۵}{۳۶۰}$

مسئله معکوس سابق چه مبلغ را باید از قرار ۴ در ۱۰۰ بربح مرکب داد تا بعد از انقضای مدت ۸ سال تمام مجموع اصل و فرع ۱۵۰۰ تومان بشود سرمایه مجهول را سر فرض میکنیم و بدلیل اول جزء مذکور و باید ستور (۱) این نتیجه را بدست می آوریم $(۱٫۰۴)^{۸}\,\text{سر} = \text{سع}$ و بفرض $۱۵۰۰ = \text{سع}$

پس $(۱٫۰۴)^{۸} \times \text{سر} = ۱۵۰۰$ و بقاعده لگاریتم

$$۸\,\text{لگ}\,۱٫۰۴ + \text{لگ سر} = \text{لگ}\,۱۵۰۰$$

و بعد از آن ۱٫۰۴ لگ ۱ – ۰٫۰۵ لس = س لک

مسئله میخواهیم بدانیم بعد از انقضاء چه مدت سرمایهٔ که از قرار ۵ در صد بربح مرکب معامله شده مضاعف میشود

بنا بر فرض س باید ۲س شود پس در دستور (۱) حرف سع را بدل کنیم به ۲س تا چنین شود

س (۱٫۰۵)^ع = ۲س یا (۱٫۰۵)^ع = ۲

باید که تا معلوم شود که مقدار ع باید عدد صحیح باشد (۱۳۸) یعنی که مبلغ سرمایه در سنین صحاح مضاعف میشود پس فرض میکنیم که در فاصله مابین سال ل و سال (۱+ل) مضاعف شود و بنابراین

(۱٫۰۵)^ل > ۲ = (۱٫۰۵)^ع > (۱٫۰۵)^{ل+۱}

پس (۱٫۰۵) لگ ل > (۱٫۰۵) لگ ع > (۱٫۰۵) لگ (۱+ل)

و حاصل ل > ع > ۱+ل

حاصل آنکه جزء صحیح مدت مطلوب بحسب سنین همان جزء صحیح است که برای عدد ع از این تساوی (۱٫۰۵)^ع = ۲ استخراج میشود

و چون این است که بلگاریتم حل کنیم عدد سنین مطلوب ع تا واحدی تقریبست می آید فرض میکنیم که سنین مطلوب ۱۴ بیرون آید پس ع را در تساوی (۲) بدل کنیم به ۱۴ و آنوقت تساوی چنین میشود

س (۱٫۰۵)^{۱۴} (۱ + ۰٫۰۵ ک/ل) = ۲س

و بعد از اختصار عمل مقدار ک/ل که کسر مدت سنین ۱۴ باشد معلوم میشود

و همین وجه میتوان معلوم کرد مدتی را که سرمایه ۳ برابر شود یا چهار برابر و غیره یا بمبلغی معین رسد

در قاعدهٔ تعیین حاصل جمع جملهای تناسب هندسی

۱۵ در حل مسائل قسط السنین و بیمه حیات و غیره دستوری لازم شود و بنا بر تعلیم اصول علوم تحصیلیه تعلقی نداشته باشند بعلم حساب در جبر و مقابله ذکر کنند ولی بنا بر ضرورت اینجا آوردیم

تناسب هندسی سلسلهٔ اعدادی است که هر جمله اش مساوی با حاصل ضرب جملهٔ ما قبل خود در عددی مشخص که قدر نسبت گویندش

مثال چنین سلسلهٔ اعداد را ∺ ۵ : ۱۵ : ۴۵ : ۱۳۵ تناسب هندسی گوئیم و قدر نسبتش ۳ است

در تعیین حاصل جمع جملهای معدودی از تناسب هندسی دستور مختصری در دست است که آن را ذکر می‌کنیم و بعد از این بکار می‌بریم

در همه جا جملهٔ اول تناسب را ا فرض کنیم و قدر نسبت را ج و عدد جملهای مفروض را ع و حاصل جمع آن جملها را ح

پس بنا بر تعریف مذکور سلسلهٔ تناسب چنین نوشته شود

$$\div\!\div\ \text{ا} : \text{ا}\,\text{ج} : \text{ا}\,\text{ج}^{۲} : \cdots\cdots : \text{ا}\,\text{ج}^{\text{ع}-۱}$$

و مجموعشان باین صورت

$$\text{ح} = \text{ا} + \text{ا}\,\text{ج} + \text{ا}\,\text{ج}^{۲} + \cdots\cdots + \text{ا}\,\text{ج}^{\text{ع}-۱}$$

و بنا براین

$$\text{ج}\,\text{ح} = \text{ا}\,\text{ج} + \text{ا}\,\text{ج}^{۲} + \text{ا}\,\text{ج}^{۳} + \cdots\cdots + \text{ا}\,\text{ج}^{\text{ع}}$$

و چون ح را از $\text{ج}\,\text{ح}$ تفریق کنیم چنین میشود

$$\text{ج}\,\text{ح} - \text{ح} \ \text{یا}\ \text{ح}(\text{ج}-۱) = \text{ا}\,\text{ج}^{\text{ع}} - \text{ا} = \text{ا}(\text{ج}^{\text{ع}}-۱)$$

و بنا براین

$$\text{ح} = \frac{\text{ا}(\text{ج}^{\text{ع}}-۱)}{\text{ج}-۱} \qquad (1)$$

و دستور مقصود بدینسان بدست آمد

در مسئلهٔ قسط السنین

۶۱ مسئله شخص اجیر هر سال مبلغ ۶۰ تومان اجرت خود را از دیگری
میسپرد و از قرار ۵ درصد بربح مرکب با او معامله میکرد چون مدت
۲۵ سال برین سیاق گذشت و از اجاره بیرون آمد تنخواه خود را از صراف
مطالبه نمود اجرت سال اخیر را بر آن افزود و بر بهای خانه داد حال مطلوب
بهای خانه است یا مجموع ذخیرهٔ او از اصل و فرع

ربح یک تومان در سال این است ۰٫۰۵ و تنخواه اول مدت ۲۴ سال نزد صراف
مانده پس بنا بر دستور (۱) ص ۱۴ مبلغش این میشود $۶۰(۱٫۰۵)^{۲۴}$
و تنخواه ثانی مدت ۲۳ سال در معامله بوده و باین مبلغ میرسد $۶۰(۱٫۰۵)^{۲۳}$
و تنخواه سوم مدت ۲۲ سال بوده و باین مبلغ میرسد $۶۰(۱٫۰۵)^{۲۲}$ و همچنین در سایر
سنین و سرمایه ماقبل اخیره ۶۰ تومان چون بیش از یکسال در معامله نبوده چنین میشود $۶۰(۱٫۰۵)$
و تنخواه اخیر صرف همان مبلغ ۶۰ تومان

پس بعد از ۲۵ سال مجموع آن مبالغ بعکس ترتیب چنین میشود

$$۶۰ + ۶۰(۱٫۰۵) + ۶۰(۱٫۰۵)^{۲} + \cdots + ۶۰(۱٫۰۵)^{۲۴}$$

یا چنین $۶۰\left[۱ + ۱٫۰۵ + (۱٫۰۵)^{۲} + (۱٫۰۵)^{۳} + \cdots + (۱٫۰۵)^{۲۴}\right]$

و آنچه در علامت جامعه محصور شده حاصل جمع جملهای متناسب هندسی است که اولش ۱ باشد
و قدر نسبتش ۱٫۰۵ را و عدد جملهایش ۲۵ پس در این دستور $ج = م\frac{ح^{ع}-۱}{ح-۱}$ بجای
حروف این اعداد را قرار میدهیم ۱ = م و ۱٫۰۵ = ح و ۲۵ = ع
و چنین میشود $ج = \frac{(۱٫۰۵)^{۲۵}-۱}{۰٫۰۵}$ پس مستحق اجیر مالک این مبلغ تنخواه میشود
$۶۰ \times \frac{(۱٫۰۵)^{۲۵}-۱}{۰٫۰۵}$ و جمله $(۱٫۰۵)^{۲۵}$ را باید بلگاریتم معلوم کرد

مسئلهٔ ذیل از نوع مذکور است و بهمان وجه حل میشود

پدری تا وقت وفاتش هر ساله مبلغ ۵۰ تومان نزد صرافی میسپرد یا بخزانه کمپانی تحویل میکرد تا آنکه این مبالغ باضافه ربح مرکبشان از قرار ۵ در ۱۰۰ بعد از وفات عاید اطفالش شود سرمایهٔ کسب قرار دهند و این عمل بمدت ۱۹ سال بر آن سیاق گذشت حال مطلوب مبلغ تنخواهیست که شخص صراف باید تسلیم اولاد متوفی کند

در مسئلهٔ استهلاک دین

۱۷ و آن عبارتست از اینکه شخص مدیون مبلغ دین را متدرجاً از روی نظمی معین بپردازد تا بکلی مستخلص شود

طرز استهلاک دین که منظم تر و معمول تر باشد اینست که شخص بر خود لازم کند که بفاصله‌های متساویه زمان مثلاً سال بسال چنانچه رسم است مبلغ معینی را وقف ادای ربح گذشته نماید و تنزل اصل تنخواهی که اول قرض کرده یعنی آن مبلغ معین را که مبلغ بعضش از بابت ربح باشد و بعضش از بابت ادای قرض

این مبلغ معین را قسط السنین گوئیم و میزانش بسته بچیزهاست مبلغ دین و بر نرخ ربح و بمدتی که مقصود نابود ساختن قرض است در عرض آن و ما در ضمن چند مثال نحوهٔ یافتن مبلغ قسط السنین را معلوم میکنیم

۱۸ مثال شخصی مبلغ ۱۰۰۰ تومان از قرار ۵ در ۱۰۰ مقروض است و میخواهد آن را در مدت ۱۲ سال مستهلک نماید حال مطلوب مبلغ تنخواهیست که باید همه ساله کارسازی کند

مبلغ قسط السنین باید بیشتر باشد از ربح سالیانه ۱۰۰۰ تومان قرض (و آن ۵۰ تومان میشود) پس مبلغی را که هر سال علاوه بر ربح ادا میکند س فرض میکنیم و حال همین مبلغ س را که از بابت اصل دین آخر هر سال ادا میکند منظور میآوریم

شخص وامدار علاوه بر آن مبلغ چون آخر سال دوم ربح ۱۰۰۰ تومان یعنی ۵۰ (یا اگر از ۵۰ تومان چیزی بکاهد) پس ربح همین مبلغ سه را که از قرض کاسته شده نیز ضمناً کارسازی کند پس این ربح ۰٫۰۵ × سه تخفیف تازه میشود از قرض و باید اضافه نمود بر مبلغ سه با ،

(۱) سه + سه × ۰٫۰۵ = سه (۱٫۰۵) = سه (۱٫۰۵)^۲

و فرض میکنیم سه‌۲ = (۱٫۰۵)^۲ سه و در آخر سال چهارم نیز شخص وامدار ربح این مبلغ سه‌۲ را که از قرض کاسته شده میدهد و لهذا تخفیف قرض باین مبلغ میرسد

(۲) سه‌۲ + سه‌۲ × ۰٫۰۵ = سه‌۲ (۱٫۰۵) = سه (۱٫۰۵)^۳

و همچنین پیش میرویم تا آخر سال دوازدهم آنوقت بعد از ادای مبلغ سه و تضعیفش که تخفیف قرض شده اند شخص وامدار این مبلغ را (۱٫۰۵)^۱۱ سه را از قرض ادا نموده

حال چون بهمان وجه پیش آئیم در خصوص مبلغ ثانی سه که در آخر سال دوم ادا میکند با منافعش که در سالهای بعد کارسازی میشود و اضافه میگردد بر آن سرمایه معلوم میشود که آخر سال دوازدهم مبلغی را که در ثانی از اصل قرض کاسته این میشود (۱٫۰۵)^۱۰ سه و مبلغ سوم که در آخر سال سوم ادا میکند با اضافه منافعش که در مدت ۹ سال متراکم میشود دیگر است از قرض این مبلغ (۱٫۰۵)^۹ سه

و بهمین وجه گفتگو میکنیم در خصوص سایر مبالغ سه پس در آخر محاسبه سال دوازدهم مجموع تخواهی که بتدریج کارسازی کرده اصلاً و فرعاً و از قرض کاسته میشود این است سه + (۱٫۰۵) سه + ... + (۱٫۰۵)^۹ سه + (۱٫۰۵)^۱۰ سه + (۱٫۰۵)^۱۱ سه

و آنوقت باید حساب مبلغ ۱۰۰۰ تومان قرض بکلی پرداخته شده باشد پس باید سه مبلغی باشد که در این تساوی صدق کند

$$1600 = \text{س} + (1.05)\,\text{س} + \dots + (1.05)^{9}\,\text{س} + (1.05)^{10}\,\text{س} + (1.05)^{11}\,\text{س}$$

جزو اول این تساوی را چون بعکس ترتیب تحریر ملاحظه کنیم می‌بینیم تناسبی است هندسی که جمله اولش س است و عدد جملها ۱۲ و قدر نسبت ۱٫۰۵ را پس حاصل جمع آنها از قرار دستور (۱) ص ۱۵ چنین میشود

$$1600 = \frac{\text{س}\{(1.05)^{12} - 1\}}{0.05} = \frac{\text{س}(1.05)^{12} - \text{س}}{0.05}$$

و بعد از آن چنین

$$\text{س} = \frac{1600 \times 0.05}{(1.05)^{12} - 1}$$

و در این دستور همان مقدار $(1.05)^{12}$ را باید بلگاریتم معلوم شود و باقی بحساب رسمی و چون مبلغ س بدست آمد می‌افزائیمش بر ۸۰ تومان که ربح سالیانه ۱۶۰۰ باشد از قرار ۵ در ٪ پس س + ۸۰ مبلغی است که همه ساله باید بپخش و ادا بدهد تا بعد از ۱۲ سال بکلی از قرض وا رهد

و چون دلیل مذکور کلی است فرض میکنیم که مبلغ استقراضی سع باشد و ربح هر تومانی ن در واحد زمان که فاصله مابین هر دو قسط باشد و ع عدد قسطها و س مبلغی که در هر قسط علاوه بر ربح سع کارسازی میشود

پس

$$\text{س} = \frac{\text{ن} \times \text{سع}}{(1+\text{ن})^{\text{ع}} - 1} \qquad (\text{ح})$$

و ربح سع در هر قسط این است ن × سع و از این قرار مبلغی که در هر دفعه باید کارسازی شود این است

$$\frac{(1+\text{ن})^{\text{ع}}\,\text{ن} \times \text{سع}}{(1+\text{ن})^{\text{ع}} - 1} = \frac{\text{ن} \times \text{سع}}{(1+\text{ن})^{\text{ع}} - 1} + \text{ن} \times \text{سع} \qquad (\text{ط})$$

۱۹ مسئله استهلاک را میتوان بقسم دیگر عنوان کرد از این قرار

مثال شخصی همه ساله مبلغ ۱۲۰ تومان وقف کرده است از بابت اصل و فرع مبلغ ۱۲۰۰ تومان قرض که سالیانه از قرار ۵ در ٪ معامله شده حال میخواهیم بدانیم که بعد از چند سال از این قرض بکلی میرهد

مبلغ سالیانه ۱۲۰۰ تومان از قرار ۵ در ۱۰۰ این است ۶۰ تومان پس آنچه در هر قسط علاوه بر مبلغ مزبور باید بپردازد ۶۰ تومان است

عدد سنین مطلوب را ن فرض میکنیم پس چون در این ع ورود ۶۰ تومان تکرار کنیم آنچه را که تاکنون در خصوص بعد بیکشیم و با در دستور (جـ) این مقادیر را قرار دهیم

$س = ۱۲۰۰$ ، $ع = ۶۰$ ، $ق = ۰٫۰۵$ چنین میشود

$$۶۰ = \frac{۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵}{(۱٫۰۵)^{ع} - ۱} \qquad (۱)$$

طرفین را ضرب میکنیم در $(۱٫۰۵)^{ع} - ۱$ تا چنین شود

$$۶۰(۱٫۰۵)^{ع} - ۶۰ = ۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵$$

و بعد

$$۶۰(۱٫۰۵)^{ع} = ۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵ + ۶۰$$

و بعد

$$(۱٫۰۵)^{ع} = \frac{۱۲۰۰ \times ۰٫۰۵ + ۶۰}{۶۰} = \frac{۱۲۰۰}{۶۰} = ۲$$

حال بعمل لگاریتم ع را معلوم میکنیم $لگ ۲ = (۱٫۰۵) لگ ع$

و بنابراین

$$ع = \frac{لگ ۲}{لگ ۱٫۰۵}$$

و بعد از حساب ع واقع میشود مابین ۱۴ و ۱۵ و باید معلوم کرد که در مدت ۱۴ سال موافق شروط مسئله چه مبلغ از قرض کاسته شده این است $\frac{۶۰}{۰٫۰۵}\{(۱٫۰۵)^{۱۴} - ۱\}$ و این مبلغ کمتر است از ۱۲۰۰ تومان و باید تفاضل آنها را معلوم کرد و آن چیزی است که شخص و امدار بعد از قسط چهاردهم باید بدهد تا بکلی از قرض آزاد شود و مبلغش البته کمتر است از ۶۰ تومان

و در امثال چنین حالات باید همین وجه پیش رفت چونکه دستور $س = (۱٫۰۵)^{ع} س$ ربح مرکب صدق پیدا میکند فقط در این صورت که عدد سنین یعنی ع صحیح باشد

۲۵ دستور مذکور قسط السنین در ممالک خارجه وقتی مجری است که مردم رسمی از نفع

خود خواهی قرض کرده باشند لیکن اگر تنخواه را با صراف یا از جماعت قرض گرفته باشند باید بر مبلغ قسط السنه که بدستور مذکور معین میشود مبلغ مشخص دیگر افزوده بعنوان اضافه داده و معلوم است که بر این مبلغ ربحی تعلق نمیگیرد

۲۱ در ذکر جماعت راهنین فرانسه این جماعت تنخواه را با رهن قرض میدهند از قرار شروط ذیل قسط السنین مشتمل بر چند فقره است اول ربح دوم استهلاک که مبلغش نسبت بنرخ ربح و بمدت قرض سوم رسوم سالیانه بعنوان حق العمل و مصارف اداره و آن ممکن نیست که نسبت باصل مبلغ از $\frac{۳}{۵}$ صده ٪ تجاوز کرد

قسط السنین باید ششماه بششماه داده شود در اوقاتیکه از جانب اداره مشخص شده باشد و جماعت در وقت دادن قرض از اصل مبلغ میکاهند ربح و رسوم یکساله را که تا اولین موعد سه ماهه باقی مانده باشد

ما در جدول ذیل قسط السنین مبلغ یکصد تومان قرض را درج کرده ایم با انضمام رسوم سالیانه بنابر آنکه قرض که شخص مدیون بخواهد آن مبلغ را در عرض ده سال ادا کند یا بیشتر برود تا ۵۰ سال یعنی مدت استهلاک یکصد تومان قرض را از ده سال فرض نموده ایم تا ۵۰ سال و این جدول از کتابچه قوانین جماعت نقل شده

عدد سنین	قسط السنین که در هر سال ماه نصف آن باید ادا شود	عدد سنین	قسط السنین که باید در هر شش ماه نصف آن ادا شود
	نرخ قسط السنین مبلغ یکصد تومان قرض ذی ربح ۵ درصد		
سنین	تومان	سنین	تومان
۱۰	۱۳٫۴۲۹۴۲۶	۳۶	۶٫۶۱۶۸۳۴
۱۱	۱۲٫۵۲۹۳۲۰	۳۷	۶٫۵۵۸۴۴۶
۱۲	۱۱٫۷۸۲۵۶۴	۳۸	۶٫۵۰۳۹۱۲
۱۳	۱۱٫۱۵۳۷۵۰	۳۹	۶٫۴۵۲۹۲۸
۱۴	۱۰٫۶۱۷۵۸۶	۴۰	۶٫۴۰۵۳۱۰
۱۵	۱۰٫۱۵۵۵۳۸	۴۱	۶٫۳۶۰۵۱۰
۱۶	۹٫۷۵۳۶۶۲	۴۲	۶٫۳۱۸۵۹۶
۱۷	۹٫۴۰۱۳۵۰	۴۳	۶٫۲۷۹۲۶۶
۱۸	۹٫۰۹۰۳۱۶	۴۴	۶٫۲۴۲۳۳۲
۱۹	۸٫۸۱۴۰۳۴	۴۵	۶٫۲۰۷۶۱۸
۲۰	۸٫۵۶۷۲۴۸	۴۶	۶٫۱۷۴۹۷۴
۲۱	۸٫۳۴۵۷۵۴	۴۷	۶٫۱۴۴۲۵۲
۲۲	۸٫۱۳۶۰۷۴	۴۸	۶٫۱۱۵۳۲۴
۲۳	۷٫۹۶۵۳۵۲	۴۹	۶٫۰۸۸۰۷۰
۲۴	۷٫۸۰۱۲۰۰	۵۰	۶٫۰۶۰۵۰۰
۲۵	۷٫۶۵۱۶۱۲	۵۱	۶٫۰۳۸۱۴۴
۲۶	۷٫۵۱۴۸۹۴	۵۲	۶٫۰۱۵۲۷۸
۲۷	۷٫۳۸۹۵۹۸	۵۳	۵٫۹۹۳۶۹۲
۲۸	۷٫۲۷۴۴۸۶	۵۴	۵٫۹۷۳۴۴۶
۲۹	۷٫۱۶۸۴۹۰	۵۵	۵٫۹۵۴۸۴۴
۳۰	۷٫۰۷۰۶۸۰	۵۶	۵٫۹۳۵۸۳۸
۳۱	۶٫۹۸۰۲۵۲	۵۷	۵٫۹۱۸۶۴۵
۳۲	۶٫۸۹۶۴۹۸	۵۸	۵٫۹۰۴۳۴۳
۳۳	۶٫۸۱۸۷۹۸	۵۹	۵٫۸۸۶۹۳۹
۳۴	۶٫۷۴۶۶۰۲	۶۰	۵٫۸۷۰۰۰۰
۳۵	۶٫۶۷۹۳۲۴		

در استعمال این جدول مبلغی را که میخواهید قرض کنید بر ۱۰۰ قسمت کنید و خارج ابدا ضرب نمائید در قسط السنین که نظیر عدد سنواتی باشد که بایست در آن مدت قرض مستهلک شود

۲۲ باید با عداد این جدول را نوشته و من باب مشق مبلغ هر قسط السنین را نصف کنند و عدد سنین نظیر آن مضاعف نمائید تا حساب شش ماهه معلوم شود و من باب مثال قسط السنین سوم را استیفا میکنیم

شخص مدیون چون جمیع آنها در ۱۲ سال از مبلغ یکصد تومان قرض مستخلص شود در هر ششماه مبلغ ۸۹۱۲۸۴ر۶ تومان بجماعت کارسازی میکند و این مبلغ مرکب از سه فقره است ۵۰ر۲ تومان از بابت ربح ۱۰۰ تومان و ۳۰۴ر۰ تومان از بابت صرف اجاره و ۸۹۱۲۸۴ر۳ تومان مبلغ ثابت که باضافه نفع در نفع ششماهه موافق صفحه ۱۷ باید در مدت ۱۲ سال یا در ۲۴ قسط ششماهه قرض را بکلی رفع کند

و این مبلغ اخیر را میخواهیم از روی دستور (ج) صفحه ۱۸ معلوم کنیم بنابر آنکه

۰ر۰۲۵ = ق و ۲۴ = ع و ۱۰۰ = س

۲۴۳ هرگاه مبلغ استقراض از مردم رسمی گرفته شود یا از صراف یا از جماعت شخص مدیون

... معین کرد

اشخاص در تغییر و تبدیل اند بسیار مشکل است بلکه محال که شخص مبلغ استهلاک را میان حق داران سهام مناسب قسمت کند علاوه بر آن شاید جمیع ارباب تمسک نخواهند که طلبشان بطور استهلاک پرداخته شود در اینصورت باید بوجهی دیگر دین مستهلک شود

۲۴۴ در استقراض دولت — دولتی میخواهد مبلغ ۲۰۰ ملیون فرانک قرض کند (چهل کرور تومان) که ربحش سالیانه از قرار ۳ در صد است و سالیانه از قرار هفتاد و پنج تومان ۴ تومان بطور استهلاک بپردازد

در چنین قصدی غالب آنست که برای ادای ربح رسیده و استهلاک قرض قسط سالیانه موقوف میدارد مرکب از ربح سالیانه مبلغ تمام قرض باضافه مبلغ ثابتی که بهر یکصد تومان

ربحی معین داشته باشد (بخصوص فلان صدی ۵ سرمایه) در مثال مذکور مبلغ اضافی را در هر یکصد تومان سرمایه ۳ تومان فرض میکنیم ربح ۴۰ کرور تومان بشروط مسئله این است

$\frac{20000000 \times 3}{75}$ تومان یا ۸۰۰۰۰۰ تومان و در ۲۰۰۰۰۰۰۰ تومان از قرار صدی ۱ این مبلغ میشود ۲۰۰۰۰۰ تومان

پس دولت همه ساله مبلغ ۱۰۰۰۰۰۰ تومان صرف میکند در ادای ربح موعود و استهلاک قرض معهود و طریق ادای آن قسط السنین از این قرار است

در آخر سال اول مبلغ ۸۰۰۰۰۰ تومان از بابت ربح بحق داران میدهد و بصرافخانه میسپارد: که مبلغ ۲۰۰۰۰۰ تومان تمسک برای او بخرند

و در آخر سال دوم ربح تمسکاتی را که در دست مردم مانده و در رواج بازار است ادا میکند و ربح تمسکاتی را که سابق مدیون بود و باز خرید اضافه میکند بر مبلغ ۲۰۰۰۰۰ تومان و تعیین میکند که تازه بهمین مبلغ تمسکات خریداری کنند

و همچنین در آخر سال سوم بعد از ادای ربح ذمی آنچه ربح از تمسکات خریده شده باقی میماند منفرداً نیز بر ۲۰۰۰۰۰ تومان و تمسکات تازه میخرد و همچنین همه ساله تا آنگاه که مجموع تمسکات باز خریده برسد بمبلغ ۴۰ کرور تومان و یا نفع آنها رسیده باشد به هشتصد هزار تومان

دستور استهلاک چنین قرضها شهر و ولایت و جماعات زیر قرار بود

۲۵ هرگاه بخواهند که مبلغ استقراضی در سنین مشخص مستهلک شود باید قسط السنین را بطریق (۱۵) معلوم کرده آن مبلغ مرکب میشود از ربح سرمایه استقراضی باضافه مبلغ معینی که سابق [illegible] فرض نمودیم پس در این مبلغ [illegible] و در ربحهای تمسکات استباعیه تدریجیه باید همان طور رفتار کرد که در خصوص دویست هزار تومان مثال سابق رفتار کردیم

مثال جماعت راه آهن جنوبی فرانسه (در ممالکی که راه آهن زیاد داشته باشد هر خطی را نسبت میدهند بسمتی که ممتد شده مثلا گویند راه آهن شمالی و راه آهن جنوبی و امثال آن) در سال ۱۸۵۵ مسیحی ۶۰۰۰۰۰ طغرا تمسک سپردند نزد مردم هر کدام بمبلغ پنجاه تومان سهمی و ربح هر کدام در سال ۱۵ قران و شرط شد که آن تمسکات در عرض ۹۴ سال شمسی بطور استهلاک متدرجاً پرداخته شود و قسط السنین ابتدا از سال ۱۸۵۸ هر ساله اول ماه ژولیه داده شود تا سال ۱۹۵۱ ختم شود و نمرهای تمسکات استهلاکی هر ساله بطور قرعه بیرون آید

وحال مقصود یافتن این راه استهلاک است

اول باید معلوم کنیم مبلغ مقرری را که جماعت باید همه ساله وقف کند برای اداء ربح موعود و استهلاک قرض معهود

این قسط السنین چنانچه سابق ذکر شده مرکب است از دو فقره اول از ربح سرمایه استقراضی که مبلغش ۹۰۰۰۰۰ تومان میشود (یعنی ۹۰۰۰۰۰ برابر ۱۵ قران) دوم از مبلغ ثابت سعه که از روی دستور (ح) ل ۱۸ معلوم میشود

$$\text{سعه} = \frac{\text{سع} \times \text{ت}}{(1+\text{ت})^{\text{ع}}-1}$$

میزان ۶۰۰۰۰۰ طغرا تمسک ۵۰ تومانی سرمایه میشود مبلغ ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان و در ۵۰ تومان ۱۵ قران ربح معادل ۳ تومان ربح میشود در ۱۰۰ تومان یا ۰٫۰۳ در ۱ تومان و عدد سنین هم ۹۴ است و معلومات مسئله این سه فقره است

$$\text{سع} = 30000000 \qquad \text{ت} = 0{,}03 \qquad \text{ع} = 94$$

پس

$$\text{سعه} = \frac{30000000 \times 0{,}03}{(1{,}03)^{94}-1} = \frac{900000}{(1{,}03)^{94}-1}$$

و در این صورت بمقدار $(۱٫۰۳)^{۹۴}$ بلگاریتم معلوم شود

$(۱٫۰۳)^{۹۴} = ۱۶٫۰۹۵۳۲$ $(۱٫۰۳)^{۹۴} - ۱$

پس ۹۰۰۰۰۰ را بر ۱۵٫۰۹۵۳۲ قسمت میکنیم و خارج قسمت ۵۹۶۲۱٫۱ تومان
مقدار سهم است پس هر ساله ابتدا از سال ۱۸۵۸ و از ماه ژوئیه تا مدت ۹۴ سال
جماعت عزبخت باید سهم + ۹۰۰۰۰۰ تومان یعنی ۹۵۹۶۲۱٫۱ کارسازی کنند برای نسخ
گذشته قرض و استهلاک هر چند طغرا تمسکی که ممکن باشد و معلوم است در آخر آن مدت
بکلی از قرض وا میرهند

در ظهر هر تمسک تواریخ ۹۴ ساله را نوشته اند و باز هر تاریخ عدد تمسکاتی را که در آن سال
مستهلک شده و طریق یافتن آن عدد از این قرار است

در سال ۱۸۵۸ مبلغ ۹۰۰۰۰۰ تومان بدبرای ادای منافع سابق جماعت داد
باقی ۵۹۶۲۱٫۱ تومان استهلاک میبایست داد که عدد طغرا تمسکاتی را که ممکن باشد پس این مبلغ را
بر ۵۰ قسمت میکنیم خارج قسمت صحیح این میشود ۱۱۹۲ و باقی میماند ۲۱٫۱ تومان از
این قرار در سال ۱۸۵۸ جماعت مبلغ ۱۱۹۲ طغرا تمسک را استهلاک میکنند و
و ۲۱٫۱ تومان غیر مستعمل باقی میماند برای او

در سال ۱۸۵۹ بعد از ادای ربح تمسکاتی که در دست مردم رواج است برای استهلاک
تمسکات تازه این سه مبلغ را کارسازی میکنند اول ۵۹۶۲۱٫۱ تومان دوم ۲۱٫۱ تومان
غیر مستعمل سال ۱۸۵۸ سوم ربح مبلغ ۱۱۹۲ طغرا تمسک مستهلک شده
(۱۷۸۸ تومان = ۱٫۵ × ۱۱۹۲) و مجموع آنها ۶۱۴۳۰٫۲ تومان میشود این مبلغ را
بر ۵۰ قسمت میکنیم خارج قسمت صحیح ۱۲۲۸ باشد و باقی ۳۰٫۲ پس در سال ۱۲۲۸
طغرا تمسک مستهلک میشود و ۳۰٫۲ تومان غیر مستعمل میماند

در سال ۱۸۶۰

درسال ۱۸۶۰ مخارج استهلاک تنزیل شده است ۱٫۱۲۴۹۵ تومان و ۳۰٫۲ تومان ربحی که تعلق میگیرد به ۲۴۲۵ طغرا تمسک مستهلک (۲۴۲۵×۱٫۵) و مجموع را به ۵۰ قسمت تقسیم کنیم خارج قسمت صحیح عدد طغرا تمسکاتی است که آن سال مستهلک میشود

و همچنین سال بسال تا آخر سال ۱۹۵۱

و در استهلاک انواع چنین تمسکات بهمین وجه باید رفتار نمود ولی باید ملتفت این نکته بود که در این عمل همیشه باید ربحی را که بازاء هر تمسک ادا میشود نسبت باد لبرایه رسمی آن تمسک داد و از آن نوعی ربح را بدست آورد چنانچه ما نیز همین طور کردیم مثال در تمسکات که اسماً ۵۰ تومانی باشند و به ۵٫۴۲۴ تومان رسمی مستهلک شوند و ربح هر تمسک ۲٫۵ تومان باشد باید این ربح را نسبت باد لبرایه ۵٫۴۲۴ و گفت در ۵٫۴۲۴ تومان ۲٫۵ تومان ربح معادل ۱ تومان است

در ۲۵ یا ۴ به عشر

در مقابله تمسکات مختلفه

۳۷ ولی هرگاه بخواهیم صرفه خود را بدانیم در خریدن یا نگاهداشتن چنین تمسکات تکلیف دیگر است این صرفه بسته است به چیز یکی بقیمت تمسک حین معامله دیگر بربحی که باو تعلق میگیرد و سوم بسرانه استهلاک .. اما قیمت یکی از تمسکات مذکوره را در ۲۵ ژوئیه ۱۸۵۴ فرض میکنیم ۲۸٫۸۷۵ تومان باشد و چنین تمسک در استهلاک ۵۰ تومانی محسوب میشود و ربحش در سال ۱۵ قران است پس ما ربح یکتومان یا ۱۰۰ تومان مرابحه را در هر دو حالت معلوم کنیم و بعد مقابله کنیم تا مقصود بدست آید

ربح ۲۸٫۸۷۵ تومان ۱٫۵ است پس ربح یکتومان این مبلغ میشود $\frac{۱٫۵}{۲۸٫۸۷۵}$ تومان و ربح ۱۰۰ تومان این مبلغ $\frac{۱۵۰}{۲۸٫۸۷۵}$ یا ۵٫۱۹۵ تومان

حال باید سرانه استهلاک را منظور آوریم پس گوئیم چون جماعت باید بعد از این مبلغ ۵۰ تومان

بدهد در عوض چیزیکه اکنون ۲۸٫۸۷۵ تومان ارزش دارد میتوان چنین فرض کرد که برای
هر تمسک سرانه سالیانه قرار داده است مبلغ سه که پیش خود نگاه میدارد و بعد از این با
ربح مرکبش از قرار صدی ۵ در ۹۴ مستهلک کند و آن سرانه سالیانه باید مبلغی باشد که
ربح مرکب در آخر وقت استهلاک ۲۱٫۱۲۵ تومان شود و اضافه کرد به ۲۸٫۸۷۵ تومان
یعنی در رست ۵۰ تومان شود پس باید مقدار سه را معلوم کنیم و آن در حقیقت ربحی است
اضافی از تمسک چون تاریخ استهلاک تمسک ها غیر معین است و جمیع تمسکات باید ابتدا از
۱۸۵۸ بتدریج مستهلک شوند در عرض ۹۴ سال و عدد تمسکات مستهلکه سال بسال در
تزاید است باید از روی اصح ملاحظات واسطه موقتی اختیار نمود مثلاً فرض میکنیم که
استهلاک تمسک ها در سال ۶۰ ع باشد پس بعد از این مقدمه باید سرانه سالیانه سه را از روی
این دستور $\frac{ن \times س}{(1+ن)^{ع} - 1}$ = سه معلوم کرد بنا بر آنکه فرض کنیم ۲۱٫۱۲۵ = س
۰٫۰۵ = ن و ۶۰ = ع لهذا $سه = \frac{21.125 \times 0.05}{(1.05)^{60} - 1} =$ ۰٫۰۵۹۷ تومان
پس سرانه موقتی استهلاک بتقریب معادل شد با ربح صدی ۰٫۰۵۹۷ تومان سالیانه که نفعش
بدهیم بسرمایه ۲۸٫۸۷۵ تومان و آن ۰٫۲۰۷ تومان میشود در ۹۴ و آنرا اضافه کنیم
بر ۵٫۱۹۵ تومان مجموع ۵٫۴۰۲ تومان میشود
پس چنین تصور میکنیم که تمسک هر سال از قرار ۵٫۴۰۲ در ۹۴ ربح دارد و چون ربح ۱۰۰ تومان
در هر دو حالت مشخص شد صرفه عمل بدست می آید

در معاملات مادام الحیات و سود ما دام الحیات و مسئله تونتین و امثال آنها

۲۸ مسائل متعلقه بمدة الحیات و بسود ما دام الحیات و به تونتین جمیعاً از روی دو جدول
ذیل حل شوند
جدول اول منسوب است به دو ویلار نام فرانسوی که در سال ۱۲۲۱ هجری برای مملکت فرانسه

وضع نموده دیگری با الف کنونی مملکت موافقت نکند چونکه نسبت ممات بیش از آن شده که در کنون
در جمعیت فرانسه وقوع دارد و اما جدول دوم منسوب است به واپرسیو نام که سال ۱۱۵۹
وضع نموده از روی تجربه نسبت اموات خیلی کمتر است از جدول دو ویار
این دو جدول را در فرانسه جماعات ذمة الحیات استعمال کنند ولی جدول دو ویار را وقتی
استعمال کنند که بخواهند ذمه بحیات بعد از فوت اشخاص ادا کردنی باشد و جدول
دو پارسیو را وقتی استعمال کنند که بخواهند در حیات ادا کردنی باشد

در استعمال جداول ممات

۳۹ هرگاه بخواهیم بدانیم اشخاص معینه السن مثلا ۴۲ ساله بچه نسبت فوت میشوند باید در
جدول طلب کنیم عدد اموات همان اشخاص را در سال بعد یعنی فضل زندهای آن سن بر عدد
عدد زندهای سال آینده (۴۳ ساله) و عدد اول را بر آن تفاضل قسمت کنیم خارج قسمت
عدد اشخاصی است که از ایشان یکنفرشان خواهد مرد یعنی نسبت اموات بعدد اشخاص مفروض
مثل واحد است بآن خارج قسمت
شخص ۴۲ ساله را میخواهیم بدانیم که احتمال حیاتش و احتمال مماتش بچه نسبت است
سن ۴۲ و سن ۴۳ را در جدول مستعمل طلب میکنیم مثلا در جدول دو ویار معلوم میشود
که از جمله ۳۵۵۴۰۰ نفر ۴۲ ساله بعد از یکسال ۳۴۸۳۴۲ نفر باقی خواهند ماند
پس عدد امواتش ۷۰۵۸ نفر است عدد ۳۵۵۴۰۰ را بر ۷۰۵۸ قسمت میکنیم خارج
قسمت این است ۵۰٫۳۵ پس معلوم میشود که در جمله ۵۰۳ نفر ۱۰ نفر میمیرد و از آن قرار
احتمال مرگش $\frac{۱۰}{۵۰۳}$ است و احتمال زندگیش $\frac{۴۹۳}{۵۰۳}$

۴۰ از جمله ۴۰۰ نفر ۴۰ ساله مطلوب عدد اشخاصی است که احتمالا
بسن ۶۰ سالگی برسند از روی جدول دو ویار در جمله ۴۰۲۳۶۹ نفر ۴۰ ساله

۲۱۳۵۶۷ نفر بتقریب همان نسبت را دارد عدد مطلوب اشخاصی که از جمله ۴۰۰ نفر بسن ۶۰ سالگی برسند بعدد ۲۱۳۵۶۷ از این قرار

ل / ۲۱۳۵۶۷ = ۴۰۰ / ۳۶۹۴۰۴ و (۴۰۰ × ۲۱۳۵۶۷) / ۳۶۹۴۰۴ = ل

و خارج قسمت را تا واحد تقریب معلوم کنید (این حساب را از روی جدول دوم نیز بعمل آورید)

۱۳۱ هرگاه بخواهیم بدانیم که شخص معلوم السنی چند سال دیگر ممکن است امید زندگانی داشته باشد باید در جدول حیات عدد زنده‌های آن سن را طلب کرد و نصف نمود و از جدول سن‌ها بازاء آن نصف را بیرون آورد زیرا که چون نصف عدد اشخاص معلوم السن زیست کنند و برسند بسنی که از جدول بیرون آمد ظاهر است که درین صورت احتمال حیات و ممات برای شخص معهود یکی است و هیچکدام بر دیگری رجحان ندارند

جدول شمار فرانسه بحساب دوویلار

عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان
۰	۱۰۰۰۰۰۰	۳۷	۳۹۰۲۱۹	۷۴	۸۰۴۲۳
۱	۷۶۷۵۲۵	۳۸	۳۸۳۳۶۰	۷۵	۷۱۷۴۵
۲	۶۷۱۸۳۴	۳۹	۳۷۶۳۶۳	۷۶	۶۳۴۲۴
۳	۶۲۴۶۶۸	۴۰	۳۶۹۴۰۴	۷۷	۵۵۵۱۱
۴	۵۹۸۷۱۳	۴۱	۳۶۲۴۱۹	۷۸	۴۸۰۵۷
۵	۵۸۳۱۵۱	۴۲	۳۵۵۴۰۰	۷۹	۴۱۱۰۷
۶	۵۷۳۰۲۵	۴۳	۳۴۸۳۴۲	۸۰	۳۴۷۰۵
۷	۵۶۵۸۳۸	۴۴	۳۴۱۲۳۵	۸۱	۲۸۸۸۶
۸	۵۶۰۲۴۵	۴۵	۳۳۴۰۷۲	۸۲	۲۳۶۸۰
۹	۵۵۵۴۸۶	۴۶	۳۲۶۸۴۳	۸۳	۱۹۱۰۶
۱۰	۵۵۱۱۲۲	۴۷	۳۱۹۵۳۹	۸۴	۱۵۱۷۵
۱۱	۵۴۶۸۸۸	۴۸	۳۱۲۱۴۸	۸۵	۱۱۸۸۶
۱۲	۵۴۲۶۳۰	۴۹	۳۰۴۶۶۲	۸۶	۹۲۲۴
۱۳	۵۳۸۲۵۵	۵۰	۲۹۷۰۷۰	۸۷	۷۱۶۵
۱۴	۵۳۳۷۱۱	۵۱	۲۸۹۳۶۱	۸۸	۵۶۷۰
۱۵	۵۲۸۹۶۹	۵۲	۲۸۱۵۲۷	۸۹	۴۶۸۶
۱۶	۵۲۴۰۲۰	۵۳	۲۷۳۵۶۰	۹۰	۳۸۳۰
۱۷	۵۱۸۸۶۳	۵۴	۲۶۵۴۵۰	۹۱	۳۰۹۳
۱۸	۵۱۳۵۰۳	۵۵	۲۵۷۱۹۳	۹۲	۲۴۶۶
۱۹	۵۰۷۹۴۹	۵۶	۲۴۸۷۸۲	۹۳	۱۹۳۸
۲۰	۵۰۲۲۱۶	۵۷	۲۴۰۲۱۴	۹۴	۱۴۹۹
۲۱	۴۹۶۳۱۷	۵۸	۲۳۱۴۸۸	۹۵	۱۱۴۰
۲۲	۴۹۰۲۶۷	۵۹	۲۲۲۶۰۵	۹۶	۸۵۰
۲۳	۴۸۴۰۸۳	۶۰	۲۱۳۵۶۷	۹۷	۶۲۱
۲۴	۴۷۷۷۷۷	۶۱	۲۰۴۳۸۰	۹۸	۴۴۲
۲۵	۴۷۱۳۶۶	۶۲	۱۹۵۰۵۴	۹۹	۳۰۷
۲۶	۴۶۴۸۶۳	۶۳	۱۸۵۶۰۰	۱۰۰	۲۰۷
۲۷	۴۵۸۲۸۲	۶۴	۱۷۶۰۳۵	۱۰۱	۱۳۵
۲۸	۴۵۱۶۳۵	۶۵	۱۶۶۳۷۷	۱۰۲	۸۴
۲۹	۴۴۴۹۳۲	۶۶	۱۵۶۶۵۱	۱۰۳	۵۱
۳۰	۴۳۸۱۸۳	۶۷	۱۴۶۸۸۲	۱۰۴	۲۹
۳۱	۴۳۱۳۹۸	۶۸	۱۳۷۱۰۲	۱۰۵	۱۶
۳۲	۴۲۴۵۸۳	۶۹	۱۲۷۳۴۷	۱۰۶	۸
۳۳	۴۱۷۷۴۴	۷۰	۱۱۷۶۵۶	۱۰۷	۴
۳۴	۴۱۰۸۳۶	۷۱	۱۰۸۰۷۰	۱۰۸	۲
۳۵	۴۰۴۵۱۲	۷۲	۹۸۶۳۷	۱۰۹	۱
۳۶	۳۹۷۱۲۳	۷۳	۸۹۴۰۴	۱۱۰	۰

۹۰.۱۱.۱۰

جدول اعمار فوائد انسه که مختص بعمل دیات و تصحیح [illegible] سنوات کشیده باشند

عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان	عمر	بازماندگان
۰	۱۲۸۶	۳۲	۷۱۸	۶۴	۴۰۹
۱	۱۰۸۳	۳۳	۷۱۰	۶۵	۳۹۵
۲	۱۰۲۲	۳۴	۷۰۲	۶۶	۳۸۰
۳	۹۹۰	۳۵	۶۹۴	۶۷	۳۶۴
۴	۹۶۶	۳۶	۶۸۶	۶۸	۳۴۷
۵	۹۴۷	۳۷	۶۷۸	۶۹	۳۲۹
۶	۹۳۵	۳۸	۶۷۱	۷۰	۳۱۰
۷	۹۱۵	۳۹	۶۶۴	۷۱	۲۹۱
۸	۹۰۲	۴۰	۶۵۷	۷۲	۲۷۱
۹	۸۹۰	۴۱	۶۵۰	۷۳	۲۵۱
۱۰	۸۸۰	۴۲	۶۴۳	۷۴	۲۳۱
۱۱	۸۷۲	۴۳	۶۳۶	۷۵	۲۱۱
۱۲	۸۶۶	۴۴	۶۲۹	۷۶	۱۹۲
۱۳	۸۶۰	۴۵	۶۲۲	۷۷	۱۷۳
۱۴	۸۵۴	۴۶	۶۱۵	۷۸	۱۵۴
۱۵	۸۴۸	۴۷	۶۰۷	۷۹	۱۳۶
۱۶	۸۴۲	۴۸	۵۹۹	۸۰	۱۱۸
۱۷	۸۳۵	۴۹	۵۹۰	۸۱	۱۰۱
۱۸	۸۲۸	۵۰	۵۸۱	۸۲	۸۵
۱۹	۸۲۱	۵۱	۵۷۱	۸۳	۷۱
۲۰	۸۱۴	۵۲	۵۶۰	۸۴	۵۹
۲۱	۸۰۶	۵۳	۵۴۹	۸۵	۴۸
۲۲	۷۹۸	۵۴	۵۳۸	۸۶	۳۸
۲۳	۷۹۰	۵۵	۵۲۶	۸۷	۲۹
۲۴	۷۸۲	۵۶	۵۱۴	۸۸	۲۲
۲۵	۷۷۴	۵۷	۵۰۲	۸۹	۱۶
۲۶	۷۶۶	۵۸	۴۸۹	۹۰	۱۱
۲۷	۷۵۸	۵۹	۴۷۶	۹۱	۷
۲۸	۷۵۰	۶۰	۴۶۳	۹۲	۴
۲۹	۷۴۲	۶۱	۴۵۰	۹۳	۲
۳۰	۷۳۴	۶۲	۴۳۷	۹۴	۱
۳۱	۷۲۶	۶۳	۴۲۳	۹۵	۰

شخصی صاحب چهل سال عمر است میخواهیم بدانیم بسبب احتمال تا چه سن خواهد رسید

درجدول دوو پارعدد زندهای ۴۰ ساله ۳۶۹۴۰۴ تفریت نصفش نیست ۱۸۴۷۰۲ چون این عدد را درجدول طلب کنیم واقع میشود مابین عدد ۱۸۵۰۰۰ وعدد ۱۷۶۰۳۵ وسن ما بازاء این دو ۶۳ است پس شخص معهود امید زندگانی داشته باشد اقرب سن ۶۳ سال

شخص ۵۴ ساله میخواهد بداند تا چه سن امید زندگانی داشته باشد (بقیه مسئله سابق است) (این عقره از خارج معلوم است و لازم نیست تصریح کنیم که مسائل مذکوره حکم مقدمه دارند برای مسائل فقرهٔ انجات وسودا دام الحیات و تونتین وجواب آنها بکار جماعت فقرهٔ الحیات وامثال آنها آید ومثلا شخص چهل ساله نباید بطور مطلق چنان دادن که باحتمال کلی تا سن ۶۳ زنده خواهد بود چونکه شروط دوام وطول عمر در اشخاص مختلف است

در سودا دام الحیات شخصی بسن چهل و دو مبلغ ۳۰۰۰ تومان تنخواه نقد منصرف است ومیخواهد بسودا دام الحیوة معامله کند یعنی آن تنخواه را به شخص یا جماعتی واگذارد وایشان قسط السنینی در عوض بدو و وارث او دهند از روزی مدتی که احتمال است در دنیا باقی بماند حال مطلوب عدد سنین بقای او است وقسط السنین با سودا دام الحیات بر وجهی که تا وقت مردن انچه گرفته معادل شود با ۳۰۰۰ تومان ودیج آنرا ۵ در ٪ است

چون مقصود سودا دام الحیات است جدول دپارسیو را اختیار میکنیم و عدد ۴۲ را که در مقابل ۴۲ سال است نصف میکنیم حاصل میشود ۳۲۱ وآن واقع میشود مابین ۳۲۹ و ۳۲۰ وما بازاء این دو عدد ۶۹ و ۷۰ سال است پس شخص معهود احتمال است که

۲ یا ۲۸ سال دیگر زندگانی کند و ما ۲۸ را اختیار میکنیم چه که قرض دهندگان
... ی را انتخاب کنند که صرفه اش بیشتر باشد حال باید قسط السنینی معلوم کرد
که تا ۲۸ سال سرمایه ۳۰۰۰ تومان را فانی کند یعنی مطلوب مبلغ مقرری است
که باید هر سال از بابت ربح و از بابت استهلاک سرمایه داد پس در دستور
(۵) ل ۱/۸ علامت مع را بدل کنیم به ۳۰۰۰ و علامت ه را به
۰٫۰۵ و علامت ع را به ۲۸ تا این قسط السنین بدست آید

$$\frac{3000\,(0.05)\,(1.05)^{28}}{(1.05)^{28}-1}$$

و جمله $(1.05)^{28}$ را بلگاریتم معلوم کنیم

ولیکن جماعت ذمة الحیات قسط السنینی را که بحساب معلوم میشود نمیتوانند ...
بعینه کارسازی کنند چونکه هیچ مداخلی برای ایشان منظور نشده پس جزوی
از آن مبلغ نگاهدارند و بدهند مثلا پنج سدس شش سبع هفت ثمن و ما هذا
همیشه ۱۰۰ بگیرند و مثلا در هر صد تومان ۱۲ یا ۱۵ تومان از قسط السنین مذکور نگاه بدارند
جماعت ذمة الحیات سود دائم الحیات را نیز معامله کنند مشروط بر انکه با
منافعش تسلیم کنند بوراث شخصی که با او معامله کرده اند

شخصی سن ۶۰ سال تا زمان وفاتش هر سال بطور قسط السنین مبلغ
۱۰۰ تومان بجماعت بدهد حال میخواهیم بدانیم که آن جماعت چه مبلغ بورثه آن
شخص مدیون میشوند بنا بر انکه نرخ سالیانه ۵ در ٪ باشد و صرف
اداره و منفعت آنها از قرار ۱۵ در ٪

چون طلب کنیم مدتی را که آن شخص احتمال است زندگانی کند ۱۱ سال میشود پس مبلغ
قسط السنین و منافع مرکبات را معلوم میکنیم این میشود

$$\frac{100\{1-(1.05)^{-12}\}}{0.05}$$

و بعد از وضع ۱۵ در ٪ مبلغ ۸۵ ره از این تنخواه چیزیست که جماعت ملتزم

شده بوارث بدهد

واگر شخص مذکور بخواهد ۱۰۰ تومان را به همان سن مذکور بکمپنی تسلیم کرده بوده بیشتر آنوقت جماعت بپایست حساب این جمله را معلوم کنند ۸۵ره × ''(۰۵ر۱) ۱۰۰

وآن قسط السنه اول است باضافه ربح مرکبش.

۳۴ در مسئله ذمة الحیات شخصی مبلغ ۱۰۰ تومان نامزد طفل نورسیده خود نموده و آنرا بجماعت ذمة الحیات سپرده تا ایشان مبلغی که اکنون معین نمایند بطفل نورسیده باز دهند آنوقت که بسن بیست سالگی برسد وضمنا شرط شد که اگر آن طفل قبل از بلوغ باین سن فوت شود مبلغ ۱۰۰ تومان حق جماعت باشد و دینار اولی سهم داد کنون حال معینه و مبلغی است که جماعت باید در آن سن بطفل باز دهند بنابر آنکه نرخ پول ۵ در ۱۰۰ باشد و برای خود هیچ مداخل منظور ننمایند

چون بعد از انقضاء مدت ممکن است طفل در حیات باشد و باید باو تنخواه کارسازی نمود جدول دپارسیو را استعمال کنیم (۲۸) و از روی این جدول در میان ۱۲۸۶ نفر طفل نورسیده ۸۱۴ نفرش بسن ۲۰ میرسد پس جماعت صرف نظر از مداخل خود نموده چنان رفتار میکنند که گویا ۱۲۸۶ نفر طفل نورسیده هر کدام مبلغ ۱۰۰ تومان ذمة الحیات داده اند مشروط بر آنکه جماعت بعد از ۲۰ سال کل مبلغ ۱۲۸۶۰۰ تومان را با منافعش قسمت کنند در میان اشخاصی که از آن جمله باقی باشند پس آنوقت هر کدام سهمی میبرند و اکنون معادل همین سهم موهوم باید جماعت بطفل معهود تنخواه داده باشند (خسارتیکه در این معامله جماعت متحمل میشود در طفل پیش از حصه میرسانند بنا بر آنکه او را جزو ۱۲۸۶ نفر فرض میکنند که همه تنخواه داده باشند و حال آنکه همان

یک نفر داده است این خسارت نظر باجمالی است که شاید طفل از باقی ماندگان نشاید نظر کنید مسئله تونتین) و مبلغ ۱۲۸۶۰۰ تومان در مدت ۲۰ سال با اضافه ربح مرکبش از قرار ۵ صدی چنین میشود $1286 \times 100 \times (1,05)^{20}$

و چون عدد باقی ماندگان ۸۱۴ نفر است سهم هرکدام این مبلغ تومان میشود $\frac{1286 \times 100 (1,05)^{25}}{814}$ و حق طفل ۲۰ ساله همین قدر نخواهد است

و اگر جداول دیگر ممات را استعمال میکردیم باز وجه همین بود چنانچه در جدول دوودلار آ پلیالیست عوض عدد ۱۲۸۶ و عدد ۸۱۴ این دو عدد را استعمال کنیم

۱۰۰۰۰۰۰ و ۵۰۲۲۱۶

در عمل مذکور نفعی برای جماعت منظور نشده و حال آنکه اداره اش مخارج دارد و باید سعی کند در تحصیل ربح و معطل نگذاشتن تنخواه و لهذا متحمل خطرهای بسیار میشود که در هیچکدام طفل ذی شراکت و دخالت ندارد پس باید بتلافی زحمات حقی برای او منظور داشت جماعت ضمن العقد شرط میکند که در هر ۱۰۰ تومان از مبلغی که بحساب استخراج میشود سهمی باز گیرد مثلاً ۱۵ درصد و ملتزم میشود که ۰٫۸۵ از حاصل را کارسازی کند

مبلغ پانصد تومان نامزد طفل ۷ ساله نمودند و بجماعت تسلیم کردند تا در سن ۲۵ سالگی تنخواهی در عوض باز دهد و نرخ از قرار ۵ درصد است حال مطلوب دین جماعت است در آخر وعده

مبلغ ۵۰۰ تومان بربح مرکب در مدت ۱۸ سال چنین میشود $500 (1,05)^{18}$ و از روی جدول دپارسیو در ۹۱۵ طفل ۷ ساله ۷۷۴ نفرشان بسن ۲۵ سالگی میرسد و ۱۴۱ نفرشان قبل از بلوغ میمیرند پس بدستور مسئله سابق مبلغ ادا کردنی بحساب تومان این است $\frac{500 \times (1,05)^{18} \times 915}{774}$

و از این روی باید حق جماعت را موضوع کرد و سهمی را که از روی کتابچهٔ قانون مشخص است ادا کرد ملاحظه نماید که کسور ١٢٨٦/٨١٤ ١٠٠٠٠٠٠/٥٠٢٢١٦ ٩١٥/١٧٤ مستخرجه از جدول ماقبل که جماعت اختیار نموده هر کدام مضروب فیه یعنی عامل باشند بنظر تمام آن مسائلی که در هر مسئله ذکر شده و تعلق بیک زن بستن دیگر پس جماعت را ممکن است که قبل از وقت جدولی از این اعداد مضروب فیه ترتیب دهند و همچنین در خصوص سود دائم الحیات که ادا کردنی باشد با التصرف نمودنی

شخص بستن سی سال مثلا میتواند مبلغی معین را نامزد خود کند مشروط بر آنکه جماعت مبلغ معینی دیگر در سن ٥٠ سالگی باو عوض بدهند پس اگر آن شخص بسن ٥٠ نرسد جماعت باید مبلغ موضوع و منافعش را خود تصرف کند

٣٣ در مسئلهٔ تونتین (و آن منسوب است به تونتی نام صرافی ایتالیائی که در سال ١٠٤٦ هجری این مسئله را وضع نمود و در سال ١٠٧٠ در فرانسه رواج داد)

و آن یک نوع مشارکتی است که بشروط چند منعقد میشود و آن مشروط از روی امثله ذیل خوب معلوم خواهد شد

حالت اولی یک صد نفر همگی بسن ٣٥ سال تونتینی منعقد ساختند یعنی هر کدام با مبلغ ٤٠٠ تومان مشارکت نمودند باین شرط که همه ساله باقی مانده داین یکصد تن مداخل مبالغ ٤٠٠٠٠ تومان سرمایه را بالسویه میان هم قسمت کنند و تمام سرمایه بعائله آن شخص شود که بعد از همه باقی مانده و فرض در اوقات ٥ در ١٠٠ است پس هیچکدام از این دسته در عرض سال اول نمیرند مداخل هر نفر آخر سال ٢٠ تومان میشود حال میخواهیم بدانیم که چند سال بعد مداخل شخصی انفاد و برابر میشود و سه برابر و چهار برابر و پنج برابر میشود و هکذا بنابر اینکه

جدول دوویلار معتبر باشد و با جدول دپارسیو نیز باید حل نمود
مسئله باینجا منجر میشود که در زمره اشخاصی که همه ۳۵ ساله باشند بعد از چند سال عددشان نصف میشود یا ثلث و ربع و خمس وغیره پس جدول مستعمل را بگشایند و عددی را که در کنار سن ۳۵ باشد بیرون آورده بترتیب قسمت نمایند بر ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و در جدول طلب کنند سنین ما بازاء خارج قسمتها را تا مطلوب برای هر حالت بدست آید از روی جدول دوویلار تا واحدی تقریباً این اعداد استخراج میشود ۲۶ و ۳۳ و ۳۶ و ۳۹ و از روی جدول دپارسیو این اعداد ۳۳ و ۳۹ و ۴۲ و ۴۴

حالت دوم   شصت نفر چهل ساله تونتینی منعقد نمودند هر کدام مبلغ ۸۰۰ تومان در میان نهادند بنا بر این شرط که چون بسن ۶۰ سالگی برسند مبلغ کل سرمایه را که ربحش همه ساله قسمت شده در میان بازماندگان قسمت شود حال مطلوب سهم احتمالی هر بازمانده است
ظاهر است که باید از روی جدول مستعمل طلب نمود که در جمله ۶۰ نفر چهل ساله چند نفرشان بسن ۶۰ سالگی خواهند رسید (۳۰) و قیمت کرد سرمایه ۴۸۰۰۰ = ۸۰۰×۶۰ تومان را بر آن عدد

حالت سوم   چهل و هشت نفر ۴۰ ساله هر کدام ۷۰۰ تومان در شرکت گذاشتند و از قرار ۴ درصد بربح مرکب دادند و شرط این شد که در سن ۶۰ سالگی بازماندگان مبلغ حاصل را در میان خود قسمت کنند و مطلوب سهم هر کدام است از روی احتمال
اول معلوم میکنیم که کل سرمایه ۷۰۰×۴۸ یا ۳۳۶۰۰ تومان از قرار نفع در سالی بعد از ۲۰ سال بچه مبلغ خواهد رسید مبلغش این میشود $(1{,}04)^{20}$ ۳۳۶۰۰ و بعد

ازروی جدول ممات معلوم میکنیم که در جمله ۱۴۸ نفر ۴۰ ساله چند نفرشان بسن ۶۰
خواهند رسید و قسمت میکنیم (۱۰۴) ۳۳۶۰۰ تومان را بر عدد آن اشخاص خارج
قسمت سهم مطلوب هر نفر است از روی احتمال

ضمیمه مسئله تسهیم

۳۴ چنانچه در اصل کتاب ذکر شده این نوع قسمت در مقامات بسیار اتفاق
می افتد مثلا در تقسیم ما یملک شخص مفلس و در تقسیم عوارض و صادرات دیوان و دکر مثل
سرباز برای تکمیل فوج در عوض غایب و متوفی و امثال آنها
هرگاه عدد اجزای مداخله بسیار باشد سزاوار این است که بطریق ذیل رفتار کنید
در حالت افلاس دیون شخص مفلس را جمع کنید فرض میکنیم میزانش ۴۹۵۷۱٫۵ تومان
بشود و نیز فرض میکنیم که ما یملک مفلس بعد از وضع مخارج افلاس ۲۴۰۰۰ تومان خالص
بشود حال باینطور پیش میبریم.
اگر مبلغ دین ۴۹۵۷۱٫۵ متعلق بیک نفر طلبکار بود معلوم است که آن شخص
تمام ما یملک مفلس را که ۲۴۰۰۰ تومان باشد میبرد پس از این قرار
در عوض مبلغ ۴۹۵۷۱٫۵ تومان طلب ۲۴۰۰۰ تومان عاید میشود
و در عوض یکتومان طلب $\frac{24000}{49571.5}$ تومان
حال این سهم را باعشار تحویل میکنیم تا هر چند رقم که بحسب مبلغ قروض لازم باشد
و خارج قسمت را در مبلغ قروض بترتیب ضرب میکنیم
و در تسهیم عوارض و صادرات نیز بهمین دستور باید پیش رفت
میگوئیم تحمیلی که بنظیر یکتومان ملک یا یکتومان حاصل ملکی باشد خارج قسمت تمام
تحمیل است بر مبلغ کل املاک یا مبلغ کل محصولات پس این خارج قسمت را باعشار

معلوم میکنیم و بچندین ضرب متوالی سهام را بترتیب بشخص نسبت میدهیم

را بتسهیل و اختصار چنین اعمال آنست که پیش از شروع بحساب مخرجرا که سهم واحد باشد

نه برابر کنیم و آنوقت عمل ضرب متجزّی دهیم

و در هر جا که تعیین سهام عدیده مطلوب باشد این نکته را باید منظور داشت

۳۵ شخصی در وقت وفات سه پسر داشت بسن ۳۰ و ۲۵ و ۲۰ و مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان ترکه گذاشت و چنین وصیّت کرد که این ورّاث بهمان نسبت که سنشان کمتر است

از این وصیّت چنان بر می آید که پسر ارشد چنانچه $\frac{۱}{۳۰}$ سهم پسر یکساله موهوم را ببرد و پسر اوسط $\frac{۱}{۲۵}$ همان سهم فرضی را و پسر اصغر $\frac{۱}{۲۰}$ آنسهم را

پس باید سهام آن اولاد بنسبت این کسور باشند $\frac{۱}{۳۰}$ و $\frac{۱}{۲۵}$ و $\frac{۱}{۲۰}$

این کسور را بمخرج مشترک ۳۰۰ تحویل میکنیم و ترکه ۱۰۰۰۰ تومان را بنسبت صورتها ۱۰ و ۱۲ و ۱۵ از آن کسور قسمت مینمائیم (رجوع کنید باصل کتاب)

میخواهیم مبلغ ۱۸۰ تومان را میان ۴ نفر قسمت کنیم باین وجه که سهم اوّلی $\frac{۳}{۴}$ سهم دوّمی شود و سهم سوّمی $\frac{۴}{۵}$ سهم دوّمی و سهم چهارمی $\frac{۱۱}{۹}$ سهم سوّمی

نظر میکنیم کدام یک از سهام در صورت مسئله بیشتر ذکر شده و نسبت سایر سهام را باو معلوم میکنیم

فرض میکنیم که چهار سهم بترتیب مذکور چنین باشد ك و ل و م و ن پس موافق فرض مسئله $\frac{۳}{۴} = \frac{ك}{ل}$ (۱) و $\frac{۴}{۵} = \frac{م}{ل}$ (۲) و $\frac{۱۱}{۹} = \frac{ن}{م}$ (۳)

سهم شخص دوم دو مرتبه ذکر شده پس سایر را باو نسبت میدهیم و سهم شخص اول و سوّم خود منسوب شده پس برای سهم چهارم تساوی (۲) را در (۳) ضرب میکنیم حرف م

ازمیانه مفقود میشود و باقی میماند $\frac{۴۴}{۴۵} = \frac{ق}{ل}$

حال چهار مساوی باین صورت مینویسیم

$ل \times \frac{۳}{۴} = ك \quad و \quad ل \times ۱ = ل \quad و \quad ل \times \frac{۴}{۵} = م \quad و \quad ل \times \frac{۴۴}{۴۵} = ق$

و ظاهر شد که چهار سهم مطلوب بنسبت اعدادیست که مضروب ل شده اند پس مبلغ ۱۸۰ تومان را بنسبت این اعداد $\frac{۳}{۴}$ و ۱ و $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۴۴}{۴۵}$ قسمت میکنیم

در قاعده استخراج مایعات و خلط فلزات

در استخراج مستقیم

۳۶ مسئله ممزوج نموده‌ایم ۸۴ پیمانه سرکه را که هر پیمانه اش ۵۰ ر ۰ ارزش داده با ۱۰۸ پیمانه سرکه ۷۰ ر ۰ قرانی و با ۶۴ پیمانه سرکه ۶۵ ر ۰ قرانی و مطلوب قیمت یک پیمانه از آن ممزوج است

قیمت ۸۴ پیمانه ۵۰ ر ۰ قرانی این است	۴۲٫۰۰ قران = ۸۴ × ۵۰ ر ۰ قران
قیمت ۱۰۸ پیمانه ۷۰ ر ۰ قرانی است	۷۵٫۶۰ = ۱۰۸ × ۷۰ ر ۰
قیمت ۶۴ پیمانه ۶۵ ر ۰ قرانی است	۴۱٫۶۰ = ۶۴ × ۶۵ ر ۰
پس قیمت ۲۵۶ پیمانه ممزوج است	۱۵۹٫۲ قران

و قیمت یک پیمانه اش این مبلغ خواهد شد $\frac{۱۵۹٫۲۰}{۲۵۶}$ قران

و خارج قسمت را باید تا دینار مشخص نمود و از آنچه ذکر شد این دستور نتیجه میشود

قاعده در تعیین قیمت واحد وزن یا واحد کیل از جسم ممزوج ضرب کنید عدد آحاد هر نوع مفرد را در قیمت واحدش و حاصل ضربها را جمع کرده میزانش را قسمت کنید بر مجموع عدد آحاد انواع مختلفه خارج قسمت قیمت مطلوبست

مسئله تا نوایی موازی ۲۴ خروار گندم خرید از قرار خرواری ۲۵ قران و ۳۰ خروار از قرار ۵ ر۲۶ قران و ۴۲ خروار از قراره ۳۰ قران و ۴۰ خروار از قرار ۵ ر۲۸ قران و جمیع را با هم ممزوج کرده ارد نمود حال مطلوبست قیمت یکخروار از آن گندم ممزوج هست

قیمت	۲۴	خروار	۰ر۲۵	قرانست	۲۵ر۰×۲۴ = ۶۰۰ قران
قیمت	۳۰	خروار	۵ر۲۶	قرانست	۲۶ر۵×۳۰ = ۷۹۵
قیمت	۴۲	خروار	۵ر۳۰	قرانست	۳۰ر۰×۴۲ = ۱۲۶۰
قیمت	۴۰	خروار	۵ر۲۸	قرانست	۲۸ر۵×۴۰ = ۱۱۴۰
قیمت	۱۳۶	خروار	ممزوج	است	۳۷۹۵ قران

پس قیمت یکخروار ممزوج این میشود $\frac{۳۷۹۵}{۱۳۶}$ قران و باید از آنها ونیاره معلوم کرد

جمیع مسائل متعلقه باستراج مستقیم بهمین وجه حل میشود

و قیمت واحد ممزوج را قیمت متوسطه واحد اجزای ممزوجه گوئیم و بعد از این در خصوص قیمت متوسطه گفتگو خواهیم نمود

در قاعده استراج معوج

۳۷ سرکه داریم پیمانه اش ۵ ر۸ قران می ارزد و سرکه دیگر پیمانه اش ۵ ر۶ قران حال میخواهیم از این دو نوع به نسبتی ممزوج کنیم که پیمانه اش ۲ ر۷ ارزش داشته باشد

فرض میکنیم ک و ل عدد پیمانهائی باشد که چون از دو نوع سرکه ترکیب نمودیم موافق شرط مفروض شود و مطلوب نسبت ک است به ل پس باین وجه رفتار کنیم در سرکه ممزوج قیمت هر پیمانه از سرکه ۵ ر۸ قرانی آنقدر ۲ ر۷ ... ۵ ر۸ یا

یا ۱٫۳ره قران کاسته میشود پس خسارت ك پیمانه اش که از قرار ۲٫۱ره قران فروخته شود
میشود ك × ۱٫۳ره قران

و در همان ممزوج هر پیمانه ۶٫۵ره قرانی نسبت بقیمت خود ۰٫۷ره قران منفعت می کند

و در ل پیمانه منفعت این است ل × ۰٫۷ره

و چون منفعت باید خسارت را تلافی کند این تساوی نتیجه میشود

ل × ۰٫۷ره = ك × ۱٫۳ره

طرفین را در ۱۰ ضرب میکنیم تا صحیح شوند و بعد بر ل × ۱۳ قسمت میکنیم چنین میشود

۱۳ : ۷ = ل : ك (۱)

پس معلوم شد که نسبت عدد پیمانهای ۸٫۵ره قرانی بعدد پیمانهای ۶٫۵ره قرانی مثل ۷ به ۱۳ باشد

۲۸ مسئله دو نوع سرکه داریم یکی پیمانه اش ۸٫۵ره قران می ارزد و دیگر
پیمانه اش ۶٫۵ره قران میخواهیم موازی ۳۰۰ پیمانه از این دو نوع ترکیب کنیم
که هر پیمانه اش ۷٫۲ره قران بیرزد

اول باید بطریق مسئله سابق معلوم کنیم نسبت دو عدد پیمانها را بر وجهی که پیمانه ممزوج
۷٫۲ره قران بیرزد و آن نسبت ۷ است به ۱۳ حال باید عدد ۳۰۰ پیمانه را بنسبت
۷ و ۱۳ قسمت کنیم و قاعدهٔ این قسمت در اصول حساب ذکر شد میگوئیم که اگر از ممزوج
بیست ۲۰ پیمانه کافی بود ۷ پیمانه از سرکه ۸٫۵ره قرانی میگرفتیم و ۱۳ پیمانه از
۶٫۵ره قرانی و اگر یک پیمانه کافی بود فلان

ممکن است در مسئله عدد پیمانهای یکی از دو جسم مفرد معلوم باشد مثلا گوئیم مقصود ممزوج
کردن ۱۲۵ پیمانه از سرکه ۶٫۵ره قرانی است با چند پیمانه مجهول از سرکه نوع ثانی
بر وجهی که قیمت هر پیمانه ترکیب فلان باشد در اینصورت باید بجای ل عدد ۱۲۵ را

ممزوج فرض شود و بجایش عدد پیمانهای

قرار داد و بوجه سابق مسئله اصل مود لسری مساوی (۱) چنین شود ۱۳ : ۷ = ۱۱۵۰۰ : ن
و از آن روی معلوم میشود عدد پیمانهای سرکه ۸۵ره قرانی که میبایست با ۲۰ پیمانه
۶۵ره قرانی ترکیب شود تا پیمانه اش ۲٫۷۵ره قران بیرزد
و هرگاه عدد انواع مایعات قیمت آنها از دو تجاوز کند مسئله بکلی سیاله میشود و ممکن
نیست نسبت ثابتی در عدد پیمانه ی مفردات بدست آورد

مسئله سه نوع سرکه داریم پیمانه ۹۰ره قران می ارزد و پیمانه ۸۵ره
و پیمانه ۲٫۷۲ره قران میخواهیم آنها را بوجهی ترکیب کنیم که هر پیمانه ممزوج ۸۲ره
بیرزد این نوع مسائل بچند وجه حل شود یکی از آنها را ذکر میکنیم

اول میگوئیم مقصود ممزوج کردن سرکه ۸۵ره قرانی است با سرکه ۲٫۷۲ره قرانی بروجهی
که هر پیمانه ممزوج ۲٫۷۹ره قران بیرزد (۲٫۷۹ره قیمت متوسط فرضی است) پس بطریق
مسئله سابق باید ۷ پیمانه از ۸۵ره گرفت و ۶ پیمانه از ۲٫۷۲ره و باین نسبت ممزوج کرد
۷ پیمانه + ۶ پیمانه = ۱۳ پیمانه حال میگوئیم بچه نسبت ممزوج کنیم سرکه ۲٫۷۹ره قرانی را با
سرکه ۹۰ قرانی تا هر پیمانه ممزوج ۸۲ره بیرزد فرض میکنیم لـ و ل عدد پیمانهای
۲٫۷۹ره قران و ۹۰ره قران باشد

و بطریق مسئله سابق این تناسب بدست می آید ۲ : ۸ = ل : لـ ولی ۱۳ = لـ

پس ۳ : ۸ = ل : ۱۳ و بعد از آن $\frac{7}{8} + 4 = \frac{39}{8} = \frac{13 \times 3}{8} = $ ل

پس معلوم شد که باید ۶ پیمانه از ۲٫۷۲ره گرفت و ۷ پیمانه از ۸۲ره و $\frac{7}{8}$ ۴ پیمانه
از ۹۰ره و باین نسبت ترکیب کرد

میتوان اینجا قاعده ذکر نمود که از آن روی جوابهای بسیار مانند مذکور بدست آید
ولیکن چون مسئله سیاله است این نوع جوابها چندان فایده نیست در علم جبر و مقابله

قاعدهٔ کلیه دیگر ذکر میکنیم که از آن نوعی بسهولت جوابهای غیر متناهی استخراج شود

در قاعدهٔ اختلاط فلزات

۳۰۹ آنچه در نمرهٔ سابق درباب ترکیب بعیات ذکر شده بعینه در اختلاط فلزات جاریست مثلاً سه شمش نقره داریم و در بوته گداختیم عیار شمش اول این بود ۰٫۸۸۷ و وزنش این ۲٫۸۲۶ کیلوگرم و عیار دوم ۰٫۹۲۰ و وزنش ۱٫۸۱۲ کیلوگرم و عیار سوم ۰٫۸۴۲ و وزنش ۳٫۲۴۸ کیلوگرم و حال مطلوب عیار جسم مخلوط است نسبت به نقره چنانچه درباب سیم ترکیب ذکر شد عیار شمش نسبت بیکی از فلزات اجزای این عبارتست از خارج قسمت وزن فلز منظور بر تمام وزن خلط و عیار دیگر اجزای وزن است یعنی مقدار ازهمین فلزاست که در واحد وزن از خلط موجود باشد

و شمشهای مذکور مرکبستند از نقره و مس و فلز اصلی نقره است پس بنابر تعریف مذکور در هر کیلوگرمی از شمش اول بمقدار ۰٫۸۸۷ کیلو نقرهٔ خالص باشد و در تمام آن شمش وزن نقرهٔ خالص این قدر است ۰٫۸۸۷ × ۲٫۸۲۶ کیلو و ازهمین قرار وزن نقرهٔ خالص شمش دوم این است ۰٫۹۲۰ × ۱٫۸۱۲ کیلو

و نقرهٔ خالص شمش سوم این است ۰٫۸۴۲ × ۳٫۲۴۸ کیلو پس عدد کیلوگرم نقرهٔ خالص تمام مخلوط سه شمش این خواهد بود

۰٫۸۸۷ × ۲٫۸۲۶ + ۰٫۹۲۰ × ۱٫۸۱۲ + ۰٫۸۴۲ × ۳٫۲۴۸

و حاصل این مجموع را ح فرض میکنیم و عیار مطلوب نسبت وزن این ح است بر تمام وزن خلیط و وزن خلط این است ۲٫۸۲۶ کیلو + ۱٫۸۱۲ کیلو + ۳٫۲۴۸ کیلو = ۷٫۸۸۶ کیلو

پس عیار مطلوب خارج قسمت ح است بر ۷٫۸۸۶ و آنرا تا هزارم تقریب معلوم کنند

و قاعدهٔ کلی در حل این مسئله چنین است در تعیین عیار خلط چندین فلز وزن هر قسمت را در عیار خود ضرب کنند و حاصل ضربها را جمع کنند و میزان را بر مجموع اوزان قسمتهای مختلف قسمت کنند خارج قسمت تا هزارم نقره مطلوب است

مسئله نقره دادیم بعیار ۹۲۷ ره و نقره دیگر بعیار ۸۵۶ ره مطلوب نسبت ترکیب آنهاست بر وجهی که عیار خلط ۸۹۰ ره باشد

فرض میکنیم که ك و ل عدد کیلوگرمهای دو قسمت مفروض باشد و مطلوب نسبت ك است به ل در هر کیلوگرم نقره که بعیار ۹۲۷ ره باشد زیادتی نقره بر عیار مطلوب این مقدار است ۸۹۰ ره − ۹۲۷ ره یا ۳۷ ره کیلوگرم و در ك کیلوگرم مقدار زیادتی این است ك × ۳۷ ره و در هر کیلوگرم از قسمت دوم کمی نقره از عیار مطلوب این است ۳۵ ره کیلو و در ل کیلوگرم مقدار کمی این است ل × ۳۵ ره و زیادتی قسمت اول باید تلافی کند با کمی قسمت دوم پس باید ك و ل بر نسبتی باشند که در این تساوی صدق کنند ل × ۳۵ ره = ك × ۳۷ ره یا در این تناسب ۳۷ ره ۳۵ ره = ل : ك یا خلاصه ۳۷ : ۳۵ = ل : ك (۱)

و اگر وزن خلط معلوم بود مثلا میخواستیم ۵۰۰ کیلو باشد میبایست موافق تساوی (۱) این وزن را بر نسبت ۳۵ و ۳۷ قسمت کنیم

و اگر آنچه باید از قسمت اول برگیریم معلوم بود مثلا ۳۲۵ کیلو ۲ آنوقت ۳۲۵ کیلو ۲ ل و چنین مینوشتیم ۳۷ : ۳۵ = ل : ۳۲۵ ر۲ و مقدار ل را معلوم میکردیم

مسئله طلای سبز که زرگران فرنگستان در ساختن بعضی آلات و ادوات استعمال کنند ترکیبی است از ۷۰۸ جزو طلا و ۲۹۲ جزو نقره و قیمت هر کرم ۵ نقره

یک فرنک است و ۱۰۰۰/۹ هر گرم ۳٫۱ فرنک حال مطلوب قیمت هر گرم از
آن ترکیب است

خلطی بوزن ۱۰۰۰ گرم ترتیب میدهیم

۷۰۸ گرم طلا این است ۲۱۹۴٫۸ فرنک = ۷۰۸ × ۳٫۱

۲۹۲ گرم نقره این است ۵۸٫۴ = ۲۹۲ × ۰٫۲

گرم خلط این است ۲۲۵۳٫۲ فرنک

و قیمت یک گرم مطلوب این است ۲٫۲۵۳۲ فرنک

در واسطهٔ عددی و قیمت متوسط

۴۶۵ واسطهٔ عددی میان چند مقدار خارج قسمت مجموع آن مقادیر است بر عدد مقادیر

مثال واسطهٔ عددی در این اعداد ۷ و ۱۵ و ۲۳ و ۱۹ این خارج قسمت است

$\frac{7+15+23+19}{4}$ یعنی ۱۶

واسطهٔ عددی در چند عدد واقع شود مابین اقل اعداد و اکثر آنها زیرا که این مجموع ۷ + ۱۵ + ۲۳ + ۱۹ بزرگتر باشد از چهار برابر عدد اقل ۷ و کوچکتر باشد از چهار برابر عدد اکثر ۲۳ پس ربع مجموع یعنی واسطهٔ عددی اعظم باشد از ۷ و اصغر از ۲۳

گردش واسطهٔ عددی عمل شایعی است در علم احوال مملکت و در علوم رصدیه مطلقا مثلا عمر وسطی مطلق معلوم کنند برای اشخاص یک مملکت و حرارت وسطی معلوم کنند از روی درجاتیکه در ساعات مختلفهٔ روز رصد کرده اند یا در ایام مختلفهٔ سال و در آلات بارومتر ارتفاع وسطی معلوم کنند از روی ارتفاعاتیکه در ساعات مختلفهٔ روز رصد کرده اند یا در ایام مختلفهٔ ماه و سال و مقدار وسطی معین کنند برای باران که در یکروز بارید و یا در یکماه یا در یکسال چون خواهیم شیئی را بالعمل تقدیر کنیم غیر از آنکه هر چند تجربه را تکرار کنیم یک چیز

بمقدار

معین به دست بیاید یعنی اختلاف جزوی مابین نتایج اعمال بروز کند و در اینصورت واسطه میان آن نتایج بگیرند و چون مابین جبر رفتار کنیم جزو اعظم تقریبات اعمال متکافی میشوند وجمع وسایط را بطریق سابق معلوم کنند

مثال اول در عرض یکروز ارتفاعات مختلفه ارتفاع بارومتر را مختلف یافتیم از این قرار ۷۵۶ ۷اره میلیمتر دوم ۷۵۵ ۷اره سوم ۷۵۸ ۷اره چهارم ۷۵۳ ۷اره پنجم ۷۵۲ ۷اره و مطلوب ارتفاع وسطی است

باید این مقادیر را جمع کرد و قسمت نمود بر ۵ خارج قسمت ۷۵۴٫۸ ۷اره میلیمتر ارتفاع مطلوب است

مثال دوم فاصله مابین دو محل را پنج مهندس با متر اندازه گرفتیم این عمل دیده است اول ۲۳۲۵٫۱۵۶ متر دوم ۲۳۲۴٫۸۷۶ متر سوم ۲۳۲۵٫۰۸۴ متر چهارم ۲۳۲۴٫۵۳۲ متر پنجم ۲۳۲۵٫۴۷۶ متر و مطلوب طولی است که بحقیقت نزدیکتر باشد

پس باید واسطه عددی میان این پنج عدد گرفت بعد از جمع و تقسیم بر پنج چنین میشود
۲۳۲۵٫۰۲۴۸ متر

مثال سوم سه نفر منجم در یک مکان رصد نمودند ساعت ابتدای خسوف را و چنین یافتند تحقیق اول ۵ ساعت ۳۴ دقیقه ۲۱ ثانیه ۴ ثالثه دوم ۵ ساعت ۲۴ دقیقه ۲۱ ثانیه ۴ ثالثه سوم ۴ ساعت ۲۱ دقیقه ۴ ثانیه

در معرفت قیمت وسطی بعضی اوقات در ولایات قانون داخله مجری میشود و تسعیر اجناس مختلف میشود و در این صورت برای تشخیص نرخ نان قیمت متوسطه گندم را در عرض مدت معین بدست آورند مثلاً هفته یا پانزده روز یا ماه را در نظر گیرند یعنی قیمتهای مختلف یکجور گندم را در عرض هفته و دو هفته و ماه چنانچه رواج بازار باشد ضبط کنند و بدستور ذیل واسطه معلوم کنند و آنرا نرخ نان قرار دهند

مسئله. موازی ۲۴ خروار گندم خریده‌اند از قرار خرواری ۲۵ قران و موازی ۳۰ خروار از قرار ۲۶٫۵ قران و موازی ۴۲ خروار از قرار ۳۰ قران و ۴۰ خروار از قرار ۲۸٫۵ قران حال مطلوب نرخ وسطی است

قیمت ۲۴ خروار فی ۲۵ قران این است ۶۰۰ قران = ۲۵٫۰ × ۲۴ قران

قیمت ۳۰ خروار فی ۲۶٫۵ قران این است ۷۹۵ = ۲۶٫۵ × ۳۰

قیمت ۴۲ خروار فی ۳۰ قران این است ۱۲۶۰ = ۳۰٫۰ × ۴۲

قیمت ۴۰ خروار فی ۲۸٫۵ قران این است ۱۱۴۰ = ۲۸٫۵ × ۴۰

قیمت ۱۳۶ خروار میشود ۳۷۹۵ قران

پس نرخ وسطی این است $\frac{۳۷۹۵}{۱۳۶}$ یا ۲۷٫۹ قران

در فرانسه قیمت وسطی کنتال متریک را (هزار کیلوگرم یا قریب ۳۳۰ من تبریز) ماخذ قرار میدهند برای نرخ نان

واگرچه این قواعد در مملکت ما معمول نباشد ولی برای صاحبان علم دانستنش بفایده منفعت مسائل متعلقه بواسطه عدد و نرخ وسطی همه جا شایع و مستعمل است مثل عیار وسطی و نرخ وسطی ربح و تنزیل و در امتزاج و اختلاط اجسام قیمت واحد ترکیب را قیمت وسطی دانند.

در فایده علم حساب و استعمال آن در علوم و صنایع

۱۶۱ مقصود ما اینجا این است که چنین مسائل را از حیثیت آنکه متعلق بعلوم و صنایع است حل کنیم و شرحی در باب آنها ذکر کنیم در این مقصود کتب مخصوصه تالیف شده غرض اینجا اختیار چند عدد از آنهاست بعنوان مثال محض که ضمنا این مطلب لازم تحقیق بشود و آن حد تقریب معلومات و نتایج اعمال مسئله است چون همین قدر

کرد.

که ما از دایره عمل بیرون گذاشتیم و دست بعمل زدیم بهتر آنست که معلومات ما اعداد تقریبی باشد مثل بکار بریم و اعداد دیگر که در کتب طبیعی و شیمی و جبر اثقال و نجوم و غیره استعمال میکنند چونکه جمیع اینها از روی تجربه بدست آمده و لهذا تقریبی شماری میشوند و چون معلومات مسئله چنین باشد البته نتایج از همان نوع خواهد گشت و بی فایده است اینکه ما هم بیک وجه مختصر میتوان آن نتایج را بدست آورد تا حد تقریبی که پیش از وقت مشخص شده باشد و یا اگر از روی معلوماتی که در دست داریم رسیدن بآن مقصود ممکن نباشد اقلاً ما هم حد تقریبی را که ممکن است ناچار بآن اکتفا نمود و این عمل مبتنی است بر اصولی که تعلق دارد بتقریبات متعلقه و در اصل کتاب ذکر شده و در این اعمال نیز قواعد مختصر ضرب و قسمت را که نیز ذکر شده استعمال کند و همچنین امثال آن قواعد را در باب جمع و تفریق اعداد تقریبیه

میگوئیم بذکر همین دو قاعده

در جمع اعداد تقریبی که اختصار جمع نیز گوئیم

۳۶۲ قاعده در تعیین حاصل جمع چند عدد صحیح با اعشار تا واحد تقریب از مرتبه مشخصه

اولاً اگر تعداد جملهای جمع کردنی از ۱۰ تجاوز نکرده باشد هر کدام از آنها را بتقریب نقصانی تا کمتر از واحد تقریب از مرتبه بلافاصله پست تر از مرتبه تقریب مفروض محدود کنید و چنین اعداد تقریبی را جمع کنید و رقم آخر آن را حذف کنید و واحدی بر رقم آخر محفوظ اضافه کنید

ثانیاً اگر تعداد جملهای جمع کردنی از ده بیشتر باشد و از صد کمتر هر کدام از آنها را بتقریب نقصانی تا کمتر از واحد تقریب از دو مرتبه پست تر از حد تقریب مفروض محدود کنید (یعنی بتقریب نقصانی آنها را تا صد یک واحد تقریب مفروض بدست آورده

وچنین اعداد نیم جیب را جمع کنید و دو رقم آخر سمت یمین میزان را حذف کنید و واحد به رقم آخر محفوظ اضافه کنید

مثال میخواهیم موازی ۵ تواز ۴ پا ۷ ابهام ۸ خط از مقیاسهای طول قدیم فرانسه را تا کمتر از ۰,۰۰۱ ره تقریب بمتر تحویل کنیم

در جداول خاص مقادیر تواز و پا و ابهام و خط و اضعاف آنها بحسب متر تا چند رقم اعشار ضبط شده و مقصود ما میزان آن چهار عدد است تا ۰,۰۰۱ ره تقریب پس از آن جدول مطابق قاعده مذکوره مقدار هر کدام را تا چهار رقم اعشار بر میگیریم باینصورت

		متر
۵ تواز	=	۹,۷۴۵۱
۴ پا	=	۱,۲۹۹۳
۷ ابهام	=	۰,۱۸۹۴
۹ خط	=	۰,۰۱۸۱
		۱۱,۲۵۱۸

چون رقم آخر سمت یمین را حذف کنیم و واحد بر رقم مقدم بیفزائیم مقدار تقریبی مطلوب تا ۰,۰۰۱ ره تقریب چنین میشود ۱۱,۲۵۲ متر

برهان چون تقریب نقصانی هر کدام از چهار جزو میزان کمتر است از ۰,۰۰۰۱ ره مجموع چهار تقریب کمتر میشود از ۰,۰۰۰۴ ره و بعد از حذف رقم چهارم ۸ تقریب نقصانی دیگر مرتکب میشویم که آن نیز کمتر است از ۰,۰۰۰۹ ره و چون واحد بر رقم سوم بیفزائیم تقریب اضافی مرتکب میشویم نعدّ ۰,۰۰۱ و بعد از تعادل و تکافی تقریبی که باقی خواهد ماند کمتر میشود از ۰,۰۰۱ ره

۴۶۳ ستنبیه هرگاه در اجرای قاعده مذکوره رقمی از مرتبه آحاد و یا از مرتبه بالاتر حذف کنیم باید در میزان صفر بجای رقم مرتبه محذوف قرار داد

در تفریق اعداد تقریبی که حساب تفریق گوئیم

۴۶۴ قاعده در تعیین تفاضل ما بین دو عدد صحیح با اعشار تا کمتر از واحدی تقریبی از مرتبهٔ معیّن آن هر دو عدد را بتقریب ناقصا یا اضافی تا کمتر از واحد همان مرتبه تقریب تحدید میکنیم و بعد تفاضل این دو عدد تقریبی را معلوم میکنیم

مثال تفاضل این عدد ۵۴۸ر۳۶۹۲۷ بر این عدد ۳۲۸ر۵۸۷۴ تا کمتر از ۰ر۰۱ تقریب لازم شده

پس هر کدام را با دو رقم اعشار مینویسیم و عمل تفریق را جاری میکنیم

۵۴۸ر۳۶
۳۲۸ر۵۹
۲۱۹ر۷۷

تقریب این باقی تا کمتر از ۰ر۰۱ است چونکه این تقریب مساویست با تفاضل دو تقریب مفروق و مفروق عنه و چون هر کدام از این دو تقریب کمتر است از ۰ر۰۱ تفاضلشان بطریق اولی کمتر میشود از ۰ر۰۱

و ما در باب تقریب متعلق مجموع یا باقی گفتگو میکنیم چونکه در این دو عمل رعایت آن تقریب موجب اغتشاش حساب میشود و مزید بر اختصار نیز گردد و بهتر آنست که اینجا عوض آن تقریب عادی تقریب مطلق نمائیم و در هر حال وقت ضرورت میتوان باین حکم اعتماد نمود

تقریب متعلق مجموع دو عدد کمتر است از آن تقریب متعلق اجزائش که بزرگتر باشد میان دو تقریب پس در تعیین حاصل جمع دو عدد یا چند عدد بر تقریب متعلقی که کمتر باشد از عدد مفروضی معین قدر کافیست که تقریبات متعلقهٔ اجزائش را کمتر بگیریم از آن عدد مفروض

در محاسبات و اعمال هندسیه

۴۶۵ در بسیاری از این محاسبات نسبت محیط بقطر استعمال شود و آن نسبت را اکثر در کتب خود باین علامت π تمثیل نمودیم و مقدارش اصم است بعنوان تحقیق معلوم کرد ولی تقریبش را

تا هر چند رقم اعشار خواسته باشیم ممکن است اگرچه یکصد و پنجاه رقم باشد پس هر وقت بخواهیم در این عدد تقریبی عملی جاری کنیم باکلیه ارقام اعداد تقریبی که هر چند از ارقام اعشاریشان مطلوب باشد در دست داشته باشیم یا بتوانیم بسهولت بدست آوریم سزاوار است که قواعد اختصار ضرب و قسمت را بموقع مجری داریم .

مثال اول دایره داریم بنصف قطر ۳٫۵۸۴ متر مطلوب محیط اوست تا ۰٫۰۱ تقریب

پس این دستور را بکار بریم و آن از طرف پیش نوشته شده محیط نق = ۲ نمق × نق = نمق × ۲ نق

یعنی محیط دایره که نصف قطرش نق باشد مساوی است با حاصل ضرب نسبت محیط بقطر در مضاعف نصف قطر

نمق = ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ ۲نق = ۷٫۱۶۸ نق = ۳٫۵۸۴۰۰

پس قاعده ضرب مختصر را اجرا کنیم

وطول مطلوب تا کمتر از ۰٫۰۱ بتقریب

این است ۲۲٫۵۲ متر .

۷٫۱۶۸۰
۵۱۴۱٫۳
۲۱ ۵۰۴۰
۷۱۶۸
۲۸۶۴
۷۱
۳۵
۲۲٫۵۱۷۸

مثال دویم دایره داریم بنصف قطر ۳٫۲۸ متر مطلوب مساحت اوست تا ۰٫۰۱ تقریب

در هندسه ثابت شده که مساحت دایره نق = نمق × نق۲ یعنی مساوی است با حاصل ضرب نسبت محیط بقطر در مجذور نصف قطر و بالفرض ۳٫۲۸ متر = نق و ۱۰٫۷۵۸۴ = نق۲ پس :

این ضرب مختصر را مجری میداریم ولی با همین مضروب و مضروب فیه را مرتب نموده ایم و عمل باقی است

۱۰٫۷۵۸۴۰۰
۶۲۹۵۱۴۱٫۳

مسئله دایره داریم بطول ۲۳۸٫۵۷۴۳ متر مطلوب مقدار نصف قطر اوست تا ۰٫۰۱ تقریب

۲۳۸٫۵۷۴۳ = نق × نمق ۲ و ۱۱۹٫۲۸۷۱۵ = نق × نمق پس باید خارج قسمت

این عدد را ۱۱۹٫۲۸۷۱۵ بر این عدد ۳٫۱۴۱۵۰۰۰ = نمق تا ۰٫۰۱ تقریب معلوم کرد

حبیبه نق علامت نصف قطر دایره

ثلثیه مقادیر عدد نمق ۳٫۱۴۱۵۰۰۰ سایر ارقام عشاری نوشته نشده

دوره ۱۲ ما

و در استعمال قاعده قسمت مختصر موافق (ش ۱۸۵) مقسوم ۲۸۷۱۵ ر ۱۱۹ را یکصد مرتبه تنزل میدهیم یعنی از نوع صدم آحاد میکنیم چنین میشود ۱۱۹۲۸٫۷۱۵ و بعد عدد ارقام صحاح خارج قسمت این عدد را بر مق معلوم میکنیم آن چهار است پس موافق بند مذکور ارقام مق را نتیجه میگیریم ۳٫۱۴۱۵۹ = مق و عمل قسمت مختصر را جاری میکنیم و بعد از آنکه چهار رقم از خارج قسمت بدست آمد با تمیز اعشار دو رقم از سمت یمین آن جدا میکنیم.

مسئله طول دایره نصف النهار زمین بمقدار ۴۰۰۰۰۰۰۰ متر است یعنی ۸ کرور متر پس بنا بر آنکه این جسم کره حقیقی فرض شود مطلوبست طول نصف قطر او و تا کمتر از یک کیلومتر تقریب عوض ۴۰۰۰۰۰۰۰ متر ۴۰۰۰۰ کیلومتر استعمال میکنیم و بقسمت مختصر خارج قسمت این عدد را ۲۰۰۰۰ بر مق تا واحدی تقریب معلوم میکنیم و آن جواب مطلوب است

از این نوع مسئله بسیار میتوان ذکر کرد ولی بآنچه مقدم شد اکتفا کنیم

۴۶ در مسائل تحویل مقیاسهای قدیم فرانسه بمقیاسهای جدید و در عکس آن و همچنین در تحویل مقیاسها و نقود خارجه بمقیاسهای فرانسه استعمال قاعده ضرب و قسمت مختصر غالباً از رجحان مثبت بخصوص آنوقت که مقدار تحویل آحاد آنها در جداول صاحب ارقام زیاد باشد بیش از آنچه لازم باشد در تحصیل تا حد تقریب مفروض

مسئله لازم بحکم کلی چون اراده شود قاعده تقریبات متعلقه بدست آوریم تعداد ارقام اعشاریه را که مناسبست هرکدام از اعداد تقریبی بطلب سید تقریب نتیجه در عمل داشته باشند موقع است که قاعده ضرب و قسمت مختصر را مجری داریم بنا بر آنکه در هر کدام از این اعداد تقریبی یک رقم اعشاریه بیشتر حفظ کنیم و ظاهر است که اگر این رقم اخیر درست باشد میتوان بسهولت بدست آورد و سهلتر اجرای قاعده مختصره ولی است و این حکم در ضمن مثال واضح و مبرهن میشود

مثال مطلوبست حاصل ضرب این عدد ۲٫۴۸۷۹۶۴ در ۳٫۱۵۲۳ [illegible]

چه معنی این عبارت
بن بسیم کره
حقیقی شود) است که

بجز شکل است ... خارج قسمت
[illegible]

تا حد تقریب متعلق که کمتر باشد از ۱۰۰۰ ره

پس اگر بدستور (۴۰۳) کتاب پیش رویم تکلیف این میشود که بقانون رسمی این عمل ضرب را مجری داریم

۵۳٫۴۸۷
۴۸۹ ۸۹

ولی بوجه دیگر استدلال میکنیم ظاهر است که حاصل ضرب مطلوب صاحب ۵ رقم صحیح است درجلوی ممیز و کسر ۱۰۰۰ره از این حاصل ضرب صاحب یک رقم شود در جلو ممیز و بعبارت محصور باشد مابین احد و عشره بنابراین اگر بضرب مختصر این حاصل را بتقریب مطلق معلوم کنیم که کمتر باشد از ۱ چون همین تقریب کمتر میشود از ۱ ۰۰۰ره جزو حاصل ضرب تقریب متعلق حاصل ضرب کمتر میشود از ۱۰۰۰ر. و از این قرار ما بمقصود خود میرسیم پس اجرای این ضرب مختصر ذیل ما را بمقصود رساند

۵۳٫۴۸۷۹۶۲
۴۶۵۷۹۸[illegible]۸۴

و در این قاعده یک رقم اعشار بیشتر از آنچه در قاعده دیگر مقتضی بود استعمال نموده‌ایم میخواهیم از روی تقریب متعلق عدد مطلوب تقریب مطلق آنرا معلوم کنیم از روی همین وجه که اکنون ذکر شد در تبدیل مسئله تقریب متعلق بمسئله تقریب مطلق مقصود بطور کلی بعمل می‌آید موضع ممیز را در عدد مطلوب معلوم کنید و از ابعد مراتب اعشاریه که تقریب متعلق قید شده بسمت یمین نقل کنید آنچه حاصل شد تقریب مطلق است ۱ دوم چون تقریب متعلق حاصل ضرب اول فوق کمتر است از ۱۰۰۰ره میتوان تصدیق نمود که تقریب مطلقش کمتر است از واحد مرتبه چهارم (ابتدا از یسار) یعنی کمتر از یک عشره است و میتوان مطمئن شد که این تقریب کمتر باشد از واحد صحیح و در ضرب ثانی

مطلق هستیم که تقریب مطلق یا عمل ضرب کمتر است از واحد صحیح و اگر بخواهیم بروفق
قاعده تقریبات متعلقه یعنی بعمل همین مسئله را داشته باشیم ما باید عدد تقریبی را
عوض ۱٫۰۰۵ را چنین گرفت ۱٫۰۰۰۰

و از این قرار در هر عامل که قسم بیشتر استعمال میشود یعنی ارقام اینجا برابر میشود با ارقامی
که در ضرب دوم اختیار نمودیم پس معلوم شد که در تحصیل عدد مطلوبی تا کمتر از واحد
اعشار مفروض تقریب قاعده دوم را ترجیح است بر قاعدهٔ اول

در مسائل متعلقه بکثافت اجسام که ثقل خاص نیز گویند

۴۷ کثافت یا ثقل خاص جسم (جامد باشد یا مایع) عبارتست از
وزن یک سانتیمتر مکعب از ماهیت آن جسم بحسب گرم در فضاء خالی از هوا
و نیز عبارتست از وزن یک دسیمتر مکعب از آن ماهیت ولی بحسب کیلوگرم
و در فضاء خالی

این نوع تعریف نظر بآنست که کلیه در مسائل متعلقه بکثافت اجسام جامده رجحت دراین است
که واحد طول را بحسب قدر هر جسم سانتیمتر یا دسیمتر و واحد وزن نظر آن گرم یا
یا کیلوگرم و در مایعات چون واحد حجم لیتر است آحاد نظیرش دسیمتر میشود و کیلوگرم

مسئله کثافت آهن این است ۷٫۸۸ و مطلوبست حجم تونکه آهنی که
بوزن ۱۵٫۵۲۰ کیلوگرم است تا کمتر از سانتیمتر مکعب تقریب

واحد حجم را سانتیمتر مکعب بگیریم و واحد وزن را گرم ۱۵٫۵۲۰ کیلوگرم معادلست با
۱۵۵۲۰ گرم پس موافق فرض یک سانتیمتر مکعب آهن وزنش این قدر گرم است ۷٫۸۸ گرم
اکنون ظاهر است که حجم مطلوب مولف باشد از آنقدر سانتیمتر مکعب که ۱۵۵۲۰ گرم
مولف میشود از ۷٫۸۸ گرم

و از این قرار ۱۵۵۲۰۰۰۰ سانتیمتر مکعب / ۷۷۸۹ = ۱۵۵۲۰ سانتیمتر مکعب / ۷٫۷۸۸

خارج قسمت موافق فرض مسئله باید تا کمتر از واحد صحیح تحدید بشود و آن صاحب چهار رقم و مقسوم اینجا حقیقی است و مقسوم علیه تقریبی مطلقش کمتر از ۱/۷۷۸۸ است پس این خارج قسمت را که رقم اولش ۱ است میتوان تا کمتر از واحد رقم چهارمش بدقت معلوم کرد یعنی تا حد تقریب مطلوب

تنبیه — از روی چنین عددی که برای کثافت آهن تقدیر نمودیم میتوان حجم مطلوب را دقیق‌تر از آن حد تقریبی که فرض نمودیم بدست آورد

مسئله — کثافت زیبق این است ۱۳٫۵۹۸ و مطلوب باشد قدر فشار هوای رسمی بر وسعت یک متر مربع از سطح زمین بنابر آنکه میدانیم فشار ستونی از هوا که از کف زمین ممتد باشد تا اعلی درجه ارتفاع بر فرض اتحاد قاعده ستون معادل است با فشار ستونی از زیبق که ارتفاعش ۷۶۰ میلیمتر باشد

وزن یک سانتیمتر مکعب از زیبق این است ۱۳٫۵۹۸ بحسب گرم و از این قرار وزن یک متر مکعبش اینقدر ۱۳۵۹۸۰۰۰ گرم است یا ۱۳۵۹۸ کیلوگرم و این وزن ستونی میشود از زیبق که یک متر ارتفاع باشد و قاعده‌اش متر مربع و چون ارتفاعش باید ۰٫۷۶۰ متر باشد پس حجمش معادل میشود با ۷۶۰ هزارم متر مکعب و وزنش ۰٫۷۶۰ × ۱۳۵۹۸ کیلوگرم یا ۷۶۰ × ۱۳۵۹۸ گرم فهو المطلوب

تنبیه — از روی چنین عددی که برای کثافت زیبق تحدید شد قدر فشار هوا تا ۱۰ گرم تقریب بدست آمد نه دقیق‌تر از این حد تجاوز نکند چونکه مضروب فیه ۱۳۵۹۸ گرم یک گرم تقریب دارد و در ضرب حد تقریب ۷۶۰ برابر میشود

مسئله ثانیه

مسئله کثافت روح اینست ۷ر۱۹ و مطلوب وزن تنوکه آنان باشد در هوا بنا بر آنکه بدانیم وزن این تنوکه در خلأ ۲ر۵۲۰ کیلوگرم است و وزن مطلوب تا عشر گرم تقریب بدست آید

وزن یک سانتیمتر مکعب روح در خلأ اینقدر ۷ر۱۹ گرم است و ۲ر۵۲۰ کیلوگرم معادل با ۲۵۲۰ گرم پس حجم تنوکه مؤلف میشود از اینقدر سانتیمتر مکعب که ۲۵۲۰ گرم مؤلف میشود از ۷ر۱۹ گرم یعنی چنین $\frac{۲۵۲۰}{۷ر۱۹}$ سانتیمتر مکعب و وزن یک سانتیمتر مکعب هوا این است ۰ر۰۰۱۲۹۸۷۰۱ گرم پس وزن هوائیکه قایم مقام تنوکه روح شود این است

$$\frac{۰ر۰۰۱۲۹۸۷۰۱ \times ۲۵۲۰ \text{ گرم}}{۷ر۱۹}$$

و این خارج قسمت را تا کمتر از ۰ر۱ تقریب معلوم کنیم و بعد تفریق نمائیم از ۲۵۲۰ گرم و باقی وزن تنوکه روح میشود در هوا

تقریب متعلق مقسوم کمتر است از $\frac{1}{۱۲۹۸۷۰۱}$ (چونکه عامل ۲۵۲۰ حقیقی است) و تقریب متعلق مقسوم علیه این است $\frac{1}{۷۱۹}$ و تقریب متعلق خارج قسمت چون کمتر میشود از مجموع آنها و تقریب مجموعاً کمتر است از $\frac{1}{۱۰۰}$ پس میتوان آن خارج قسمت را تا کمتر از واحد تقسیم دومش تقدیر نمود یعنی تا کمتر از صدم گرم و آن از حد تقریب مطلوب هم گذشته

مسئله چون در فشار سیمی ۷۶۰ میلیمتری هوا و حرارت صفر درجه کثافت هوای خشک را واحد فرض کنیم کثافت اکسیژن اینقدر میشود ۱ر۱۰۵۷ و کثافت ازت اینقدر ۰ر۹۷۲۰ و کثافت هیدروژن اینقدر ۰ر۰۶۹۱ و کثافت کلر اینقدر ۲ر۴۲۱۸ و مقصود وزن یک لیتر از هر کدام از این اجزاء است تا آن حد تقریب که ممکن باشد

(انجره مذکوره از جمله ۵۴ عدد جسم مفردی است که تاکنون حکمای طبیعی وزن مبین ... اند)

وکثافت بخار بنابر آنکه از هوای خشک واحد فرض شود نسبت وزن آن بخار

در صورت اتحاد حجم بودن هوای خشک

بنابراین تعریف چون وزن یک لیتر هوا این است ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرام و وزن یک لیتر اکسیژن را ذ فرض کنیم این نسبت بدست می‌آید ۱٫۱۰۵۷ = ذ : ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرام

و بنابراین ۱٫۱۰۵۷ × ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرام = ذ گرم

در عدد تقریب حاصل ضرب دو تقریب متعلق معروضین بترتیب کمتر اند از $\frac{۱}{۱۲۹۸۷۰۱}$ و $\frac{۱}{۱۱۰۵۷}$ پس تقریب متعلق حاصل ضرب کمتر بشود از مجموع آن دو یعنی از این جمله $\frac{۱۲۹۸۷۰۱+۱۱۰۵۷}{۱۲۹۸۷۰۱\times۱۱۰۵۷}$ ولی این کسر مرکب است نظر باینکه حد تقریب مفرد باشد باین طور پیش میرویم: بر صورت چیزی می افزائیم و از مخرج چیزی میکاهیم و تقریب متعلق حاصل ضرب کمتر میشود از این مقدار

$$\frac{۱۳۰۰۰۰۰+۱۲۰۰۰}{۱۲۹۰۰۰۰\times۱۱۰۰۰} = \frac{۱۳۱۲۰۰۰}{۱۴۱۹۰۰۰۰۰۰۰} = \frac{۱۳۱۲}{۱۴۱۹۰۰۰۰}$$

پس این تقریب کمتر است از ۱/۱۰۰۰۰ پس تقریب حاصل ضرب کمتر شد از واحد رقم چهارمش چونکه از این چهار رقم اول عددی ترکیب شود بزرگتر از ۱۰۰۱ در رقم چهارم از نوع هزارم گرم میشود

مسئله کثافت زیبق این بود ۱۳٫۵۹۸ و کثافت آهن چکشی ۷٫۷۸۸ قطعه آهنی را در ظرف زیبق انداختیم بعضی از آن مغمور شد و بعضی خارج صفحه زیبق ماند حال مطلوب حجم جزو مغمور است

چون آهن در زیبق فرو رود از وزنش کاسته میشود بقدر وزن آنقدر زیبقی که قائم مقامش شده و چون اینجا تمام مغمور نشده معلوم است که ثقل بکلی از او سلب شده

پس حجم جزوی را که مغمور شده ح فرض میکنیم و حجم تمام آهن را حم و بهمان ح حجم
آنقدر زیبق میشود که جزو مغمور قائم مقامش شده و وزن ح سانتیمتر مکعب زیبق باید
معادل باشد با وزن حم سانتیمتر مکعب آهن و سانتیمتر مکعب زیبق وزنش این است
۱۳٫۵۹۸ گرم و سانتیمتر مکعب آهن این ۷٫۷۸۸ گرام پس ۷٫۷۸۸ × حم = ۱۳٫۵۹۸ × ح

و بنابراین $ح = حم \times \frac{۷٫۷۸۸}{۱۳٫۵۹۸} = حم \times \frac{۷۷۸۸}{۱۳۵۹۸}$

این خارج قسمت را میتوان تا واحد رقم سوم شش تقدیر نمود و از روی صفحات دیر تقریبی معلوم
میتوان نسبت دو حجم را از آن حد تقریب گذرانید و هرگاه دو تقریب متعلق مقسوم
۷٫۷۸۸ و مقسوم علیه ۱۳٫۵۹۸ را بگیرید و بطریقی که در مضروبین مسئله سابق رفتار نمودیم
پیش روید این حکم زود معلوم میشود

مسئله تخلخل طولی آهن بازاء افزایش هر درجه حرارت از صفر تا ۱۰۰ درجه میزان الحراره
۱۰۰ قسمتی نسبت بطول آن تا آهن اینست ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ متر و مطلوب تخلخل طولی
ستاره آهنی باشد بطول ۲٫۲۴۵ در ۲۵ درجه حرارت تا ۰٫۰۰۰۱ متر تقریب
میزان تخلخل طولی ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ عبارتست از مقدار افزایش واحد طول جسم در
یک درجه حرارت و از این قرار هر متری از ستاره در یک درجه حرارت بقدر ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ متر
تمدد مییابد و در ۲۵ درجه حرارت بقدر ۲۵ × ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ متر یعنی هر متر آن بقدر
۰٫۰۰۰۳۰۵ متر افزوده میشود پس تمدد کل آنقدر میشود ۲٫۲۴۵ × ۰٫۰۰۰۳۰۵ متر
تقریب مطلق در این عدد ۰٫۰۰۰۰۱۲۲ کمتر است از $\frac{۱}{۱۰^{۷}}$ و چون ضربش کنیم
در ۲۵ تقریب مطلق حاصل ضرب ۰٫۰۰۰۳۰۵۰ کمتر میشود از ۲۵ واحد مرتبه
رقم اخیر صفر و چون ۲۵ کمتر است از این کسر مضاف $\frac{۱}{۱۰۰}$ از ۳۰۵۰ پس تقریب متعلق
آن حاصل ضرب کمتر میشود از $\frac{۱}{۱۰۰}$ و چون مضروب حقیقی است تقریب متعلق حاصل

ضرب کمتر میشود از $\frac{1}{100}$ و از اینقرار میتوانیم آنرا تا کمتر از واحد رقم دومش بدست آوریم
و آن از نوع صد هزارم است یعنی کمتر است از ۰٫۰۰۰۰۱

مسئله مقدار تخلخل اجزاء مفروده نسبت بحجمی که در صفر درجه حرارت داشته باشند
بازاء هر درجه افزایش این است ۰٫۰۰۳۶۶ حال مطلوب حجم یک لیتر هوای صفر
درجه است در حرارت ۲۷ درجه و همچنین وزن یک لیتر از هوای ۲۷ درجه تا هزارم گرم تقریب
اولا ظاهر است که یک لیتر از هوای صفر درجه چون به ۲۷ درجه رسید ظرفی را مشغول کند
که گنجایشش اینقدر باشد

$$1 + 0{,}00366 \times 27 = 1{,}09882 \text{ لیتر}$$

ثانیا چون وزن بخار به تغییر حجم اختلاف نپذیرد معلوم میشود که
موازی ۱٫۰۹۸۸۲ لیتر هوای ۲۷ درجه با این وزن است ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم را یا وزن
۱٫۰۹۸۸۲ × ۱ لیتر هوا مساوی است با ۱٫۲۹۸۷۰۱ گرم پس وزن یک لیتر هوا مساوی است
با $\frac{1{,}298701}{1{,}09882}$ گرم یا با $\frac{1298701}{1098820}$ گرم

و چون خواهیم این وزن را تا ۰٫۰۰۱ ره تقریب بدست آوریم یعنی تا چهار رقمش را
معلوم کنیم بقاعدهٔ اختصار این عدد را ۱۲۹۸۷۰ بر ۱۰۹۸۸۲ قسمت میکنیم و عمل را
تا رقم چهارم میکشانیم و بعد سه رقم اعشار از او جدا میکنیم

و چون بفرض تقریب ۰٫۰۰۳۶۶ کمتر است از ۰٫۰۰۰۰۱ تقریب مطلق حاصل ضرب
۰٫۰۰۳۶۶ × ۲۷ یا ۰٫۰۹۸۸۲ و بنابراین تقریب ۱٫۰۹۸۸۲ کمتر میشود
از ۲۷ صد هزارم و ۲۷ صد هزارم کمتر است از یک جزو از هزار جزو این عدد ۱٫۰۹۸۸۲ را
و بلکه از یکجزو از چهار هزار جزوش و در قسمت ۱۲۹۸۷۰۱ بر ۱۰۹۸۸۲۰ التقریب
متعلق مقسوم کمتر است از $\frac{1}{10^6}$ و از مقسوم علیه کمتر از $\frac{1}{4\times10^3}$ پس تقریب متعلق
خارج قسمت کمتر میشود از این مجموع

$$\frac{1}{1000000} + \frac{1}{4000} = \frac{1004}{4000000}$$

و این کمتر

واین کسر کوچکتر است از $\frac{1}{3000}$ وچهار رقم اول خارج قسمت شده است کوچکتر از ۳۰۰۰ پس خارج قسمت را ابتدا از یسار میتوان تا کمتر از واحد رقم چهارمش بدست آورد وآن رقم از نوع هزارم است پس وزن مطلوب تا کمتر از هزارم گرم تقدیر شود

مسئله مقدار تخلخل حجمی جسم کبهی است سه برابر کسر تخلخل طولی چنانچه در آهن اینست ۰٫۰۰۰۰۳۶۶ و مطلوب سه چیز است تا ۰٫۰۰۱ تقریباً اولاً کثافت آهن در ۳۰ درجه حرارت بنابر آنکه در صفر درجه ۷٫۷۸۸ باشد ثانیاً وزن شکل آهنی است که در ۳۰ درجه باین حجم باشد ۱٫۵۲۸ از قرار متر مکعب ثالثاً حجم همان شکل است در صفر درجه حرارت

وزن یک سانتیمتر مکعب آهن صفر درجه ۷٫۷۸۸ گرم است وحجم این سانتیمتر مکعب در ۳۰ درجه چنین میشود $1 + 0.0000366 \times 30 = 1.001098$ سانتیمتر مکعب ولی وزنش همان وزن قدیم ۷٫۷۸۸ گرم باشد پس وزن یک سانتیمتر مکعب آهن ۳۰ درجه چنین میشود $\frac{7.788}{1.001098}$ پس چون بر رسم معهود کثافت آب چهار درجه را واحد بگیریم کثافت مطلوب آهن ۳۰ درجه حرارت چنین است $\frac{7.788}{1.001098}$ گرم واین خارج قسمت را تا ۰٫۰۰۱ تقریب تقدیر کنیم و چون آن صاحب چهار رقم شد باید مقسوم علیه را با ۶ رقم گرفت باین صورت ۱٫۰۰۱۱۰ را (اندک اضافی) و بعد قسمت کرد ۷٫۷۸۸۰۰ را بر ۱٫۰۰۱۱۰ را و عمل را تا رقم چهارم راند و میتوانیم نیز مقسوم علیه ۱٫۰۰۱۰۹۸ را با تا رقم بگیریم و عمل اختصار قسمت (ن ۴۶) را مجری داریم و در هر صورت کثافت مطلوب این است ۷٫۷۷۹ چون کثافت آهن ۳۰ درجه حرارت این شد ۷٫۷۷۹ وزن یک سانتیمتر مکعبش در این حرارت ۷٫۷۷۹ گرم هست پس وزن ۱٫۵۲۸ متر مکعبش این میشود

$$7.779 \times 1.528 \text{ کیلو} = 7.779 \times 1528000 \text{ گرم}$$

حال چون حجم آنرا در صفر درجه ل فرض کنیم در ۳۰ درجه حجم ل چنین میشود

ل + ل × ۰٫۰۰۰۰۳۶۶ × ۳۰ = ل × ۱٫۰۰۱۰۹۸ و بعد این نسبت

حاصل میشود ۱٫۵۴۸ = ۱٫۰۰۱۰۹۸ × ل و بنابراین ۱٫۵۴۸ / ۱٫۰۰۱۰۹۸ و این

خارج قسمت را تا ۱٫۰۰۱ بتقریب بدست آوریم یعنی تا کمتر از واحد رقم چهارمش

پس از مقسوم علیه شش رقم اختیار میکنیم و ۱٫۵۴۸ را قسمت میکنیم بر ۱٫۰۰۱۱۰ (اندک اضافی) و جواب چنین میشود حجم مطلوب = ۱٫۵۴۶ را مرکبت

وسیتوانیم اول در مقسوم سه رقم اختیار کنیم و قسمت مختصر (۴۶) را جاری کنیم

در مسائل متعلقه بعلم هیئت

۴۶۸ در تاریخ مسیحی قرآنات شمسی دوره ۲۸ ساله است از سنین رومی که چون منقضی شد ایام هفته بهمان ترتیب در همان ایام ماههای رومی عود میکنند یعنی که هرگاه در سالی اول کانون الثانی روز شنبه باشد بعد از انقضای ۲۸ سال باز بروز شنبه ابتدا میشود و همچنین در سایر شهور و ایام آنها و قرآنات قمری که عدد ذهبیش نیز گویند دوره است از ۱۹ سال رومی که چون منقضی شد غره ماههای هلالی بهمان تواریخ رومی که در دوره سابق واقع شده بودند عود میکنند یعنی همان نسبتی که در دوره اول میان اجزای سنین قمری و اجزای سنین رومی بود بعینه در دوره دوم واقع میشود

و بالجمله قرنی دیگر است مرکب از ۱۵ سال رومی که منسوب بوده است به بعضی از امور شرعیه و عدلیه اهل رومه و آنرا قرآن دعوت میگویند ابتدای این سه قرآن در سال ۴۷۱۴ قبل از مسیح با هم موافق آمد حال میخواهیم بدانیم که بعد از آن تاریخ در چه سالی باز این سه قرآن موافق شوند و بنابراین فاصله بین التاریخین چه قدر است و از ادوار دومی و قیصری گویند (تفصیل این ادوار در قانون ناصری شرح داده ایم

(بانجا رجوع کنید)

فاصلهٔ مابین سال اول یکی از قرون شمسیه و سال اول قرن شمسی دیگر عددی است مسلماً اضعاف ۲۸ و همچنین فاصلهٔ مابین دو قرن قمری اضعاف ۱۹ باشد و فاصلهٔ مابین دو قرن دعوت اضعاف ۱۵ باشد و فاصلهٔ مطلوب معلوم است باید عددی باشد که این هر سه شرط در آن صدق کنند و از این قرار باید عددی باشد قابل قسمت بر این اعداد ۲۸ و ۱۹ و ۱۵ و کوچکترین عدد و چون این هر سه باهم متباین میباشند مدت مطلوب چنین میشود ۱۵×۱۹×۲۸ و این مدت دوره رومی آ...

سال اول تاریخ مسیحی مطابق بوده با سال دهم قرن شمسی و با سال دوم قرن قمری و با سال چهاردم قرن دعوت و حال میخواهیم بدانیم که در سال ۱۸۵۸ مسیحی نمرهٔ هر کدام از این سه قرن چه بوده

از اینقرار ۹ سال قبل از مبدأ تاریخ ابتدای قرن شمسی بوده و از ابتدای آن قران تا سال ۱۸۵۸ مدت ۱۸۶۷ سال منقضی شده پس باید دید که در ۱۸۶۷ چند مرتبه ۲۸ مندرج است همین قدر عدد قرونی است که تا تاریخ مفروض گذشته و خارج قسمت اول بر ثانی ۶۶ است و باقی ۱۹ پس معلوم میشود که سال ۱۸۵۸ موافق است با سال ۱۹ قرن شمسی ۶۷ و همچنین یکسال قبل از مبدء تاریخ اول قرن قمری بوده و تا تاریخ مفروض اینقدر سال منقضی شده ۱۸۵۹ = ۱۸۵۸ + ۱

پس این عدد را بر ۱۹ قسمت میکنیم خارج قسمت ۹۷ است و باقی ۱۶ یعنی که سال ۱۸۵۸ سال شانزدهم قرن ۹۸ قمری بوده پس در سال ۱۸۵۸ عدد ذهبی ۱۶ بوده و همچنین معلوم میکنیم که سال ۱۸۵۸ مقارن بوده است با نمره دوازدهم قرن دعوت

مسئله سال شمسی وسطی مرکب است از ۳۶۵٫۲۴۲۲۶ شبانروز وسطی و میخواهیم آنرا تحویل کنیم بروز و ساعت و دقیقه و ثانیه و اعشار ثانیه

صورت عمل این است

۳۶۵٫۲۴۲۲۶
۲۴

۹۶۹۰۴
۴۸۴۵۲

۵٫۸۱۴۲۴
۶۰

۳۴۸٫۸۵۴۴۰
۶۰

۵۱٫۲۶۴۰۰

جواب این است ۳۶۵ یوم ۵ ساعت ۴۸ دقیقه ۵۱٫۲۶۴ ثانیه وراه عمل واضح است در عمل جزو اعشار مضروب را جدا فرض کرده و در مضروب فیه ضرب نموده ایم (این کسر روز ۰٫۲۴۲۲۶ معادل است با ۵٫۸۱۴۲۴ ساعت از ۲۴ ساعت و این معادل است با ۰٫۲۴۲۲۶ × ۲۴)

مسئله مدت یک دوره حرکت عطارد حول آفتاب ۸۷٫۹۷۰۷۹ شبانروز و دوره زهره حول آفتاب ۲۲۴٫۷۰۰۷۸ شبانروز و دوره زمین ۳۶۵٫۲۵۶۳۷ شبانروز (و آن سال نجومی است) و دوره مریخ ۶۸۶٫۹۷۹۶۴ شبانروز و دوره مشتری ۴۳۳۲٫۵۸۴۸۰ شبانروز و دوره زحل ۱۰۷۵۹٫۲۱۹۸ شبانروز و دوره اورانوس ۳۰۶۸۶٫۸۲۰۵۸ شبانروز و دوره نبطون ۶۰۱۲۷ شبانروز حال میخواهیم جمیع این اعداد ایام را تحویل کنیم بسال و روز و ساعت و دقیقه و ثانیه بنا بر آنکه طول سال عدد ایام حرکت انتقالیه زمین باشد در حول آفتاب

دو عدد ایام دو دوره اول چون اقصر از طول سال که ۳۶۵٫۲۵۶۳۷

روز باشد پس همین کسر اعشار روز آنها را تحویل میکنیم بساعت و دقیقه و ثانیه

١١٥ دوار و اری که عدد ایشان اطول باشند از سال مذکور هر کدام را بر

٣٦٥٫٢٥٦٣٢ قسمت میکنیم جزو صحیح خارج قسمت عدد سنین مطلوب است و جزو صحیح

باقی عدد ایام اضافه است و جزو اعشار باقی را تحویل میکنیم بساعت و دقیقه و ثانیه

مسئله که در علم هیئت ذکر نمود

سیاره

دوره های آفتاب بر نسبت مکعبات فاصله های وسطی همان سیارات است

از آفتاب حال میخواهیم مقدار این فاصله ها را تا ١٠ ره تقریب معلوم کنیم

بنا بر آنکه فاصله زمین از آفتاب واحد باشد

فاصله عطارد را از آفتاب ل فرض میکنیم پس بحکم مسئله

$$\left(\frac{٨٧٩٦٩٢٥٨}{٣٦٥٢٥٦٣٢}\right)^٢ = \frac{[illegible]}{[illegible]} = ١ : ل^٣$$

حال مقدار ل بدو وجه معلوم شود اول بلگاریتم و این اولی است و دوم باستخراج کعب جذر و

دوم مساوی پس بلگاریتم

$$\frac{٢ \, لگ \, ٨٧٩٦٩٢٥٨ - ٢ \, لگ \, ٣٦٥٢٥٦٣٢}{٣} + ع = لگ \, ل \times ١٠^{ع}$$

یا آنکه

$$\frac{٢ \, لگ \, ٨٧٩٦٩٢٥٨ - ٢ \, لگ \, ٣٦٥٢٥٦٣٢}{٣} + ٣ ع = لگ \, ل \times ١٠^{ع}$$

در این مساوی چون ع را واحد فرض کنیم اجرای تفریق ممکن میشود و ما بقی عمل

چنان است که در اول کتاب گذشته و عمل زهره مانند عطارد است و سایر سیارات

چون ابعاد ایشان از بعد زمین بیشتر است احتیاجی باستعمال قوت معینه ١٠ نیست

١٤٩ خط ب ج که بطول ط متر است از نقطه م بزاویه آ دیده شده

یعنی که چون این نقطه را متساوی البعد فرض کنیم از دو نقطه ب و ج از طرفین

١ ا. مقدار زاویه ب ... یا قوس ب ج قدر یکثانیه است حال

میخواهیم فاصلهٔ ... ب را نسبت بطول ط تا واحد ... تقریب معلوم کنیم چون
قوس ب ... بمقدار ... است جایز است اینجا که قوس را با وترش یکی دانیم یعنی
طول قوس آ = ط و این تقریب محسوس نشود و محیط هر دایره مرکب است
از ۳۶۰ درجه و آن ... ب با ۳۶۰×درجه = ۳۶۰×۶۰×۶۰ = ۱۲۹۶۰۰۰ ...

پس این ... و ... شود ف نق ۲ = ط ۱۲۹۶۰۰۰ یا ف نق = ط ۶۴۸۰۰۰

و اینجا ف ... مطلب است پس

$$ف = \frac{۶۴۸۰۰۰}{نق} \times ط = (۶۴۸۰۰۰ \times \frac{۱}{نق}) \times ط$$

و باید حاصل ضرب با این علامت جامعه را تا کمتر از واحد معلوم کنیم و این عمل را بضرب مختصر انجام دهیم

$$\frac{۱}{نق} = ۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱$$

```
۰٫۳۱۸۳۰۹۸۸۶۱
     ۰۰۰۸۴۶
  ۱۹۰۹۸۵۹۲۸
   ۱۲۷۳۲۳۹۲
    ۲۵۴۶۴۷۲
-----------
(*)  ۲۰۶۲۶۴٫۷۹۴
```

* (چون نصف قطر اطول مدار زمین در اوج کواکب ... تر است زاویه که ... از آ و از این قرار فاصلهٔ آن کوکب از زمین اعظم است از ۲۰۶۲۶۴٫۷ برابر نصف قطر اطول)

پس معلوم شد که ط ۲۰۶۲۶۴ = ف تا کمتر از طول ط تقریب نقصانی و ما نظر با که عمل ... نباشد حاصل ضرب را تا ... تقریب معلوم کردیم

باید این نکته را ملتفت شوید که چرا اصل ضرب ۶۴۸۰۰۰ در ۱/نق را قرار دادیم بجای عمل قسمت ۶۴۸ بر نق چونکه این ضرب مثل آنست که مضروب همین صاحب رقم ۶۴۸ باشد ولی در قسمت هیچ فرق نیست میان اصفار جلو و سایر ارقامی که بجای او

بوده باشند یعنی آن اضعاف بسبب اختصار عمل قسمت نشوند

نصف قطر زمین ی ق بنظر ساکنان آفتاب مواز است بزاویه ۸٫۵۷ ثانیه و مطلوب فاصله ف آفتاب از زمین با واحد تقریب بنابر آنکه نصف قطر زمین واحد باشد (زاویه ۸٫۵۷ ثانیه را اینجا اختلاف منظر افقی وسطی آفتاب گویند رجوع کنید بقانون ۲۳۲)

س = ۸٫۵۷ ثانیه قوس پس

ف س ۲ = $\frac{\text{۱۲۹۶۰۰۰ س}}{\text{۸٫۵۷}}$ = ۱۲۹۶۰۰۰ ثه

و بنابراین ی ق $\left(\frac{\text{۶۴۸۰۰۰} \times \frac{1}{\text{ی}}}{\text{۸٫۵۷}}\right)$ = $\frac{\text{۶۴۸۰۰۰ س}}{\text{۸٫۵۷} \times \text{ی}}$ = ف

پس باید حاصل ضرب باقی $\frac{1}{\text{ی}}$ × ۶۴۸۰۰۰ را معلوم کنیم و قسمت کنیم بر ۸٫۵۷ و خارج قسمت را تا واحد تقریب بدست آوریم و آن صاحب ۵ رقم باشد و در قسم اول مقسوم علیه ۸ است

و شناختن ۷ رقم مقسوم ما را کافی است تا بتوانیم خارج قسمت را تا واحد تقریب بدست آوریم پس این عدد را ۲۰۶۲۶۴٫۸ بر ۸٫۵۷ قسمت میکنیم باین صورت

۲۰۶۲۶۴۸۰۰۰	۸۵۷
۳۴۸۶	۲۴۰۶۸٫۲
۵۸۴۸	
۷۰۶۰	
۲۰۴۰	
۳۲۶	

پس ی ق ۲۴۰۶۸ = ف تا کمتر از ی ق تقریب

اینجا زاویه جزء ف منظر افقی وسطی آفتاب را حقیقی فرض نمودیم ولی تا کمتر از ۰٫۰۴ ثانیه تقریب است و ممکن است تقریب مقسوم را نیز منظور داریم

۵۵ نصف قطر طول مدار زمین. ی ق در کوکب ع د جا چه موازی است بزاویه ۳۷ ثه یعنی اختلاف منظر ان کوکب بین عقدا و است که ذکر شد و مطلوب

فاصله ف از آن کوکب است تا زمین بواحد تقریب بنابر آنکه نصف قطر اطول فلک زمین در حد باشد

نق = ۱۳۲۷ره و نق = ۱۳۲۷ره × آ پس نق/۰٫۲۴ره = آ

و ف نق ۲ = ۱۲۹۶۰۰۰ ن/ ۰٫۳۱ بنابراین نق (۶۴۸۰۰۰ × ۱/نق / ۰٫۳۱) = ف

باز رسیدیم بحاصل ضرب ۱/نق × ۶۴۸۰۰۰ ع که باید تقسیم نمود بر ۰٫۳۰ ره یا کمتر از ۰٫۳۱ ره

و خارج قسمت صاحب ۶ رقم است باید در این باب تدقیق مقسوم را یا بالا یا ۸ رقم کم

۲۰۶۲۶۴۸ ۳۷

۲۱۲ ۵۵۷۴۷۲۴،۸

۲۷۶

۱۷۴

۲۶۸

۹۰

۱۶۰

۱۲۰

ف = ۵۵۴۷۲۵ ن

مقسوم علیه را حقیقی فرض نمودیم پس اگر تقسیمش را تا کمتر از ۰٫۱ ره ببریم یعنی تقریب مستقیمش را کمتر از ۱/۳۷۰ باید در تقدیر عدد تقریب خارج قسمت آنرا منظور آورد

بعد از فحص این مسائل باید بر متعلم خوب معلوم شده باشد راه تعیین عدد تقریبی را که ممکن است از روی تقریب معلومات مسئله در نتیجه عمل منظور آورد

در قابل قسمت بودن عددی بر ۱۱

۵۱ قاعده تعیین باقی قسمت هر عدد بر ۱۱ از این قرار است ابتدا از یمین صور ارقام مراتب فرد را جمع کنید و از آن تفریق کنید مجموع صور ارقام مراتب زوج را پس اگر چیزی باقی نماند عدد مفروض قابل قسمت است بر ۱۱ و اگر باقی ماند قسمت میکنیم آنرا بر ۱۱ و آنچه ثانیا باقی ماند قسمت عدد

ص ۱۰ ج ۲ ص ۱۷۴

معروض است بر ۱۱ و اگر اتفاقا معروف بزرگتر باشد از معروف عنه باید
اضعاف ۱۱ را انقدر بر ان افزود تا تفریق ممکن شود و انچه باز باقی ماند همان
باقی قسمت عدد معروض است بر ۱۱

نتیجه پس شرط قابل قسمت بودن عددی بر ۱۱ چنین شد که فضل مجموع صور
اوفاق مراتب فردش بر مجموع صور اوفاق مراتب زوجش صفر باشد یا عددی
شود قابل قسمت بر ۱۱

مثال در این عدد ۶۵۴۸۷ میزان اول این است ۱۷ = ۶ + ۴ + ۷

و میزان دوم ۱۳ = ۵ + ۸

تفاضل ۴

پس عدد معروض تام قسمت نیست بر ۱۱ و باقی تقسیمش ۴ است

مثال دوم در این عدد ۸۳۵۴۸۷ میزان اول این است ۱۴ = ۳ + ۴ + ۷

میزان دوم ۲۱ = ۸ + ۵ + ۸

چون اجرای تفریق ممکن نشود بر ۱۴ باید ۱۱ افزود و از مجموع ۲۵ تفریق نمود ۲۱ را
باقی میماند ۴ پس باقی قسمت ۸۳۵۴۸۷ بر ۱۱ چهار است

قاعدهٔ مذکوره مبنی است بر این دو حکم

اولاً واحدی که عدد اصفارتالیش زوج باشد مضرب است از ۱۱ باضافهٔ ۱

ثانیاً واحدی که عدد اصفار تالیش فرد باشد مضرب است از ۱۱ منهای ۱

برای اثبات این دو حکم قوتی از ۱۰ را بر ۱۱ قسمت میکنیم

۱۱ | ۹۰۹۰۹
۱۰۰
۱۰۰
۱

دراین قسمت چنانچه ظاهر است دو نوع باقی بدست می آید ۱۰ و ۱. هرجا عدد اصفار متعلقه زوج باشد باقی ۱ است و هرجا فرد باشد ۱۰ پس اگر بهمه جهة عدد اصفار معلوم زوج باشد باقی اخیر ۱ میشود خارج قسمت صحیح این قسمت را م فرض میکنیم آنوقت این تساوی بدست می آید

مضرب از ۱۱ باضافه ۱ = ۱ + م × ۱۱ = ۱۰۰۰۰۱

و اگر عدد اصفار تالی واحد معلوم فرد باشد باقی ۱۰ است و این تساوی نتیجه میشود

مضرب از ۱۱ منهای ۱ = ۱ − ۱۱ + م × ۱۱ = ۱۰ + م × ۱۱ = ۱۰۰۰۰۰

نتیجه هر رقمی که عدد اصفار تالیش زوج باشد مضرب است از ۱۱ باضافه صورت آن رقم و هر رقم که عدد اصفار تالیش فرد باشد مضرب است از ۱۱ منهای صورت آن رقم

مثال ۶ + ۶ × م × ۱۱ = ۶ × (۱ + م × ۱۱) = ۶ × ۱۰۰۰۰ = ۶۰۰۰۰

۶ − ۶ × م × ۱۱ = ۶ × (۱ − م × ۱۱) = ۶ × ۱۰۰۰ = ۶۰۰۰

حال عدد مرکبی اختیار میکنیم و می‌بینیم که ابتدا از پیش مقدار متعلق بهر رقم مراتب فرد تعیینش معلوم است که بعد از ارقام سمت پیش صفر تا آن ملحق کنیم و از این قرار عدد اصفار الحاقی زوج میشود پس بنابر آنچه سابق ذکر شد مقدار متعلق این رقم مضرب است از ۱۱ باضافه صورت آن رقم و بهمین وجه معلوم میشود که مقدار متعلق هر رقمی از مراتب زوج مضرب است از ۱۱ منهای صورت آن رقم پس مانند آنچه در خصوص ۹ ذکر شده میتوان اینجا بیان کرد

مثال این عدد را ۳۵۴۸۷ بتفصیل ذیل مجزی میکنیم

۷		= ۷
۸	− مضرب از ۱۱	= ۸۰
۴	+ مضرب از ۱۱	= ۴۰۰
۵	− مضرب از ۱۱	= ۵۰۰۰
۳	+ مضرب از ۱۱	= ۳۰۰۰۰

(۸+۵) − (۷+۴+۳) + مضرب از ۱۱ = ۳۵۴۸۷

پس هر دو عدد مساوی شد بمضروب ۱۱ باضافه مجموع صورتها رقام مراتب فرد منهای مجموع صور ارقام مراتب زوج حتی ابتدا از یمین

(۱) مُج − مج + م × ۱۱ = ع

درین دستور ع عدد مفروض است و م علامت مضروب و مج و مُج دو حاصل جمع مذکور

درین مسئله سه حالت ممکن است نظر بتفاضل از این قرار که مج و مُج (مج و مُج > مج

حالت اول مُج = مج چون باقی مُج − مج صفر است عدد ع مضربی است از ۱۱ و م × ۱۱ = ع

حالت دوم مُج < مج فرض میکنیم ل = مُج − مج درینصورت ل + م × ۱۱ = ع چون ع مرکب شد از مضروب ۱۱ باضافه ل باقی قسمت این تفاضل بر ۱۱ همان باقی قسمت عدد مفروض ع است بر ۱۱ پس اگر ل نیز مضربی باشد از ۱۱ عدد مفروض ع قابل قسمت میشود بر ۱۱

حالت سوم مُج > مج چون اینجا این تفریق ممکن نشود باید بر مج مضربی از ۱۱ اضافه نمود ولی همین قدر که لازم باشد و تفریق ممکن شود فرض میکنیم ن × ۱۱ چنین مضربی باشد و این مساوی را بنویسیم مُج − مج + ن × ۱۱ − ن × ۱۱ + م × ۱۱ = ع

فرض میکنیم لُ = مُج − (مج + ن × ۱۱) پس لُ + ن × ۱۱ − م × ۱۱ = ع

موافق این مساوی ع مرکب شد از مضربی از ۱۱ (ن × ۱۱ − م × ۱۱) باضافه عدد لُ که کوچکتر است از ۱۱ پس ظاهر است که لُ باقی قسمت ع است بر ۱۱ رجوع کنید بمثال دوم مذکور

تنبیه بهمان وجه که سابقاً ضرب و قسمت را از روی ۹ امتحان میکردیم

میتوان انتون ۱۱ را قائم مقام آن قسمرا داد و امتحان نمود و تفصیل بعینه همان است
که اینجا ذکر شده مجزا انکه باید همه جا عوض ۹ رقم ۱۱ گفت ولی با این امتحان هم نمیتوان
بصحت عمل مطمئن شد

قاعده مختصر در استخراج جذر اعداد

۵۱ هرگاه جذر عدد صحیحی باید صاحب چندین رقم باشد میتوان بوجهی دیگر تحدید
خیلی زودتر از راه رسمی بدست آورد

بعد از انکه بقاعده رسمی جذر قوه از یسار ضد معلوم کردیم مثلا م رقم میتوانیم بعض قسمت
بدست آوریم ۲ رقم ۳ رقم .... تا ۱-م رقم جدید از آن جذر را

قاعده کلی فرض میکنیم که بقاعده رسمی م رقم اول سمت یسار جذر عدد صحیح
مفروض را استخراج کرده باشیم و از آن ارقام عدد ب ترکیب شود و بخواهیم
۱-م رقم دیگر در جذر معلوم کنیم و در این صورت باقی تمام قسمت
از مجموع م قطعه اول سمت یسار عدد مفروض بدست آمده و گونه ز دو به
محاذیه پس ۱-م قطعه دیگر عدد را بر یمین باقی فوقانی در دهیم و از سمت یمین
چنین عددیکه اکنون صورت گرفته ۱-م رقم جدا میکنیم و باقی سمت یسار را
قسمت میکنیم بر مضاعف جزئی از جذر سابق پیدا شده یعنی ۲ب و اگر خارج
قسمت صحیح این تقسیم صاحب ۱-م رقم نباشد (یعنی بعده قطعات فروده
آمده) پس بالحاق صفر او چپ او ضمن بهمان عده این خارج قسمت را
در یمین ب مینویسیم پس انچه حاصل شد جذر مطلوب عددی است که
جمیع قطعات مستعمله مرکب شده تا کمتر از واحد بتقریب صافی یا نقصانی
و انوقت اگر بخواهیم بدانیم که چنین جذر کمین شده تقریب چیست نقصانی است و اگر

جیبه

چنین شد پس فضل عدد مرکب از ١-م + م قطعه مستعمله بر مجذور آنچه جذر صحیح در آنست بر باقی مانده تقسیم ملحق میکنیم ١-م رقمی را که از سمت یمین مفقوم جدا کرده بودیم و در عمل قسمت استعمال نشده بود و از این حاصل مجذور خارج قسمت را تفریق میکنیم پس اگر اجزای تفریق ممکن شود جذر تکمیل شده تفریق بفضل باقی است و باقی مطلوب هم بدست آمده و اگر تفریق ممکن نشود تفریق آن جذر را اضافه است و باید از خارج قسمت واحد موضوع کرد قبل از آنکه در موضع جذر نوشته شود تا مطمئن شویم که رقم اخیر سمت یمین این عدد صحیح است

و در این صورت اگر بخواهیم فضل عدد را بر مجذور جذر بدانیم مفقوم علیه ا ر باقی قسمت اضافه میکنیم و در سمت یمین مجموع فرود می آوریم ١-م رقمی را که از یمین مفقوم جدا شده بود و در قسمت استعمال نشده بود و بعد مجذور خارج قسمت صحیح را از آن حاصل موضوع میکنیم آنچه باقی ماند فضل ١-م + م قطعه مستعمله است بر مربع جذر صحیح

این قاعده را اکنون جاری میکنیم و بعد برهان میاریم و فرض میکنیم که جذر مطلوب صاحب ۵ رقم باشد

مثال مطلوب است $\sqrt{٣٢٧۶٧٢٢۴٨٢۶}$ و صورت عمل این است

٣١٧۶٧٢۴٨٢۶	۵٧٢۴٢
٧٧۶	١٠٧٠٧
٢٧٧٣	١١۴٢٠٢
۴٨٨۴٨٢۶	١١۴۴
٣٠٨٨	۴٢
٨٠٠٢۶	۴٢
١٧۶۴	٨۴
٧٨٢۶٢	١۶٨
	١٧۶۴

بعد از آنکه بقاعده رسمی سه رقم اول سمت یسار جذر را یافتیم این شد ۵٧٢ و باقی ماند

۴۸۸ در یمین این باقی فرود می‌آوریم دو قطعهٔ دیگر عدد مفروض را و دو رقم از یمینش جدا میکنیم
و آنچه در یسار ماند ۴۸۸۴۸ قسمت میکنیم بر مضاعف جذری که بدست آمده است یعنی ۵۷۲۰ × ۲
تا ۱۱۴۴ خارج قسمت صحیح این قسمت ۴۲ است می‌نویسیم آن را در یمین ۵۷۲ و عدد ۵۷۲۴۲
که بدست می‌آید جذر مطلوب است تا واحد تقریب اضافی یا نقصانی

تحقیقی دیگر که در حین قاعده ذکر شده اینجا نقل آورده‌ایم در یمین باقی ۴۸۸ قسمت فرود آوردیم دو رقم
۲۶ را که غیر مستقل ماند و از حاصل تفریق نمودیم مجذور خارج قسمت ۴۲ را
و چون تفریق ممکن شد عدد ۵۷۲۴۲ جذر عدد مفروض باشد تا واحد تقریب نقصانی
و $۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶ - ۵۷۲۴۲^{۲} = ۷۸۲۶۲$

برهان

جذر مطلوب چون باید صاحب ۵ رقم باشد ۵۷۲ عدد آحاد آنست پس آن جذر مرکب میشود
از ۵۷۲۰۰ باضافهٔ عدد ح که کمتر از ۱۰۰ باشد پس عدد مفروض ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶
شامل میشود مربع این عدد را ح + ۵۷۲۰۰ یعنی این عدد را

$$۵۷۲۰۰^{۲} + ۲ \times ۵۷۲۰۰ \times ح + ح^{۲}$$

و بعد از آنکه $۵۷۲۰۰^{۲}$ را از عدد مفروض موضوع نمودیم باقی ماند ۴۸۸۰۰۰۰ باضافهٔ
جزو غیر مستقل ۴۸۲۶ و بهمه جهة ۴۸۸۴۸۲۶ و این باقی دارای دو جزو دیگر مجذور
مذکور است جزو اول آن عدد ح × ۵۷۲۰۰ × ۲ از جنس آحاد است و تمامش مندرج میشود
در ۴۸۸۴۸ مآت باقی و ۲۶ واحد ممکن نیست جزو آن واقع شوند پس چون ۴۸۸۴۸ مآت را
بر ۵۷۲ × ۲ یا بر ۱۱۴۴ مآت قسمت کنیم یعنی مطلق ۴۸۸۴۸ را بر ۱۱۴۴ خارج صحیح
خارج قسمت ح مطلوب است یا اندکی بیشتر از قاعدهٔ مذکوره در اول مرة این را
یافته‌ایم و ظاهر است توافقش با آنچه در اصل کتاب ذکر نموده‌ایم در خصوص یافتن یک یک

ارادهٔ مر

از اعدادی که در جدول ثانی باشند ولیکن بیشتر معلوم نشده را)

و حال مقصود بیان این مطلب است که اگر خارج قسمت صحیح از حد ح تجاوز نماید ممکن نیست از ۱ + ح بگذرد زیرا که چون جذر عدد مفروض تا کمتر از واحد این است ح + ۵۷۲۰۰ خود عدد کمتر خواهد بود از $(1+\text{ح}+57200)^2$ که مساوی است با

$$57200^2 + 2\times 57200\times(\text{ح}+1) + (\text{ح}+1)^2$$

و چون از آن عدد 57200^2 را تفریق نمودیم باقی ۴۸۸۴۸۲۶ کمتر میشود از $2\times 57200\times(\text{ح}+1)+(\text{ح}+1)^2$ و بطریق اولی ۴۸۸۴۸۰۰ خیلی کمتر میشود از آن پس خارج قسمت از تقسیم ۴۸۸۴۸۰۰ بر ۲×۵۷۲۰۰ یا از تقسیم ۴۸۸۴۸ بر $2\times 572 = 1144$ کمتر میشود از خارج قسمت تقسیم $2\times 57200\times(\text{ح}+1)+(\text{ح}+1)^2$ بر همان مقسوم علیه ۲×۵۷۲۰۰ و خارج قسمت ثانی این است

$$\frac{2\times 57200\times(\text{ح}+1)+(\text{ح}+1)^2}{2\times 57200} = \text{ح}+1+\frac{(\text{ح}+1)^2}{2\times 57200}$$

و جزو صحیح این خارج قسمت همان ۱ + ح باشد نه بیشتر چونکه کسر $\frac{(\text{ح}+1)^2}{2\times 57200}$ کوچکتر از واحد است زیرا که بنا بر فرض مسئله $\text{ح}+1 < 100$ و $\text{ح}+1 < 2\times 572$

و چون طرفین این دو نامساوی را در ضرب کنیم $(\text{ح}+1)^2 < 2\times 572\times 100$ یعنی صورت کسر کوچکتر است از مخرج پس خارج قسمت صحیح ۴۸۸۴۸ بر ۱۱۴۴ که ۴۲ باشد منتهایش بقدر ۱ + ح باشد نه بیش پس $57200 + 42 = 57242$ جذر عدد ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶ باشد تا کمتر از واحد بتقریب کافی بالنقصان فهو المطلوب

اما در خصوص تحقیق عمل و دانستن باقی اخیر که دستورش ذکر شد همین قدر ملاحظه کنید که در ضمن بتدریج از عدد مفروض این سه جزو را تفریق نموده‌ایم اولاً 57200^2 را که باقی آن این شد ۴۸۸۴۸۲۶ ثانیاً در ضمن تقسیم تفریق نمودیم (۱۱۴۴×۴۲) ثالثاً را که

مساویست با ۴۲ × ۵۷۲۰۰ × ۲ و باقی دومش این شد ۸۰۰۲۶ ثالثاً
در آخر تفریق نمودیم ۴۲^۲ را که باقیش این شد ۷۸۲۶۲ پس مربع جذر موضوعی
این است ۴۲^۲ + ۴۲ × ۱۰۰ × ۵۷۲ × ۲ + ۵۷۲۰۰^۲ یعنی مربع (۵۷۲۰۰+۴۲)
و در آخر ۷۸۲۶۲ = ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶ − ۵۷۲۴۲^۲

تنبیه شرط صحت این دلیل آنست که ۱+ح یعنی جزو باقی جذر تا اضافه اکمز باشد از ۲ برابر ۵۷۲ یعنی از مضاعف عددی که بقاعدهٔ رسمی در جذر استخراج شده و از این بیان چنین استنباط میشود که هرگاه رقم اول سمت یسار جذر ۵ باشد یا بیشتر از ۵ میتوان یک تقسیم مانند آنکه مجری شد ارقامی چند برابر آنچه سابق استخراج شده بدست آورد مثلاً در این عدد ۳۲۷۶۷۲۴۸۲۶۷۸ بعد از آنکه سه رقم جذر استخراج شد میتوان سه رقم دیگر بقسمت بیرون آورد زیرا که در اینحالت مقدار ۱+ح که منتهایش ۱۰۰۰ کمتر میشود از ۵۷۲×۲ که صاحب چهار رقم است و دلیل مانند سابق است جزای اینجا تأثیر باید بر از کشف

چون خواهیم این قاعده را جاری نمائیم در استخراج جذری که بنهایت صاحب ارقام زیاد باشد دستور العمل آنست که سه رقم اولش را بقاعدهٔ رسمی استخراج کنیم و بعد دو رقم دیگر را بیک تقسیم تا مجموع ۵ رقم بشود و بعد چهار رقم دیگر را به تقسیم ثانی و بعد هشت رقم دیگر را بتقسیم ثالث و هکذا و نظر با آنکه ترتیب اعمال متتالیه خوب معلوم شود دستور العمل باشد این قاعدهٔ مختصر را جاری کنیم در استخراج ۲√ تا کمتر از واحد اعشار از مرتبهٔ ۱۵

عمل اول بقاعده رسمی

تقریب اول جذر

۱٫۴۱

۲.۰۰.۰۰	۱۴۱
۱۰۰	۲۰۴×۴
۴۰۰	۲۸۱×۱
۱۱۹ باقی اول	

قسمت اول

تقریب دوم

۱٫۴۱۴۲

۱۱۹۰۰۰۰	۲۸۲۱
۶۰۰	۴۲
۵۶۰۰	۴۲
۱۷۶۴	۸۴
۳۸۳۶ باقی دوم	۱۶۸
	۱۷۶۴

قسمت دوم

تقریب سوم

۴۲۱۳۵۶

۳۸۳۶۰۰۰۰	۰۰۰۰	۲۸۲۸۴
۱۰۰۲۶۰		۱۳۵۶
۱۵۹۰۶۰		۱۳۵۶
۱۷۶۶۰۰		۸۱۳۶
۶۸۹۶۰۰۰۰		۶۷۸۰
۱۸۳۸۷۳۶		۴۰۶۸
۶۷۱۲۱۲۶۴ باقی سوم		۱۳۵۶
		۱۸۳۸۷۳۶

قسمت سوم

۱۲۱۲۶۴۰۰۰۰۰۰	۰۰۰۰۰۰۰	۲۸۲۸۴۲۷۱۲
۵۰۲۷۲۱۶۰		۲۳۷۳۰۹۵
۵۰۶۷۴۴۰۲۴۰		
۸۷۸۴۰۲۵۶۰		
۲۶۸۸۴۴۲۴۰۰		
۱۴۲۸۵۷۹۹۲۰		
۱۴۳۶۶۳۶۵		

تقریب چهارم

۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۷۳۰۹

چون عدد ارقام مطلوب بدست آمد و دیگر بنا بعقب نرود هم مجذور کردن ۲۳۳۷۳۵۹۵ لازم نیست عدد ارقام این مجذور که معروف واقع میشود بیش از ۱۴ باشد و عدد ارقام مفروق عنه ۰۰۰۰۰۰۰۰۶۳۶۳۴۱ صاحب ۱۵ رقمست و بنا براین اجرای تفریق ممکن شود

تفصیل اوزان قدیم از کتب و آراء شرعی و علما

ملخصا در متن کتاب در باب اعیا سهوا ارزانی این دو فقره اشتغال شده بجای ۲۴ قیراط سهوا است با آنکه مثقال ۲۰ ... = ۲۴ قیراط

مثقال صیرفی		۲۴ نخود
درهم طبری		۸ نخود
درهم شرعی و طبی		۱۲ نخود
درهم بغلی		۱۶ نخود
مثقال شرعی		۵/۷ مثقال صیرفی
رطل عراقی مشهور		۶۵ مثقال صیرفی
رطل عراقی علامه	و اطبا	۶۴ ۲/۷ مثقال صیرفی
رطل طبی	قطب المحققین علامه شیرازی	۶۰ مثقال صیرفی
رطل مدنی		۹۷ ۱/۲ مثقال صیرفی
من نزد اطبا		۱۳۰ مثقال صیرفی
من علامه حلی		۱۲۰ مثقال صیرفی
وقیه اطبا		۵ ۵/۱۴ مثقال صیرفی
وقیه علامه		۵ مثقال صیرفی
مد مشهور		۱۴۶ ۱/۴ مثقال صیرفی
مد علامه حلی		۱۴۴ ۹/۱۴ مثقال صیرفی

صاع مشهور بر مشهور	۵۸۵	مثقال صیرفی
صاع مشهور علامه	۵۷۸	مثقال صیرفی
صاع	۱۰۵۰	مثقال صیرفی
کر فقها = ۴۲ ۷/۸ شبر کعب =	۱۲۱ ۷/۸	من تبریز
کر نزد سید مرتضی	۱۸۲ ۱۳/۱۶	من تبریز
وسق مشهور	۵۴ ۲۷/۳۲	من تبریز
وسق علامه	۵۴، ۲۴	من تبریز
اول نصاب غلات بر مشهور	۲۷۴ ۷/۳۲	من تبریز
اول نصاب غلات نزد علامه	۲۷ ۱،۲	من تبریز
طسوج مثقال شرعی	۲	گندم
طسوج مثقال صیرفی	۴	گندم
طسوج درهم شرعی	۲	گندم
قیراط فقها	۳ ۳/۷	گندم
قیراط طب	۴	گندم
دانق مطلق	۸	گندم
دانق مثقال شرعی (۱/۶ مثقال شرعی)	۱ ۳/۲۰	گندم
دانق مثقال صیرفی	۱۶	گندم
درهم شاهی	۳ ۱/۵	مثقال صیرفی
اول نصاب طلا	۴ ۲/۷	مثقال صیرفی
اول نصاب نقره	۱۰۵	مثقال صیرفی

جدول تحویل مقیاسهای انگلیس به مقیاسهای جدید فرانسه

تنبیه جمیع مقیاسهای انگلیس و دول متحده امریکا مشترکند جز مقیاس نقدی که در آخر ذکر میکنیم

مقیاسهای طول

اینچ که ابهام باشد ($\frac{1}{36}$ یرد)		۲،۵۳۹۹۵۴	سنتیمتر
فوت که پا باشد ($\frac{1}{3}$ یرد)		۳؛۰۴۱۹۴۴۹	متر
یرد امپریال		۰۹۱۴۳۸۳۴۸	متر
فاتم (۲ یرد)		۱۸۲؛۷۶۶۹۰	متر
پل که نی باشد ($5\frac{1}{2}$ یرد)		۵،۰۲۹۱۱	متر
فورلنگ (۲۲۰ یرد)		۲۰۱،۱۶۴۳۷	متر
میل (۱۷۶۰ یرد)		۱۶۰۹،۳۱۴۹	متر
میل دریائی		۱۸۵۲	متر
لیو دریائی (۳ میل)		۵۵۵۶	متر
نل ($\frac{1}{16}$ یرد)	مقیاس قماش	۰،۰۵۷۱۷۷	دسیمتر
کوارتر ($\frac{1}{4}$ یرد)	مقیاس قماش	۰،۲۲۸۵۹۵	دسیمتر

در مقیاسهای سطح

یرد مربع	۰،۸۳۶۱۹۷	متر مربع
رود (پل مربع)	۲۵،۲۹۱۴۳۹	متر مربع
رود (۱۲۱۰ یرد مربع)	۱۰،۱۱۶۷۲۵	آر
اکر (۴۸۴۰ یرد مربع)	۰۴۰۴۶۷۱۰	هکتار

در کیال

پینت (۱/۸ گالن)	۰٫۵۶۷۹۳۲	لیتر
کوارت (۱/۴ گالن)	۱٫۱۳۵۸۶۴	لیتر
پوتل (۱/۲ گالن)	۲٫۲۷۱۷۲۸	لیتر
گالون امپریال	۴٫۵۴۳۴۵۷۹۷	لیتر
پک (۲ گالن)	۹٫۰۸۶۹۱۵۹۰	لیتر
بوشل (۸ گالون)	۳۶٫۳۴۷۶۶۴	لیتر
ساک (۳ بوشل) (مقیاس غلات)	۱٫۰۹۰۴۳	هکتولیتر
کوارتر (۸ بوشل)	۲٫۹۰۷۸۱۳	هکتولیتر
لوارد (۵ کوارتر)	۱۱٫۵۳۹۰۲	هکتولیتر
شالدرن (۱۲ ساک)	۱۳٫۰۸۵۱۶	هکتولیتر

در مقابل اوزان [illegible]

گندم (۱/۲۴ پنی وایت)	۰٫۰۶۴۷۹۸	گرم
پنی (۱/۲۰ اونس)	۱٫۵۵۵۱۷۰	گرم
اونس (۱/۱۲ لیبره تروا)	۳۱٫۱۰۳۱۰۱	گرم
لیبره تروا امپریال (۵۷۶۰ گندم)	۳۷۳٫۲۴۸۳۹۰	گرم

[illegible]

درم و اونس و لیور آوار دو پوا که در انگلستان عامه استعمال کنند

درم (1/16 اونس) ۱٫۷۷۲ گرم

اونس (1/16 لیور) ۲۸٫۳۴۹ گرم

پوند یا لیور آوار دو پوا امپریال (۷۰۰۰ گرین) ۴۵۳٫۵۵۸ گرم

استون (۱۴ پوند) ۶٫۳۴۹۰ کیلوگرم

کوارتر (۲۸ پوند) ۱۲٫۶۹۸ کیلوگرم

هندردویت یا کنتال (۱۱۲ لیور) ۵۰٫۸۰ کیلوگرم

تن (۲۰ کنتال) ۱۰۱۶٫۰۴ کیلوگرم

زر و پول دولت انگلیس

نوع فلز	اسامی پولها	وزن دولتی	عیار دولتی	قدر پول
طلا	گینه معادل ۲۱ شیلینگ	۸٫۳۸۰ گرم	۰٫۹۱۷	۲۶٫۴۷
	نصف گینه	۴٫۱۹۰	۰٫۹۱۷	۱۳٫۲۳۵
	ربع گینه	۲٫۰۹۵	۰٫۹۱۷	۶٫۶۱۷۵
	ثلث گینه یا ...	۲٫۷۹۳	۰٫۹۱۷	۸٫۸۲۳۳
	سلطان معادل ۲۰ شیلینگ (۱۲۳۳ هجری)	۷٫۹۸۱	۰٫۹۱۷	۲۵٫۲۱
نقره	کرون یا اکلیل معادل ۵ شیلینگ قدیم	۳۰٫۰۷۴	۰٫۹۲۵	۶٫۱۶
	شیلینگ قدیم	۶٫۰۱۵	۰٫۹۲۵	۱٫۲۴
	کرون یا اکلیل پس از سال ۱۲۳۳	۲۸٫۲۵۱	۰٫۹۲۵	۵٫۸۱
	شیلینگ پس از سال ۱۲۳۳	۵٫۶۵۰	۰٫۹۲۵	۱٫۱۶

ذکر انواع پولهای رایج دول مجتمعه امریکا

نوع فلز	اسامی پولها	وزن در گرم	عیار در هزار	قدر بفرانک
طلا	پول ۲۰ دلار که گرکس مضاعف نیز گویند (۱۲۶۵ هجری)	۳۳٫۴۳۵	۰٫۹۰۰	۱۰۳٫۶۲
	پول ۱۰ دلار یا گرکس (۱۲۵۳)	۱۶٫۷۱۷	〃	۵۱٫۸۲
	۵ دلار یا نیم گرکس	۸٫۳۵۸	〃	۲۵٫۹۱
	۲ ½ دلار یا ربع گرکس	۴٫۱۷۹	〃	۱۲٫۹۵
	یک دلار	۱٫۶۷۱	〃	۵٫۱۸
نقره	دولار	۲۶٫۷۲۹	〃	۵٫۳۴
	نصف دولار	۱۳٫۳۶۴	〃	۲٫۶۷
	ربع دولار	۶٫۶۸۲	〃	۱٫۳۳
	وان دایم (۱۰ دایم)	۲٫۶۷۲	〃	۰٫۵۳
	هالف دایم (½ دیم)	۱٫۳۳۶	〃	۰٫۲۶

ذکر تحویل مقیاسهای نمسه (منسوب بوین که تخت پایتخت آنجا) بمقیاسهای فرانسه

اوّل مقیاسهای طول

خط (۱/۱۲ ابهام)	۰٫۲۱۹۴	سانتیمتر
ابهام (۱/۱۰ ورتل)	۰٫۲۶۳۳	دسیمتر
پای وین	۰٫۳۱۶۱	متر
توازد (۶ پا)	۱٫۸۹۶۶	متر
اونه وین	۰٫۷۷۹۲	متر
میل نمسه (۴۰۰۰ توازد)	۷۵۸۶	متر

دوم مقیاسهای سطح

آرپان یا یُشش یعنی جریب (و آن مربعی است که ضلعش ۴۰ توازد باشد) ۵۷٫۵۵ آر

سیوم کیال

سیتیل (۱/۴ ماس و آن مقیاس مایعات است)	۰,۳۵۴	لیتر
ماس (۱/۱۰ ویرتل)	۱,۴۱۵	لیتر
ویرتل (۱/۴ ایمر)	۱۴,۱۵	لیتر
ایمر	۵۶,۶	لیتر
فودر (۳۲ ایمر)	۱۸۱۱,۲	لیتر
بکر (۱/۴ فودرنایل و آن مقیاس اجسام جامده است)	۰,۲۱۸	لیتر
فودرنایل (۱/۲ موت نایل)	۱,۶۷۲	لیتر
موت نایل (۱/۲ آتشیل)	۳,۳۴۴	لیتر
آتشیل (۱/۲ ویرتل)	۷,۶۳۸۷	لیتر
ویرتل (۱/۴ میتس)	۱۵,۳۷۵	لیتر
میتس	۶۱,۵	لیتر
موت (۳۰ میتس)	۱۸۴۵	لیتر

چهارم مقیاس اوزان

پفنگ (۱/۴ کنتن)	۱,۰۹۴	گرم
کنتن (۱/۴ لت)	۴,۵۷۳	گرم
لت (۱/۴ انس)	۱۷,۵	گرم
انس (۱/۸ پوند)	۷۰	گرم
پوند وین	۵۶۰	گرم

نقود نمسه

نوع فلز	اسامی پولها	وزن دولتی	عیار دولتی	قدر تومان
	دوکاء امپراطور	۳٫۴۹۰ گرم	۰٫۹۸۶	۱۱٫۸۵
طلا	دوکاء هونگری	۳٫۴۹۱	۰٫۹۸۴	۱۱٫۹۱
	سلطان	۵٫۵۶۷	۰٫۹۱۷	۱۷٫۵۸
	نصف سلطان	۲٫۷۸۳	۰٫۹۱۷	۸٫۷۹
	اکوتا دیلر قراردادی سال ۱۱۶۶	۲۸٫۰۶۴	۰٫۹۱۷	۵٫۱۹
	نیم دیلر با فلورن	۱۴٫۵۳۲	۰٫۸۳۳	۲٫۶۰
نقره	۲۰ کرتزر	۶٫۶۳۹	۰٫۵۸۱	۰٫۸۶
	۲۰ کرتزر	۳٫۸۹۳	۰٫۵۰۰	۰٫۴۳

ذکر عموی کل مقیاسهای روس دکه زنیاده ۳۱ ، مجموع نقوش فرانسه بمقیاسها جلد

اول مقیاسهای طول

ابهام ($\frac{1}{12}$ پا)	۰٫۰۲۶۱۵۴۶ دسیمتر
پای رن که پای لندن نیز گویند	۰٫۳۱۳۸۵۶ متر
توار (۶ پا)	۱٫۸۸۳۱۲۱۶ متر
روت (۱۰ بطول ۱۲ پا)	۳٫۷۶۶۲۴۳۲ متر
توار نقاشان (۶ پا ۸ ابهام)	۲٫۰۹۲۳۵۷۳ متر
اونه (۲۵٫۵ ابهام)	۰٫۶۶۶۹۳۸ متر
میل (۴۰۰۰ ت)	۷۵۳۲٫۴۹ متر

دوم مقیاس سطح

ارپان که مرزان نیز گویند (یعنی جرب و آن بقدر ۱۸۰ نی مربع است) ۲۵،۵۲ آر

سوم پیمایل

	۱،۱۴۸ لیتر
ورتل (یعنی مربع)	۳،۴۴۵ لیتر
میتس (۳ ورتل)	۵۱،۹۶۰ لیتر
شفل (۴ امیتس)	۲۱۹،۸۳۰ لیتر
تنو (یعنی چلیک ۲ شفل)	۱،۱۴۵ لیتر
هتس ($\frac{1}{38}$ انکر)	۲۴،۳۵ لیتر
انکر ($\frac{1}{4}$ ایمر)	۳۸،۷ لیتر
ایمر (مقیاس مایعات)	۱۳۷،۴ لیتر
اهم (۴ ایمر)	۲۰۶،۱ لیتر
اکزلف (۳ ایمر)	۱۲۹،۷۶ لیتر
چلیک مایعات (۳۱/۲ میتس و نیم)	

چهارم اوزان

کنتن ($\frac{1}{4}$ نت)	۳۶۵۳۵۹ گرم
نت ($\frac{1}{32}$ لیور)	۱۴،۶۱۴۳۱ گرم
مار ($\frac{1}{2}$ لیور)	۲۳۳،۸۳ گرم
لیور کلنی	۲۶۷،۶۶ گرم
کنتال (۱۰۰ لیور)	۴۶،۷۶۶ کیلوگرم
لاست بحری (۴۰۰۰ لیور)	۱۸۷۰،۶۴ کیلوگرم

نقود				
نوع فلزات	اسامی پولها	وزن دولتی	عیار دولتی	قدر پول
طلا	دوکا	٣,٤٩٠	٠,٩٨٦	١١,٨٥
	فردریک	٦,٦٨٢	٠,٩٠٣	٢٠,٧٨
	نیم فردریک	٣,٣٤١	٠,٩٠٣	١٠,٣٩
نقره	ریشدال یا تالر (معادل ٣٠ سیلبرگرش از ١٢٤٩)	٢٢,٢٧٢	٠,٧٥٠	٣,٧١
	پول ٥ سیلبرگرش	٣,٧١٢	٠,٧٥٠	٠,٦١
	سیلبرگرش (قیمت اصلی)	٢,١٩٤	٠,٢٨٢	٠,١١

در اصول خواص نسب و تناسبات

نسبت بر دو قسم است عددی و هندسی نسبت عددی میان دو عدد فضل عدد اول است بر دوم مثلاً نسبت ٧ به ٥ دو است و باین صورت نوشته شود ٧٠٥ در هر نسبت عددی خواص ذیل محقق است اولاً اگر بر مقدم نسبت عددی بیفزائیم یا عددی از آن بکاهیم نسبت معروض بهمان قدر بزرگ یا کوچک میشود و اگر این عمل را در تالی نسبت نمائیم حکم بعکس مذکور است ثانیاً اگر بر هر دو جزو نسبت عددی بیفزائیم یا از هر دو عددی بکاهیم نسبت تغیر نکند

اما تناسب از تساوی دو نسبت عددی یک تناسب عددی ترکیب میشود مثلاً ١١٠٩ = ٧٠٥ در هر تناسب عددی خواص ذیل محقق است اولاً اگر وسطین را بجای همدیگر قرار دهیم تناسب تغیر نکند ٥٠٩ = ١١٠٧ ثانیاً اگر موضع طرفین را تغییر دهیم تناسب تغیر نکند ٩٠٥ = ١١٠٧ ثالثاً اگر بر تمام اجزای تناسب عددی بیفزائیم یا از همه عددی بکاهیم تناسب

تغییر نکند و در افزایش چنین میشود ۳+۹ . ۳+۱۱ = ۳+۵ . ۳+۷ یا
۱۲ . ۱۴ = ۸ . ۱۰ و در نقصان ۳-۹ . ۳-۱۱ = ۳-۵ . ۳-۷

یا ۶ . ۸ = ۲ . ۴

در اینجا حاصل جمع طرفین مساویست با حاصل جمع وسطین ۵+۱۱ = ۹+۷ حاصلاً
یکی از طرفین مساوی است با مجموع وسطین منهای طرف دیگر و یکی از وسطین مساویست با مجموع
طرفین منهای وسط دیگر و دلیل این احکام باندک تأمل واضح شود

اما نسبت هندسی تفصیلش در اصل کتاب ذکر شده تکرار لازم نیست

اما تناسب هندسی از ترکیب دو نسبت هندسی یک تناسب حاصل شود

مثال ۱۲:۳ = ۲۰:۵ یا بصورت ۱۲/۳ = ۲۰/۵ و چنین میخوانیم نسبت ۱۲ به ۳
مثل ۲۰ است به ۵ یا آنکه ۱۲ تقسیم بر ۳ مساویست با ۲۰ تقسیم بر ۵

در جمله اول و چهارم تناسب را طرفین گوئیم و دوم و سوم را وسطین

و حال مشغول میشویم بذکر اصول خواص تناسبات و چهار جمله تناسب را باین حروف نمائیم
ب و ج و ه و د وگوئیم

قضیه ۱ در هر تناسب هندسی حاصل ضرب طرفین مساوی است با حاصل ضرب وسطین
از تساوی ب/ج = ه/د این تساوی استخراج شود ج × ه = د × ب زیرا که
چون دو نسبت مفروض را بیک مخرج تحویل کنیم چنین میشود (ج × ه)/(د × ج) = (د × ب)/(ج × د)
و بعد از حذف مخرج مشترک چنین ج × ه = د × ب
و بالعکس از تساوی ج × ه = د × ب این تناسب نتیجه میشود ه/د = ب/ج
زیرا که چون هر دو جمله را بر د × ج قسمت کنیم همان تناسب بدست آید
قضیه ۲ در هر تناسب چون هر دو نسبت را معکوس کنیم تناسبی دیگر بدست آید

دراکم

زیرا که چون واحد بر طرفین قسمت کنیم چنین میشود $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ یا $\frac{ب}{ا} = \frac{د}{ح}$

قضیه دو هم تناسب چون مخرج هر نسبت را بر صورتش اضافه کنیم یا از صورت بکاهیم تناسب دیگر حاصل میشود و این دو عمل را ترکیب و تفصیل تناسب گوئیم زیرا که از روی این تناسب $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ معلوم است که $1 \pm \frac{ا}{ب} = 1 \pm \frac{ح}{د}$ و بعد از تجنیس $\frac{ا \pm ب}{ب} = \frac{ح \pm د}{د}$

قضیه دو هم تناسب چون موضع وسطین را تبدیل نمائیم تناسب دیگر حاصل میشود زیرا که چون هر دو جزو این تساوی را $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ ضرب کنیم در $\frac{ب}{ح}$ چنین میشود $\frac{ا}{ح} = \frac{ب}{د}$

قضیه دو هم تناسب چون موضع طرفین را تبدیل نمائیم تناسب دیگر حاصل میشود زیرا که چون هر دو جزو این تساوی را $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ ضرب کنیم در $\frac{د}{ا}$ چنین شود $\frac{د}{ب} = \frac{ح}{ا}$

قضیه چون مجموع یا تفاضل دو صورت تناسب را قسمت کنیم بر مجموع یا بر تفاضل دو مخرج نسبت جدید مساوی میشود با یکی از دو نسبت مفروض مثلاً در این تناسب $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ چنین میشود $\frac{ا}{ب} = \frac{ا \pm ح}{ب \pm د}$

دلیل این حکم در باب ششم ذکر شد

چون اجزای چند تناسب را نظیر بنظیر در هم ضرب کنیم تناسبی دیگر نتیجه میشود وچون اجزای تناسبی را بر اجزا تناسب دیگر نظیر بنظیر قسمت کنیم تناسب دیگر نتیجه میشود تناسبات را بنویسید و عمل ضرب و قسمت را مجری دارید تا دلیل واضح شود

قضیه چون جمیع اجزا تناسب را بیک قوت رسانیم تناسب دیگر حاصل میشود مثلاً در این تناسب $\frac{ا}{ب} = \frac{ح}{د}$ چنین نتیجه میشود $\frac{ا^{٤}}{ب^{٤}} = \frac{ح^{٤}}{د^{٤}}$

قضیه چون از جمیع اجزا تناسب یک ضلع اول استخراج کنیم تناسب دیگر حاصل میشود

مثلاً در این تناسب د/ه = ب/ح چنین نتیجه میشود ∜د/∜ه = ∜ب/∜ح

تناسباتیکه تا اینجا ذکر شد بیشتر معروفند بار بعه متناسبه تناسب آنست که حال ذکر میشود

در خواص تناسبات و انهار القاعد نیز گوئیم

در تناسب عددی که وآنرا تفریقی نیز گویند وآن سلسله ایست از اعداد که هر جمله اش مساوی باشد بجمله مقدم باضافه یا منهای عددی مشخص که قدر نسبت گوئیم

تناسب عددی را باینصورت نویسیم .... ۱۶ . ۱۳ . ۱۰ . ۷ ÷ و چنین تلفظ کنیم نسبت ۷ به ۱۰ به ۱۳ به ۱۶ است وغیره

تناسب را زاید و صاعد گوئیم هرگاه جملهایش بهمه ترتیب ترقی کنند و ناقص و هابط گوئیم هرگاه تنزل کنند و قدر نسبت چنانچه ذکر شد عبارت از تفاضل دو جمله متوالیست

قضیه در هر تناسب عددی زاید مقدار هر جمله از سلسله مساوی است با جمله اول باضافه حاصل ضرب قدر نسبت در عدد جملهائی که مقدم شده اند بر آن جمله

مثلاً این تناسب عددی را ل .... و . ه . د . ح . ب ÷ زاید فرض میکنیم و ق را قدر نسبتش و ع را عدد جملها از ب تا ل پس موافق تعریف

جمله دوم ح = ب + ق

جمله سوم د = ح + ق = ب + ق + ق = ب + ۲ق

جمله چهارم ه = د + ق = ب + ۲ق + ق = ب + ۳ق

جمله پنجم و = ه + ق = ب + ۳ق + ق = ب + ۴ق

وهکذا در سایر جملها

چون حکم مذکور بهر جمله تعلق میگیرد و کلی است و قبل از جمله ل که جمله ع ام باشد ع - ۱ جمله واقعست

پس میتوان حکم را بصورت دستور نوشت از اینقرار

ف (ع-۱) + ب = ل (۱)

مثال میخواهیم جمله صدم این تناسب را معلوم کنیم ÷ ۷ . ۱۰ . ۱۳ .....

ب = ۷ ف = ۳ ع = ۱۰۰ ع-۱ = ۹۹

موافق دستور جمله صدم ل چنین میشود ل = ۳ × ۹۹ + ۷ = ۲۹۷ + ۷ = ۳۰۴

هرگاه تناسب نقص شود ب - ف = ح ، ب - ۲ف = ط وغیره

و در آخر ب - ف (ع-۱) = ل

قضیه در هر تناسب عددی حاصل جمع هر دو جمله که بیک فاصله باشند از طرفین مساوی است بحاصل جمع طرفین

مثلا در این تناسب ل . ك . ی . ط . ح . ز . و . ه . د . ج . ب ÷

ف قدر نسبت است و دو جمله ه و ط متساوی البعد اند از طرفین و هر کدام سه جمله در کنار دارند پس گوئیم ل + ب = ط + ه

زیرا که موافق دستور (۱)

ه = ب + ۳ف

ل = ۳ف + ط

۳ف + ل + ب = ۳ف + ط + ه

و حاصل ل + ب = ط + ه فهو المطلوب

حساب تعیین حاصل جمع جملهها تناسب عددی فرض میکنیم این تناسب را

ل . ك . ی . ط . ح . ز . و . ه . د . ج . ب ÷

که قدر نسبتش ف فرض شده و عدد جملهایش ع و حاصل جمع جملهها ج

پس این دو تساوی را نمینویسیم

ل + ك + ی + ط + ح + ز + و + ه + د + ج + ب = مج

ب + ج + د + ه + و + ز + ح + ط + ی + ك + ل = مج

و چون هر دو جمله مقابل را جدا جدا جمع کنیم چنین میشود

مج ۲ = (ل + ب) + (ك + ج) + (ی + د) + ... + (ج + ك) + (ب + ل)

و موافق قضیهٔ سابق هر کدام از جملهای واقع در علامت جامعه مساویست با مجموع طرفین و عدد این علامات برابر عدد جملهای تناسب است پس ع × (ل + ب) = مج ۲ و خلاصه

(۲) = ع × (ل + ب) / ۲ = مج

در هر تناسب که ب و ل و ع معلوم باشند میتوان از روی این دستور حاصل جمع جملهایش را بدست آورد

مثال میخواهیم حاصل جمع ۱۰۰ جملهٔ اول این تناسب را ۰۰۰۰ ۱۳ ۰ ۱۰ ۰ ۷ ÷ معلوم کنیم

چون جملهٔ صدم ل معلوم نیست از روی دستور (۱) مقدارش را مشخص کنیم و سابق مشخص شده ۳۰۴ است و ۷ = ب و ۱۰۰ = ع پس موافق دستور (۲)

$$\text{مج} = \frac{(۷ + ۳۰۴)\,۱۰۰}{۲} = ۳۱۱ \times ۵۰ = ۱۵۵۵۰$$

در این مثال با آنکه قدر نسبت ة معلوم بود لابد شدیم جملهٔ ل را معین کنیم ولی در چنین حالات دستور (۲) را اندکی تغییر میدهیم و عوض ل مقدارش را که در دستور (۱) معلوم کرده بودیم این بود ة (۱ − ع) + ب قرار میدهیم و بنابراین

(۳) مج = [ة (۱ − ع) + ۲ ب] ع / ۲

تنبیه هر تناسب صاحب پنج جملهٔ اصلی است ب و ل و ع و ة و مج هرگاه سه جمله از این پنج جمله معلوم باشد میتوان از روی دو دستور (۱) و (۲) سه جملهٔ دیگر را آشکار نمود

مثلا هرگاه جمله ب و ل و ع معلوم باشد میتوان از وی دستور (۱) مقدار ف را بدست آورد زیرا که اول چنین می‌نویسیم ف(۱ − ع) = ب − ل

و بعد چنین

ف = (ب − ل) / (ع − ۱)

نتیجه میخواهیم مابین دو جمله ب و ل معین الفدر م واسطه هندسی درج کنیم بر وجهی که تناسبی ترکیب شود جمله اولش ب باشد و جمله آخر ل

و عدد جملها ۲ + م

در حل این مسئله شاخص قدر نسبت کافی است پس دستور (۱) را استعمال کنیم و گوییم عدد جملها ۲ + م است پس ۲ + م = ع و ۱ + م = ۱ − ع پس ف(۱ + م) = ب − ل

و ف(۱ + م) = ب − ل و بالجمله ف = (ب − ل) / (م + ۱)

مثال میخواهیم ۹۸ جمله واسطه عددی مابین ۷ و ۳۰۴ درج کنیم (مقدار ف مساوی میشود با ۳)

در تناسب هندسی و آن سلسله ایست از اعداد که هر جمله اش مساوی باشد بحاصل ضرب جمله ماقبل و عددی مشخص که قدر نسبت گوییم

و بحسب اگر قدر نسبت بزرگتر از واحد باشد تناسب زاید میشود یا ناقص

تناسب هندسی باین صورت نوشته شود ∵ ۴ : ۱۲ : ۳۶ : ۱۰۸ : ‥ و چنین خوانده شود نسبت ۴ به ۱۲ مثل ۱۲ است به ۳۶ مثل ۳۶ است به ۱۰۸ و غیره در این مثال قدر نسبت ۳ است

و هر جمله را بر ماقبل خود قسمت کنیم آن نسبت بدست میآید

قضیه در هر تناسب هندسی هر جمله مساوی با حاصل ضرب جمله اول در قوه از قدر نسبت که درجه اش برابر عدد جملهای ماقبل جمله مفروض باشد

مثال در این تناسب ل : ... : ه : م : ح : ب ∺ قدر نسبت را ع فرض میکنیم و عدد
تمامی جمله ها را ع پس موافق تعریف

ح = ب × ع   جملهٔ دوم

م = ح × ع = ب × ع × ع = ب × ع^۲   جملهٔ سوم

ه = م × ع = ب × ع^۲ × ع = ب × ع^۳   جملهٔ چهارم

و = ه × ع = ب × ع^۳ × ع = ب × ع^۴   جملهٔ پنجم

وهکذا در سایر جملها

وچون حکم جمیع جملها تعلق گرفت کلی است و دستورش را چنین مینویسیم

ل = ب × ع^(ع-۱)   (۱)

در تعیین حاصل جمع جملهای تناسب هندسی باز این تناسب را فرض میکنیم

ل : . . . . . . : و : ه : م : ح : ب ∺

بنا بر تعریف ب × ع = ح و ح × ع = م و م × ع = ه ... و ... × ع = ل

وچون این تساوی ها را جزو بجزو جمع کنیم در حاصل جمع اول تمام جملهای تناسب معروف
مندرج میشود غیر جملهٔ اول ب یعنی چنین میشود مج - ب و حاصل جمع دوم مرکب میشود
از حاصل ضربهای جمیع جملهای تناسب در ع غیر از حاصل ضربی که از جملهٔ اخیر ل نتیجه
میشود یعنی چنین میشود ع × (مج - ل) بنابراین تساوی حاصل جمع چنین میشود

مج - ب = ع × (مج - ل) = ع × مج - ع ل وبعد از آن

ع ل - ب = ع × مج - مج یا آنکه (ع - ۱) مج = ع ل - ب

وخلاصه   مج = (ع ل - ب) / (ع - ۱)   (۲)

میتوان در این دستور عوض ل معادلش را از روی دستور (۱) قرار داد

و انوقت چنین میشود

$$مج = \frac{ب \times ح^{ع} - ب}{ح-١} = \frac{ب(ح^{ع}-١)}{ح-١} = \frac{ح^{ع}\,ب}{ح-١}\;\frac{ب}{ح-١} \quad (٢\ \text{مکرر})$$

در این مثال مقدار ح را بزرگتر از واحد فرض نمودیم اگر چنین نباشد عوض آنکه مج از ح × مج تفریق کنیم و ب را از ح × ل بخلاف آن رفتار کنیم زیرا که در اینصورت ح × مج کوچکتر است از مج و ح ل کوچکتر از ب پس بعد از نوشتن تساوی $ح \times ل - ح \times مج = ب - مج$ این تساوی نتیجه میشود $ح \times ل - ب = ح \times مج - مج$ با این تساوی $ح \times ل - ب = (ح-١)\,مج$

یعنی $مج = \frac{ح\,ل - ب}{١-ح}$ یا $مج = \frac{ح^{ع}\,ب - ب}{١-ح}$

و چون حاصل ضرب کسر در کسر کوچکتر میشود از هر دو عامل خود بنابراین تواليه ا > ح در تناقص باشد ابدا و سرش این است که هرگاه ع بنهایت بزرگ شود و ترقی کند ح^ع بنهایت تنزل میکند و کوچک میشود و حدش صفر است پس اگر تناسب ناقصی فرض کنیم که سلسله عدد ع هر دو بنهایت باشند مد $ح^{ع}$ و $ح^{ع}$ ب هر دو صفر میشوند و آنوقت حاصل جمع جملهای چنین تناسب از روی این دستور معلوم شود

$$مج = \frac{ب}{١-ح} \qquad (٣)$$

مثال میخواهیم حاصل جمع جملهای این تناسب را ... ۴ : ۰٫۴ : ۰٫۰۴ : ۰٫۰۰۴ ... معلوم کنیم قدر نسبت ح اینجا ۰٫۱ و موافق دستور (۳) چنین میشود

$$مج = \frac{۴}{١-٠٫١} = \frac{۴}{٠٫٩} = \frac{۴٠}{٩}$$

ذکر چند مسئله که نزد متقدمین معروف بود

در استخراج عدد تام یعنی عددیکه مساوی باشد با مجموع اجزای خود

قاعده در سلسله تضاعیف ۲ عددی اختیار کنید که چون واحد از او تفریق نمائیم

باقی مانده عدد اول باشد پس این عدد اول را در نصف آن عدد ضرب کنند حاصل
عدد تام مطلوب است مثال ۴ را چون واحد از او تفریق کنیم باقی ۳ اول است
پس آن را در نصف ۴ ضرب نمودیم حاصل ۶ عدد تام است و همچنین ۸ بعد از وضع
واحد باقی ۷ اول است ضربش کردیم در ۴ حاصل ۲۸ عدد تام است و اما ۱۶
بعد از وضع واحد باقی ۱۵ عدد اول نیست پس مناسبت ندارد

در استخراج دو عدد متحابه یعنی دو عدد که مجموع اجزای هر کدام مساوی عدد دیگر شود
تا ممکن است در سلسله تضاعیف ۲ عددی اختیار میکنیم که چون یکمرتبه در ۳/۲ ضرب کنیم
و مرتبه دیگر در ۳ و بعبارت اخری با جمله سابق خود یکمرتبه جمع کنیم و با ثلثش مرتبه دیگر از
هر دو حاصل واحد موضوع کنیم دو باقی مانده عدد فرد اول شوند پس آن دو فرد اول را
در هم ضرب میکنیم و حاصل را فرد سوم گوئیم آنوقت اگر مجموع سه فرد مذکور عدد فرد اول
باشد حاصل ضرب آن عدد مختار در فرد سوم اقل دو عدد متحابه است و در مجموع افراد
سه گانه اکثر آن دو عدد است

مثال در سلسله تضاعیف ۲ عدد ۴ را مناسب فهمیدیم و حاصل ضربش در ۳/۲ و در ۳
این است ۶ و ۱۲ و بعد از وضع واحد دو باقی ۵ است و ۱۱ و هر دو فرد اولند
پس حاصل ضرب آنها ۵۵ است و آن فرد سوم است و مجموع افراد ۷۱ باشد و آن
فرد اول است پس حاصل ضرب ۴ در ۵۵ = ۲۲۰ اقل دو عدد متحابه است
و در مجموع افراد مساوی ۲۸۴ اکثر آن دو عدد است

و اگر مجموع سه فرد خود فرد اول نباشد شرط ناقص است چنانچه در ۸
وجه دیگر که از وجه مذکور استنباط شود در سلسله تضاعیف ۲ دو عدد متوالی اختیار
کنند که چون از هر کدام واحد موضوع شود دو باقی مانده فرد اول شوند پس آن دو را

و در هم ضرب کنند حاصل فرد سوم باشد آنوقت اگر مجموع اینها را در سه گانه فرد اول
باشد ثلث عدد بزرگتر از آنها و محفوظ را در فرد سوم ضرب کنند حاصل اقل دو عدد
متحابه است و همان را در مجموع دو فرد اول ضرب کنند و حاصل را با آن اقل نیز آید
مجموع عدد اکثر باشد

مثال ۱۹۲ و ۳۸۴ دو عدد متوالی باشند از سلسله تضاعیف ۴ که هیچ نسبت دارند
و بعد از وضع واحد از هر کدام دو فرد باقی مانده ۱۹۱ است و ۳۸۳ و هر دو اول‌اند
و حاصل ضرب آنها = ۷۳۱۵۳ فرد سوم باشد و مجموع افراد سه گانه ۷۳۷۲۷
فرد اول است پس ثلث اکثر آن یعنی ۱۲۸ را در فرد سوم ضرب کردیم حاصل
۹۳۶۳۵۸۴ اقل دو عدد متحابه شد و حاصل همان عدد در مجموع دو فرد اول یعنی
در ۵۷۶ = ۷۳۷۲۸ این عدد را بر حاصل سابق می‌افزائیم مجموع ۹۴۳۷۰۵۶
اکثر دو عدد متحابه است.

حساب عقد انامل یعنی طریق ضبط اعداد با انگشتان دست متقدمین از اوضاع
اصابع پنجگانه دست راست ۱۸ صورت ترتیب داده‌اند برای ضبط اعداد از ۱
تا ۹۹ و از اوضاع اصابع دست چپ مانند آن ترتیب داده‌اند برای ضبط اعداد
از صد تا نه هزار و وضعی قرار داده‌اند برای ده هزار و باین اوضاع ۳۷ گانه
از واحد تا ده هزار را با انگشتان حساب کنند پس خنصر و بنصر و وسطی که انگشت کوچک
و دو انگشت تالیش باشد از دست راست را برای عقد آحاد قرار داده‌اند از
واحد تا نه و همان انگشتان را از دست چپ برای عقد آحاد الوف قرار داده‌اند از هزار
تا نه هزار و سبابه و ابهام که انگشت شهادت و انگشت نر باشد از دست راست را
برای عقد عشرات قرار داده‌اند از ده تا نود و از دست چپ برای عقد مآت از صد

تا نه عقد تفصیلش این است که برای واحد خنصر را تنها خم کنید و برای ۲ بنصر را بر آن
ملحق کنید و برای ۳ وسطی را هم بر آن دو ملحق کنید بطوری که در شمار از ۱ تا ۴ میانه مردم رسم است
ولی در این عقود دو سر انگشتان را باید نزدیک اصول خود قرار داد و برای چهار خنصر را
تنها بلند کنید و دو انگشت دیگر معقود باشند و برای پنج بنصر را نیز بلند کنید و همان وسطی
تنها خم باشد و برای شش بنصر تنها را خم کنید و برای هفت خنصر تنها را بخوابانید و
برای هشت بنصر را هم بر آن ملحق کنید و برای نه وسطی را نیز بر آن ملحق کنید ولی در
این سه عقد باید انگشتان را بر کف منبسط نمود چنانچه روستائیان مایل باشند نسبت بشست
تا با سه عقد اول مشتبه نشوند

و برای ده راس ناخن سبابه را بر مفصل ابهام قرار دهید چنانچه دو انگشت حکم حلقه مدور
پیدا کنند و برای بیست ناخن ابهام را زیر عقده تحتانی سبابه قرار دهید بوضعی که گویا سر
ابهام واقع شده است مابین اصل سبابه و اصل ابهام و برای سی راس سبابه را بر طرف
ناخن ابهام قرار دهید بر وجهی که وضع سبابه و ابهام حکم قوس و وتر پیدا کنند و اگر
در این وضع ابهام انحنائی پیدا کند نقلی نیست و برای چهل باطن سر ابهام را پشت
عقده تحتانی سبابه قرار دهید بطوری که میانه آنها اصلا فرجه باقی نماند و برای پنجاه
سبابه را منتصب نمائید و ابهام را محاذی سبابه بر کف قرار دهید و برای شصت ناخن
ابهام را بباطن عقده دوم سبابه قرار دهید همان طور که تیراندازان میکنند و برای هفتاد
ابهام را منتصب نمائید و باطن سر سبابه یا عقده دومش را بر راس او قرار دهید
بطوری که تمام ناخن ابهام مکشوف باشد و برای هشتاد ابهام را منتصب قرار دهید
و طرف سبابه را به مفصل آن قرار دهید و برای نود راس ناخن سبابه
به مفصل عقده دوم ابهام قرار دهید و چون این اوضاع ۱۸ گانه را خوب آموختید

هر وضعی که در دست راست علامت عقد آحادی باشد همان وضع در دست چپ علامت همان عقد باشد از آحاد الوف و هر وضع که در دست راست علامت عقده عشراتی باشد در دست چپ علامت همان عقده است از مات پس این عقود ۳۶ کانه بتوانیم از واحد تا ۹۹۹۹ را ضبط کنیم و برای ده هزار طرف ابهام را بر طرف مسبحه قرار دهید بطوریکه دو ناخن آنها محاذی یکدیگر شود

تمام شد فروع حساب

بسم الله الرحمن الرحیم

خاتمه علم حساب

امور جبری از علم جبر و مقابله که بعبارت اخری اصول بسیار مختصری است از این علم

فایده علم جبر و مقابله مختصر نمودن عمومی ساختن مسائل متعلقه باعداد است و راه رسیدن باین مقصود اینست که اعداد را بحروف بنمائیم و اعمال را بعلامات اختصاریه

اختصار مسئله باینست که هر کدام از مجهولات را بحرفی بنمائیم و عمومی ساختن جواب اگر مسائل باینست که معلومات را نیز بحروف بنمائیم تا دستوری استخراج شود که از آن روی بدانیم چه اعمال باید در اعداد معلومه مجری داشت تا اعداد مطلوبه معین شوند چنانچه در خصوص مسئله نفع بعد از آنکه سرمایه را سه فرض نمودیم و نرخ منفعت را نه و مدت را مه و ربح کل را ح

این دستور نتیجه شد $\frac{سه \times نه \times مه}{۱۰۰} = ح$ و در ربح مرکب نیز این دستور را $سع = سه \cdot (۱ + نه)^{مه}$

و نظر باینکه بمحض رؤیت معلومات از مجهولات تشخیص داده شود رسم این شده که معلومات مسئله را بحروف اوایل ابجد بنمائیم و مجهولات را بحروف اواخر این حروف را

ب ج د ه و ز ح ط ی برای معلومات مخصوص نمودیم این حروف را

صه و ف ر ع د صه ر ه و م ر ل ر ک برای مجهولات و حرف الف را چون واحد محسوب میشود استعمال نکنیم و حروف منقوطه مثل ت و ث و خ و ق ف را نیز حتی الامکان استعمال نمائیم و معلومات را از ب ابتدا کنیم و مجهولات را از صه

علامات اختصاریه مستعمله در جبر و مقابله برای نمایش اعمال متعلقه باعداد قسمتی از آنها بعینه همانها باشند که در علم حساب استعمال نموده ایم مثل این علامات + − × : $\sqrt{\ }$ ، $\sqrt[3]{\ }$ ، $\sqrt[4]{\ }$ وغیره با درجه نما قوی

کسی که علم حساب را آموخته جمیع این علامات را میشناسد و در این صورت لازم نیست اصطلاحات ذیل را برای او شرح دهیم ح + ب و ح − ب و ح × ب یا ح . ب ح : ب یا $\frac{ح}{ب}$ و $ب^{2}$ ، $ب^{3}$ ، $ب^{4}$ .... $\sqrt{ب}$ ، $\sqrt[3]{ب}$ ، $\sqrt[4]{ب}$ وغیره ف + صه و ف − صه و در این اصطلاحات حروف ب و ح و صه و ف علامات اعداد معلومه و مجهوله هستند در جبر و مقابله مانند حساب اعمال را از یسار رابتدا میکنیم (رجوع کنید به شماره ۱۱)

در علم جبر و مقابله نظر باینکه حتی الامکان بشیوه اختصار رعایت میشود در ضرب حروف علامت استعمال نشود همان حروف را ردیف همدیگر نویسیم مثلا عوض ح × ب چنین نویسیم ح ب و عوض $\frac{م \times ن \times صه}{۱۰۰}$ = ح چنین $\frac{م ن صه}{۱۰۰}$ = ح

ضریب عددی است که قرار دهیم در یسار مقدار جبری بی واسطه علامتی و مقصود این است که آن مقدار ضرب شود در آن عدد مثال ح ب ۳ و ب $\frac{۳}{۷}$ عدد ۳ و $\frac{۳}{۷}$ ضریب ح ب و ب باشند

همچنین صورت را ح = ب مساوات گوئیم و چنین تلفظ کنیم ب مساوات با ح یا باختصار ب مساوی ح این صورت را ح < ب نامساوی گوئیم و تلفظ کنیم ب بزرگتر از ح همچنین این صورت را ح > ب و تلفظ کنیم ب کوچکتر از ح

در استعمال علامت جامعه هرگاه بخواهیم نمائیم که عملی تعلق دارد باجتماعی از مقادیر

جبریه یا عددیه که بواسطهٔ این علامات + ، - ، × و غیره بهدیگر مربوط شده باشند
آن اجزاء مرکب را ما بین این علامت ( ) قرار میدهیم و در همین با پارش نیز نهیم
عدد یا علامتی را که نمایش اجرای عمل باشد همچنانکه آن عدد یا علامت ها قرار دهیم.
در همین بسیار حرفی هزو

مثال اولاً میخواهیم از ب۷ تفریق کنیم این ترکیب را ء۲ + ح۳ - ب۵
پس چنین نویسیم (ء۲ + ح۳ - ب۵) - ب۷
ثانیاً میخواهیم این ترکیب را ۷ + ۲ - ۵ ضرب کنیم در ۴ چنین مینویسیم
۴ × (۷ + ۲ - ۵) و مکعب این ترکیب را ء۲ + ح۳ - ب۵ چنین نویسیم
(ء۲ + ح۳ - ب۵)۳

علماء حساب همین تعریفات کافی است چونکه مقصود ما شروع بعلم جبر و مقابله نیست بلکه همین قدر میخواهیم بنمائیم راه تسهیل حل بعضی مسائل رسمیه را بواسطهٔ حروف علامات و چند قاعده از محاسبات جبریه که بسیار ساده و منظم باشند

مسئلهٔ اول مجموع دو عدد ۸۵ است و تفاضلشان ۱۹ مطلوبست یافتن آن دو عدد است میگوئیم اگر عدد کوچکتر معلوم بود ۱۹ برا او اضافه میکردیم بزرگتر بدست می‌آمد
پس کوچکتر را ص فرض میکنیم
بزرگتر چنین میشود ۱۹ + ص

و چون این مجموع باید معادل ۸۵ شود چنین مینویسیم
۲ص + ۱۹ = ۸۵ (۱)
پس ۱۹ را از طرفین موضوع میکنیم تا ۲ص شود یا ۲ص = ۸۵ - ۱۹

وبعد از آنکه ۶۶ = ۲صه شد پس ۳۳ = $\frac{۶۶}{۲}$ = صه
عدد کوچکتر ۳۳ شد پس بزرگتر باشد ۱۹ + ۳۳ یعنی ۵۲
مسئلهٔ مفروض حل شد و تحقیق همین است که تفاضل دو عدد ۱۹ شود و مجموع آن ۸۵
حال ملاحظه کنید بچه پاکیزگی و چه آهسته جمیع شروط مسئله را نمودیم و باستعمال حرف صه
آن را حل کردیم

کل تنخواه چه مبلغیست

مبلغ مطلوب را صه فرض میکنیم و چنین تصور میکنیم که مقدارش معلوم است و میخواهیم بحساب مخارج رسیدگی نموده ببینیم درست مصرف شده یا خیر
مصرف اول این است $\frac{صه}{۳}$ و دوم $\frac{۲صه}{۵}$ و سوم $\frac{۳صه}{۲۰}$ و باقی ۱۴ تومان
و چون مجموع این مصارف باضافهٔ باقی باید برابر اصل مبلغ شود این صورت را بطور جبر و مقابله مینویسیم

$$صه = \frac{صه}{۳} + \frac{۲صه}{۵} + \frac{۳صه}{۲۰} + ۱۴ \quad (۱)$$

از روی این مساوی باید مقدار صه را بدست آورد و در آن نظر بمخارج کسرها قدری مرکب است
پس جمیع جملهای کسر و صحیح را بیک مخرج تحویل کنیم کوچکتر عددی که قابل قسمت شود بر ۳ و ۵ و ۲۰ این است ۶۰ = ۳ × ۲۰ و قاعده (۱۲۲) کتاب [illegible]
و در جملهای صحاح هر کدام را ضرب میکنیم در ۶۰ و قسمت میکنیم بر همین عدد و از این قرار

$$\frac{۶۰صه}{۶۰} = \frac{۲۰صه}{۶۰} + \frac{۲۴صه}{۶۰} + \frac{۹صه}{۶۰} + \frac{۸۴۰}{۶۰}$$

ف نمود و باین عمل ...

متساوی درعدد ۶۰ ضرب شده

صه ۶۰ = ۸۴۰ + صه ۹ + صه ۲۴ + صه ۲۰

حروف صه را جمع میکنیم چنین میشود صه ۶۰ = ۸۴۰ + صه ۵۳

حال صه ۵۳ را از طرفین وضع میکنیم چنین میشود صه ۷ = صه ۵۳ − صه ۶۰ = ۸۴۰

چون صه ۷ معادل شد با ۸۴۰ پس صه = $\frac{۸۴۰}{۷}$ = ۱۲۰

یعنی که در آن کیسه مبلغ ۱۲۰ تومان تنخواه بوده

امتحانش این است مصرف اول ۴۰ تومان = $\frac{۱۲۰}{۳}$ دوم ۴۸ تومان = $\frac{۲ \times ۱۲۰}{۵}$

وسوم ۱۸ = $\frac{۳ \times ۱۲۰}{۲۰}$ مجموع خرج ۱۰۶ تومان وباقی در دست ۱۴ تومان

مسئله سوم میخواهیم مبلغ ۱۲۰۰ تومان را میان چهار نفر قسمت کنیم بنحوی که سهم دوم $\frac{۵}{۷}$ سهم اول شود باضافه ۴۰ تومان وسهم سوم $\frac{۷}{۸}$ سهم دوم شود منهای ۳۰ تومان وسهم چهارم سه برابر سهم سوم شود منهای ۴۰ تومان

اگر سهم شخص اول معلوم بود سایر سهام از روی شروط مسئله زود بدست می آید پس آنرا صه فرض کنیم وسه سهم دیگر را بطور جبری ترتیب دهیم

سهم اول صه

سهم دوم $\frac{۵}{۷}$ صه + ۴۰

سهم سوم = ($\frac{۵}{۷}$ صه + ۴۰) × $\frac{۷}{۸}$ − ۳۰ = $\frac{۳۵ \text{ صه}}{۵۶}$ + $\frac{۲۸۰}{۸}$ − ۳۰

= $\frac{۵ \text{ صه}}{۸}$ + ۳۵ − ۳۰ = $\frac{۵ \text{ صه}}{۸}$ + ۵

سهم چهارم = ($\frac{۵ \text{ صه}}{۸}$ + ۵) × ۳ − ۴۰ = $\frac{۱۵ \text{ صه}}{۸}$ + ۱۵ − ۴۰ = $\frac{۱۵ \text{ صه}}{۸}$ − ۲۵

مجموع چهار سهم باید برابر شود با ۱۲۰۰ تومان پس این معادله را بصورت جبری مینویسیم

صه + $\frac{۵}{۷}$ صه + ۴۰ + $\frac{۵ \text{ صه}}{۸}$ + ۵ + $\frac{۱۵ \text{ صه}}{۸}$ − ۲۵ = ۱۲۰۰ (۳)

از روی این مساوات مقدار صه معلوم شود واول اختصارات جزئیه را بعمل آوریم

۲۰ = ۲۵ − ۵ + ۴۰ ـ ۵صه/۲ = ۱۰صه/۸ = ۱۵صه/۸ + صه ۵/۸

بعد از این دو اختصار معادله چنین میشود

۱۲۰۰ = ۲۰ + ۵صه/۲ + صه ۵/۷ + صه

مساوات صاحب مخرج است باید کسور وصحاح را بیک مخرج تحویل نموده مانند مسئله سابق
و بعد از آن مخرج را حذف کرد مخرج مشترک ۱۴ است موافق قاعده ۱۲۲

۱۶۸۰۰/۱۴ − ۲۸۰/۱۴ + ۳۵صه/۱۴ + ۱۰صه/۱۴ + ۱۴صه/۱۴

وبنابراین ۱۶۸۰۰ = ۲۸۰ + ۳۵صه + ۱۰صه + ۱۴صه

و ظاهر است که در امثال این حالات نوشتن مخرج هیچ لازم نیست همین باید صورت جدید کسورها
نوشت وجملهای صحیح را ضرب کرد در مخرج مشترک

وحال جمع حروف صه را جمع میکنیم چنین میشود ۱۶۸۰۰ = ۲۸۰ + صه ۵۹
عدد ۲۸۰ را از طرفین حذف میکنیم تا صه ۵۹ منفرد بماند آنوقت

۱۶۵۲۰ = ۲۸۰ − ۱۶۸۰۰ = صه ۵۹

پس ۲۸۰ = ۱۶۵۲۰/۵۹ = صه

سهم شخص اول ۲۸۰ تومان شد و سهم دوم این است ۲۴۰ = ۴۰ + ۲۸۰×۵/۷ = ۴۰ + صه ۵/۷

وهمچنین سهم سوم این مبلغ میشود ۱۸۰ وسهم چهارم ۵۰۰ تومان

* خلاصه برخواننده ظاهر شد که مسائل سابقه را بچه نظم خوش واسلوب خوب حل نمودیم و قواعدیکه برای رسیدن بمقصود معمول داشتیم کلی هستند وحال باید این قواعد را توضیح کنیم

معادله عبارت از مساواتی است که صاحب یک مجهول باشند یا بیشتر وبخواهیم آن مجهولات را از روی همان معادلات مشخص کنیم

مثلاً مساوات (۱) و (۲) و (۳) هر کدام معادله باشند
و معادله را محقق گوئیم آنوقت که چون عوض مجهولات مقادیر عددیه قرار دادیم حاصل شود مساوی واضح و ظاهری و یا به تساوی که باندک فکر واضح شود مثلاً این دو تساوی

۳ × ۵ − ۴ = ۱۱ و ۳ × ۵ − ۲ × ۴ + ۶ = ۱۳

حل نمودن معادله عبارت از این است که برای مجهولات مقادیری مشخص کنیم که معادله را محقق سازند و که حل مسئله دو چیز لازم است اول تحویل نمودن او بصورت معادله و دوم حل کردن معادله یا معادلاتی که قرار داده شده

در قرار دادن معادله از روی مسئله در این باب نمیتوان قاعده کلی ذکر نمود که دستور العمل درستی باشد در جمیع مسائل این عمل بسته است بهوش و بعادت شخص بخصوص آنوقت که مسئله مشکل باشد تأمل میکنیم در آن مسائلی که سابقاً از روی معادله تحویل شد آنرا عمومی و مانند آنرا باید پیش گرفت

مجهول مسئله را حرفی فرض میکنیم مثل ص یا ف و ع و در هر مسئله شروط معینه روابطی هست میان بعضی اعداد معلومه و آن مجهول بر وجهی که اعداد دیگر از آنها مرکب شود پس بحرف ص و بعلامات حساب آن روابط را نمایش دهیم و اجزا را با همدیگر ترکیب میکنیم پس آن اعداد ترکیبی بعبارات جبری ادا میشوند و مشتمل بر مجهول و بر اعداد معلومه و در هر مسئله شرطی ذکر شده که باید جمیع آنها بر وفق آن شرط رابطه با همدیگر پیدا کنند پس این رابطه را نیز بعبارت جبری نمایش و آنوقت تساوی صورت می بندد یعنی معادله مسئله است در مسئله اول و در سوم مجهول از یک تجاوز کرده بود چند عدد مطلوب بوده و بیش از یک مجهول منظور نیاوردیم و آنرا ص فرض کردیم و نکته اش این بود که چون یکی از آنها را معلوم فرض میکردیم سایر اعداد چنان رابطه با او داشتند که به بعضی اعمال مذکوره در مسئله

بعض

وبعضی علامات از آنرو [illegible] بدست می آیند ولیکن در هر مسئله این حالت اتفاق نمی افتد بر
آن وقت باید مجهولات بحروف ص و ف و ع نموده و بعد از آنها معادله ترتیب داد و لیکن
قاعده همان است که ذکر شد عوض کلمه مجهول مجهولات بگویند و در آن حسن موافق شروط
مسئله از روی آن مجهولات و اعداد معلومه معادلات چند ترتیب دهند.

در حل معادلات

چنانچه دانستید مسئله را بصورت معادله آوردن عملی است که باید مشق و تکرار دریافت قاعده
کلیه ندارد و ما عن قریب چند مسئله دیگر با کمال نظم و قاعده حل میکنیم ولی اول ذکر کنیم طریق
حل معادلات را از روی قواعد مشخصه معینه

و آنچه مقصود از حل معادلات در بدو اول است همین است آن معادله است که در هر جمله اش بیش
از یک مجهول نباشد و آن هم بی درجه نما و در هیچ مخرجی هم مجهول واقع نشود و در ضلع
اولی هم از او گرفته نشده باشد

مثال　　۸۵ = ۱۰۹ + ص ۲　و　۴۴ = ف ۵ + ص ۳

اصل کلی　باید چنان تصور نمود که هر کدام از حروف ص و ف و ع عددی هستند
که معادله از آن رو [illegible] محقق میشود و از این قرار چنان رفتار کنیم که گویا در معادله آن
محقق [illegible] نموده ایم پس در آن معادله جاری کنیم جمیع احکام و علوم [illegible]

علوم متعارفه　اولاً　هرگاه بر طرفین مساوات و معادله عددی بیفزائیم
یا از هر دو عددی تفریق کنیم در تساوی و تعادل خللی واقع نشود
[illegible]

یعنی مقادیر مشخصه مجهولات را دهد و صدق میکنند

(طرفین معادله دو عبارت چیزی است یا عددی که باین علامت = از همدیگر جدا شده اند و آنها را دو جزو و دو عضو معادله نیز گوئیم)

معادله یک مجهولی را باین وجه حل کنیم که از معادلات دیگر استنباط نمائیم هر کدام مختصرتر از ما قبل خود تا برسیم بمساواتی مثل ۳ = صه یا ۳/۵ = صه یعنی تا جائی که در یکطرف معادله مجهول تنها بماند و در طرف دیگر اعداد معلومه چند باشد پس در حل معادله باید قصد جدا ساختن مجهول را نمود از مقادیر معلومه و لهذا بسیار اتفاق می افتد که بعضی جمله را از طرفی بطرف دیگر نقل کنیم

قاعده نقل کردن جمله از یکطرف معادله بطرف دیگر آنست که جمله را در آنطرف که هست محو کنیم و در طرف دیگر بنویسیم با علامتی مخالف آنچه داشت

مثال (۱) ۵ ـ صه۷ = ۳ + صه ۵ در این معادله میخواهیم جمله ۵ را از طرف اول نقل کنیم موافق قاعده چنین میشود (۲) صه۷ = ۵ + ۳ + صه ۵ و آن معادل است با (۱) چونکه بحکم اول علوم متعارفه مذکوره معادله (۱) هم قدر است با (۳) ۵ + ۵ ـ صه۷ = ۵ + ۳ + صه۵ و این معادله (۳) بعینه (۲) است چرا که ۵ + ، ۵ ـ در جزو دوم متکافی شده محو گشته اند

چون معادله (۲) بدست آمد میتوان همچنان صه ۵ را از جزو اول بجزو دوم نقل نمود آنوقت چنین میشود صه ۵ ـ صه ۷ = ۵ + ۳ و بعد چنین صه ۲ = ۸ و خلاصه ۴ = ۸/۲ = صه

و میتوان نیز بعمل ضرب یا قسمت عددی را از یکطرف معادله بطرف دیگر نقل نمود

مثال از این معادله ۱۲ = صه۳/۵ چنین نتیجه شود ۵ × ۱۲ = صه ۳ و بعد

و بعد چنین $\frac{۱۲\times۵}{۳}$ = صه طرفین را در ۵ ضرب کردیم تا صه از مخرج وارسته شود و بعد بر ۳ قسمت کردیم تا از مضروب فیه آزاد شود و بطور کلی تفریق جمع را بر طرف میکند و بعکس و تقسیم ضرب را و بعکس و حال این احکام را جاری میکنیم

در حل معادله یک مجهولی درجه اول

حالت اول آنست که در معادله هیچ مخرج نباشد

قاعده جملهائی را که دارای مجهول باشند در یکطرف نقل کنید و جملهائی معلومه را در طرف دیگر و بعد اعمالی را که بعلامات نموده شده اند هر چند ممکن باشد مجری دارید تا حتی الامکان جمیع جملهائی که دارای مجهول بوده اند ببک جمله تحویل شوند و در هر حال صه را بعامل مشترک بنهیا و از اینوقت معادله باینصورت تحویل میشود ج = صه ب طرفین را بر مضروب فیه ب قسمت میکنیم چنین میشود $\frac{ج}{ب}$ = صه

مثال ۱۶ + ۴۳ − صه ۱۳ = صه ۷ − ۳ + صه ۵

جملهای صه را در جزو دوم نقل میکنیم و جمع اعداد را در جزو اول چنین میشود

صه ۷ + صه ۵ − صه ۱۳ = ۱۶ − ۳ + ۴۲ و بعد اعمال را بقدر امکان جاری میکنیم چنین میشود صه ۱۵ = ۳۰ و از آنوقت ۲ = $\frac{۳۰}{۱۵}$ = صه

حالت دوم آنست که معادله صاحب مخارج باشد

قاعده هر جمله کسری را بقدر امکان مختصرش کنید یعنی تحویلش کنید بکسر غیر

[illegible]

علامات کر سابق داشتند و خلاصه جمله صحیح را در خود مخرج مشترک ضرب کنند و آنوقت معادله بدست می‌آید عاری از مخارج و قاعده حالت اول با آن تعلق میگیرد

مثال $\frac{5\text{ص}}{12} - \frac{3}{4} = \frac{7\text{ص}}{5} - \frac{2}{3} + 2\text{ص} - 10 \quad (1)$

در این مثال جملهای کسر خود غیر ممکن التحویل باشند و کوچکتر مخرج مشترک بقاعده حساب ٦٠ است خارج قسمتهای نظیر ٦٠ ٦٠ ٢٠ ١٢ ١٥ ٥

$$\frac{5\text{ص}}{12} - \frac{3}{4} = \frac{7\text{ص}}{5} - \frac{2}{3} + 2\text{ص} - 10$$

$$25\text{ص} - 45 = 84\text{ص} - 40 + 120\text{ص} - 600 \quad (2)$$

معادله جدید (٢) هم قدر است با معادله (١) چونکه تصرفی نکردیم جز آنکه جمیع جملهای (١) را ضرب کردیم در ٦٠ و حالت مساوات باین عمل تغییر نمیکند (بنا بر حکم دوم علوم متعارفه) چون معادله (٢) از مخرج عاری شد قاعده حالت اول را جاری میکنیم و چنین میشود

$$600 + 40 - 45 = 84\text{ص} + 120\text{ص} - 25\text{ص}$$

و بعد چنین $179\text{ص} = 595$ و خلاصه $\text{ص} = \frac{595}{179}$

تنبیه رسم این است که جملهای صه را در آن طرفی از معادله نقل کنیم که آنجا جملهای مثبت صه (یعنی آنها که صاحب علامت + اند) بعد از جمع بزرگتر شوند از مجموع جملهای منفی

اصول قواعد مستعمله در حل مسائل معرفه یک مجهولی اینها بود که ذکر شد و قبل از حل مسائل مخصوصه دیگر باز چند قاعده و احکام کلیه ذکر میکنیم که در قرار دادن معادله مسئله و در حل معادلات بکار آید و موقع اجراشان بدست می‌آید

رسم ترتیب حاصل جمع اعدادیکه بعبارات جبری نموده شده باشند در مسئله سوم دیده شد
و ممکن است که بتفاضل چنین اعداد نیز محتاج شویم و همچنین بحاصل ضرب و غیره چنین اعمال
از روی قواعد معینه چند مجری دارند که ما از هر کدام اینجا چیزی اشاره میکنیم

هر عبارت جبری مرکب از چند عبارت دیگر که بعلامت + و − بهمدیگر مربوط گشته باشند بعلامت دیگر آنرا کثیر الجمله گوئیم و هر کدام از اجزای آن را جمله پس جمله عبارتی است که اجزای آن صاحب علامت + و − در او نباشد و هرگاه جمله اول از منفرد باشد یا در اول جملهای عبارت قرار گرفته باشد بحسب صورت صاحب علامت + یا − نباشد آنرا بالقوه صاحب علامت + دانیم

در جمع — حاصل جمع چند عبارت جبری باین قسم حاصل شود که این عبارات را ردیف همدیگر نویسیم با همان علامتی که دارند

(کثیر الجمله اگر اجزایش همه با علامت + باشند خود حاصل جمع است و الا حاصل تفریق)

مثال ۳ص − ۲ف + ۵/۸ − ۲ = ۳ص + ۵/۸ − (۲ف + ۲)

پس عمل جمع چند کثیر الجمله مبنی میشود بر این دو حکم

چون خواهیم مجموعی را بعددی بیفزائیم یا از آن عدد تفریق کنیم عوض آن کافی است که اجزایش را بترتیب بآن عدد بیفزائیم یا بترتیب تفریق کنیم

مثال ۱۵ + ۲۰ = ۱۵ + ۵ + ۷ + ۸ پس ۵ + ۷ + ۸ = ۲۰ چون

۱۵ − ۲۰ = ۱۵ − ۵ − ۷ − ۸

و چون خواهیم تفاضل دو عدد را به عددی ثالث بیفزائیم کافی است که بزرگتر آن دو عدد را بیفزائیم و کوچکتر را تفریق کنیم

مثال ۱۳ + ۷ = ۱۳ + ۱۵ − ۸ و ۱۵ − ۸ = ۷

این دو حکم را در مثال اصل که حال ذکر میشود جاری کنند تا نتیجه همان طور بدست آید)

مثال اول رجوع کنند بجمع چهار سهم مسئله سوم سابق

مثال دوم مطلوب است حاصل جمع این سه عبارت ۲ص/۷ + ۳ − ۵ص/۴

۲ − ۵/۸ + ف ۲ − ص ۳ و ۸ − ف ۵ − ص ۴ میزان این ها

۸ − ف ۵ − ص ۴ + ۲ − ۵/۸ + ف ۲ − ص ۳ + ۲ص/۷ + ۳ − ۵ص/۴

بعد این عبارت را مختصر میکنیم چنانچه در حل مسائل سابقه ذکر شد

تفریق چون خواهیم عبارت جبری را از عبارت دیگر تفریق کنیم مقدار مفروق را

ردیف مفروق عنه مینویسیم بنا بر آنکه علامات آن را مخالف نمائیم

قاعده تفریق مبنی بر دو حکم است از قبیل آنچه در خصوص جمع ذکر شد و صحت قاعده بهمین معلوم

شود که عبارت نتیجه را بر مفروق اضافه کنند حاصل باید عینه مفروق عنه شود

مثال میخواهیم ۷/۸ − ۵ص/۲ + ۲/۳ − ص ۳ را از ۸/۹ + ۵ − ص ۷ تفریق کنیم

باقی این است ۷/۸ + ۵ص/۲ − ۲/۳ + ص ۳ − ۸/۹ + ۵ − ص ۷ که باید مختصر شود

من باب امتحان باقی را بر مفروق اضافه میکنیم چنین میشود

۷/۸ + ۵ص/۷ + ۲/۳ − ص ۳ + ۷/۸ + ۵ص/۲ − ۲/۳ + ص ۳ − ۸/۹ + ۵ − ص ۷

و بعد از اختصار چنین ۸/۹ + ۵ − ص ۷

در ضرب و قسمت در ضرب جمله در جمله دیگر ضریب‌ها را در هم ضرب کنند

و حروف مختلفه و عامل‌ها را بتمامی هم در حاصل ضرب بنویسید بنا بر آنکه جمع نمای

هر کدام بقدر مجموع دو درجه باشد که در دو عامل دارد

مثال ص۳ ح۲ ب ۵ × ۸ ص۲ ب = ۴۰ ص۴ ح۳ ب۳

زیرا که ص ص ص ح ح ب ۵ × ۸ ص ص ب = ص ص ص ص ح ح ب ب ب ۴۰

ص۴ ح۳ ب۳ ۴۰ = ص ص ص ص ح ح ح ب ب ب ۸ × ۵ =

در قسمت جمله بر جمله دیگر ضریب مقسوم را بر ضریب مقسوم علیه قسمت کنید و حروف
مقسوم را بعینه در خارج قسمت بنویسید بنا بر آنکه درجهٔ هر کدام را بقدر فضل
درجهٔ مقسومش یکیها بر درجهٔ که در مقسوم علیه دارد

مثال

ص۳ ح۲ ب ۵ = ص ب ۴ ÷ ص۴ ح۳ ب ۲۰

زیرا که قاعدهٔ قسمت از قاعدهٔ ضرب استنباط شده

و چون خواهیم کثیرالجمله را در عددی یا در جمله ضرب کنیم جملهایش را بترتیب ضرب
میکنیم در آن عدد یا در آن جمله بنا بر آنکه علامت هر جملهٔ حاصل ضرب همان باشد
که در کثیرالجمله داشت و در قسمت باید جملهای کثیرالجمله را بترتیب بر عدد یا
بر جملهٔ مقسوم علیه قسمت نمود

این حکم مبنی است بر آنکه در کتاب ثابت نمودیم آنجا که گفتیم در ضرب حاصل جمع یا تفاضل
در عددی باید جملهای مجموع یا تفاضل را بترتیب در آن عدد ضرب نمود و در قسمت مجموع یا تفاضل
گفتیم باید جملهایش را بترتیب قسمت نمود مثال

ص۴ ب ۴۰ + ص۳ ح ب۲ ۶۰ − ص۴ ح۳ ب ۱۰۰ = ص ب ۵ × (ص۳ ب ۸ + ص۲ ح ب ۱۲ − ص۳ ح۲ ب ۲۰)

ص۳ ب ۲ + ص ح ب ۳ − ص۲ ح۳ ب ۵ = ص ب ۴ ÷ (ص۴ ب ۸ + ص۲ ح ب ۱۲ − ص۳ ح۳ ب ۲۰)

در اجرای قواعد مذکوره در حل مسائل

در مسائل اختلاط و امتزاج دو نوع سکه داریم یکی یکمن ۷۵ ره قران بها دارد
و دیگر یکمن ۵۵ ره میخواهیم مواد ۲۲۸ من از این دو ترکیب کنیم بوجهی که یکمن
ممزوج ۶۳ ره قران بیرزد و متفاوت و شئ است که از هر کدام باید گرفت
فرض میکنیم ص عدد منهای نوع اول باشد وزن دوم این میشود ص − ۲۲۸

قیمت صه من ۰٫۷۵ قرانی این است صه × ۰٫۷۵
و قیمت (صه − ۲۲۸) من ۰٫۵۵ قرانی این میشود (صه − ۲۲۸) × ۰٫۵۵
و قیمت تمام ممزوج این میشود (صه − ۲۲۸) × ۰٫۵۵ + صه × ۰٫۷۵
ولی گفته‌ایم که ۲۲۸ من ممزوج هر من ۰٫۶۳ قران بیرزد و قیمت کل این میشود
۲۲۸ × ۰٫۶۳ پس معادلهٔ مسئله این است

۰٫۷۵ صه + ۰٫۵۵ × (۲۲۸ − صه) = ۰٫۶۳ × ۲۲۸

یا چنین
۷۵ صه + ۵۵ × ۲۲۸ − ۵۵ صه = ۶۳ × ۲۲۸

و بعد از اختصار چنین . ۲۰ صه = ۲۲۸ × ۸

۲۲۸ × ۴ = ۱۰ صه ، صه = ۹۱ من ۸ سیر ، ۲۲۸ − صه = ۱۳۶ من ۳۲ سیر

مسئله دو شمش نقره داریم عیار یکی ۰٫۹۰۰ و عیار دیگری ۰٫۸۲۰ میخواهیم شمشی ترکیب کنیم بوزن ۲٫۴۲ من و بعیار ۰٫۸۷۵ و مطلوب وزن هر کدام از دو عیار اول است

فرض میکنیم صه وزن عیار اول باشد وزن دوم این میشود صه − ۲٫۴۲ و چون هر منی از عیار ۰٫۹۰۰ دارای ۰٫۹۰۰ من نقرهٔ خالص است در صه من وزن نقرهٔ خالص بقدر میشود صه × ۰٫۹۰۰ من و همچنین وزن نقرهٔ خالص در صه − ۲٫۴۲ من
این است (صه − ۲٫۴۲) × ۰٫۸۲۰ من
پس وزن مجموع نقرهٔ خالص خلط این میشود

۰٫۹۰۰ × صه + ۰٫۸۲۰ × (۲٫۴۲ − صه) من

ولی موافق شرط مسئله در ۲٫۴۲ من نقره که بعیار ۰٫۸۷۵ باشند وزن نقرهٔ خالص چنین میشود ۲٫۴۲ × ۰٫۸۷۵ من پس این معادله ترتیب داده میشود

۲٫۴۲ × ۰٫۸۷۵ = (۲٫۴۲ − ص) ۰٫۸۲۰ + ص × ۰٫۹۰۰

وبعد ۸۷۵ × ۲٫۴۲ = (۲٫۴۲ − ص) ۸۲۰ + ص ۹۰۰

وبعد ۲٫۴۲ × (۸۷۵ − ۸۲۰) = ص ۸۲۰ − ص ۹۰۰

وباختصار ۲٫۴۲ × ۵۵ = ص ۸۰ و ص = (۲٫۴۲ × ۵۵) / ۸۰

مسئلهٔ سه نوع سرکه داریم قیمت نوع اول هر من ۷۵ پاره قران و دوم ۶۰ و سوم ۵۰ پاره میخواهیم موازی ۲۲۸ من از انها ترکیب کنیم بر نسبتی که قیمت هر من ممزوج ۵۸ پاره قران شود و مطلوب وزن هر کدام از انهاست

وزن ۷۵ پاره قرانی را ص فرض میکنیم و وزن ۶۰ پاره قرانی را ع و از این قرار وزن ۵۰ پاره قرانی چنین میشود ۲۲۸ − ص − ع

قیمت ص من ۷۵ پاره قرانی این است ص ۰٫۷۵

وقیمت ع من ۶۰ پاره قرانی این ع ۰٫۶۰

وقیمت وزن ۵۰ پاره قرانی چنین (۲۲۸ − ص − ع) × ۰٫۵۰

پس قیمت مجموع آنچه ممزوج شده این میشود

ص ۰٫۷۵ + ع ۰٫۶۰ + (۲۲۸ − ص − ع) × ۰٫۵۰.

ولی موافق شرط مسئله قیمت ممزوج از قرار منی ۵۸ پاره چنین باشد ۲۲۸ × ۰٫۵۸

پس این معادله ترتیب داده شود

۲۲۸ × ۰٫۵۸ = ۰٫۵۰ × (۲۲۸ − ص − ع) + ع ۰٫۶۰ + ص ۰٫۷۵

یا چنین ۲۲۸ × ۵۸ = ۵۰ × (۲۲۸ − ص − ع) + ع ۶۰ + ص ۷۵

وبعد از تحویل ۱۸۲۴ = ۸ × ۲۲۸ = ع ۱۰ + ص ۲۵ (۱)

بعد از رعایت جمیع شروط مسئله یک معادله و دو مجهولی بدست آمده پس با یکی

از مجهولات

از مجهولات را عددی بمیل خود فرض کنیم مثلاً ۶۰ = ع وآنوقت

۱۸۲۴ = ۶۰۰ + ۲۵ ص

وبعد ص = ۱۲۲۴/۲۵ = ۴۸ + ۲۴/۲۵ = ۴۸,۹۶ من

۱۰۸,۹۶ = ۴۸,۹۶ + ۶۰ و ۹۹,۰۴ = ۱۰۸,۹۶ - ۲۲۸ من

پس چون ۶۰ من ۶۰ عدد قرابه و ۴۸,۹۶ من ۲۵ پاره قرابه و ۹۹,۰۴ من ۵۰ عدد قرابه را باهم ممزوج کنیم سوار ۲۲۸ من ترکیب میشود از قرار منی ۵۸ عدد میتوان ۵۰ = ع فرض نمود آنوقت بنظر آن وزنی برای ص بدست میاوریم ووزنی برای ع - ص - ۲۲۸ واین جواب دیگر مسئله میشود

وچون میتوان ع را هر مقداری فرض نمود معلوم میشود که ص و ع و ع - ص - ۲۲۸ مقدار معینی ندارند عدد مقادیر ممکنه آنها بی شمار است ومسئله را در این صورت مسئله گوئیم وراه حلش چنین بود که ذکر شد واز اینجا میتوانیم برای ع وبرای ع - ص - ۲۲۸ دو مقداری فرض کنیم ومقدار سوم را بعمل مشخص نمائیم ولی اگر قید دیگر بر مسئله می افزودیم مثلاً می گفتیم که وزن ۶۰ عدد قرابه مضاعف وزن ۲۵ پاره قرابه باشد مسئله معین میشد آنوقت ص ۲ = ع پس ص ۲۰ = ع ۱۰ ومعادله چنین میشد

۱۰۲۴ = ص ۲۰ + ص ۲۵ یا ۱۰۲۴ = ص ۴۵ و ص = ۱۰۲۴/۴۵

وازاینروی مقدار ع ومقدار ع - ص - ۲۲۸ معلوم میشد

مسئله دو چاپار در آن واحد عازم حرکت شدند یکی از طهران ودیگری از زنجان هر دو بسمت تبریز اولی در هر ساعت ۵ فرسنگ سیر میکرد ودومی در هر ساعت سه فرسنگ وفاصله مابین این دو بلد قریب ۶۰ فرسخ است

حال میخواهیم بدانیم این دو نفر در چه فاصله از زنجان همدیگر را ملاقات میکنند

خط عَ ع مسیر دو چاپار است و ط طهران و ن زنجان موافق فرض طن مساوی ۵۶ فرسخ است و فرض میکنیم م محل ملاقات باشد و س فاصله مطلوب لازم و س + ۵۶ = م ط چاپار اول چون هر ۵ فرسخ را در ساعتی سیر میدهد ساعات طی فاصله ط م بحرکت او برابر مراتبی است که ۵ مندرج شود در س + ۵۶ یعنی $\frac{\text{س} + ۵۶}{۵}$ ساعت و همچنین چاپار دوم فاصله س را در $\frac{\text{س}}{۳}$ می‌پیماید و این دو مدت باید متساوی باشند چونکه هر دو در یک لحظه شروع نمودند بحرکت و بم رسیدند

پس این معادله ترتیب داده میشود $\frac{\text{س}}{۳} = \frac{\text{س} + ۵۶}{۵}$

بعد از رفع مخارج $۵\text{س} = ۳\text{س} + ۳ \times ۵۶$

یا $۲\text{س} = ۱۶۸$

و بنابراین $\text{س} = \frac{۱۶۸}{۲} = ۸۴$

یعنی که تلاقی در فاصله ۸۴ فرسخی زنجان اتفاق می‌افتد

حال بر فرض همان شروط و اعداد بنی فرض میکنیم که چاپار طهران مدت دو ساعت قبل از چاپار زنجان شروع کند بحرکت

در مدت این ۲ ساعت ۱۲ چاپار ۱۲ فرسخ سیر میکند پس آنوقت که چاپار دوم عازم حرکت شود اولی ۴۴ فرسخ از زنجان فاصله دارد یعنی باید عوض ۵۶ فرسخ سابق ۴۴ گفت و مسئله را همانطور حل نمود

$\text{س} = \frac{۴۴ \times ۳}{۲} = ۶۶$ فرسنگ

در حل مسائل چند مجهولی مسئله ما قبل آخر دو مجهولی بود و بعد از رعایت جمع قیود یک معادله بیشتر بدست نیامد و آن وقت معلوم شد که مسئله سیاله است و عدد جوابهایش غیر متناهی و حکم همین است در هر مسئله که بعد از ضبط شروط عدد معادلات کمتر باشد و همیشه باید عدد معادلات درست برابر مجهولات بشود و حال مقصود بیان راه حل معادلات دو مجهولی است

مسئله شخصی مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان نقد خواهد بمعامله و مرابحه داد بعضی را از صدی ۵ و بعضی را از قرار صدی ۴ و مبلغ ۴۶۸ تومان ربح سالیانه آن وجوه شد حال مطلوب مبلغی است که به هر نرخ داده است

مبلغی را که از قرار صد ۵ داده شده است صه فرض میکنیم و آنچه از قرار صد ۴ باشد ع پس

۱۰۰۰۰ = ع + صه (۱)

حال ربح این دو مبلغ را معلوم میکنیم از قرار صد ۵ ربح یکتومان ۰٫۰۵ تومان است و ربح صد تومان صه × ۰٫۰۵ تومان و همچنین ع تومان از قرار صد ۴ ربحش این میشود ع × ۰٫۰۴ تومان و مجموع این دو نخواه باید مبلغ ۴۶۸ تومان شود پس معادله دوم چنین میشود

۴۶۸ = ع ۰٫۰۴ + صه ۰٫۰۵

یا بعد از رفع مخارج چنین

۴۶۸۰۰ = ۴ع + ۵صه (۲)

در حل دو معادله (۱) و (۲) مقدار یکی از دو مجهول مثلا ع را از معادله (۱) استخراج میکنیم این میشود ع = ۱۰۰۰۰ − صه و بجای ع در معادله (۲) قرار میدهیم چنین میشود

۴۶۸۰۰ = ۴(۱۰۰۰۰ − صه) + ۵صه

و بعد از جبر و ضرب چنین

۴۶۸۰۰ = ۴۰۰۰۰ − ۴صه + ۵صه

و بعد از نقل ۴۰۰۰۰ در جزو دوم و تحویل اجزا چنین میشود

۶۸۰۰ = صه

وبنابراین

بنابراین $\text{ع} = ۱۰۰۰۰ - \text{صه} \times ۳۲۰۰$

مسئله زید و عمرو با هم مشغول انجام امری شدند نوبت اول زید ۲۴ روز مشغول شد و عمرو ۱۹ روز و مبلغ ۱۷۷ قران متفقاً اجرت گرفتند نوبت دیگر زید ۲۱ روز خدمت کرد و عمرو ۱۷ روز این مرتبه مستحق ۱۵۶ قران اجرت شدند حال مطلوب اجرت یومیه هر کدام است

اجرت یومی زید را صه فرض میکنیم و اجرت یومی عمرو را ع پس نوبت اول مجموع اجرت هر دو ایشان چنین میشود $۱۹\text{ع} + ۲۴\text{صه}$ و نوبت دوم چنین $۱۷\text{ع} + ۲۱\text{صه}$

پس این دو معادله مرتب شود

$$۱۷۷ = ۱۹\text{ع} + ۲۴\text{صه} \quad (۱)$$

$$۱۵۶ = ۱۷\text{ع} + ۲۱\text{صه} \quad (۲)$$

در حل این دو معادله چنان تصور میکنیم که ع معلوم باشد و مقدار صه را از (۱) بیرون میآوریم $۲۴\text{صه} = ۱۷۷ - ۱۹\text{ع}$ و $\text{صه} = \frac{۱۷۷ - ۱۹\text{ع}}{۲۴} \quad (۳)$

این مقدار را در معادله (۲) بجای صه قرار میدهیم چنین میشود

$$\frac{۲۱ \times (۱۷۷ - ۱۹\text{ع})}{۲۴} + ۱۷\text{ع} = ۱۵۶$$

من باب اختصار ۲۱ و ۲۴ را بر ۳ قسمت میکنیم

$$\frac{۷ \times (۱۷۷ - ۱۹\text{ع})}{۸} + ۱۷\text{ع} = ۱۵۶$$

و عمل ضرب را بجا آورده مخرج را رفع میکنیم چنین میشود

$$۱۲۳۹ - ۱۳۳\text{ع} + ۱۳۶\text{ع} = ۱۲۴۸$$

و بعد $۳\text{ع} = ۱۲۴۸ - ۱۲۳۹ = ۹$ و $\text{ع} = ۳$

حال مقدار ع را در معادله (۳) قرار میدهیم

$$\text{صه} = \frac{۱۷۷ - ۱۹ \times ۳}{۲۴} = \frac{۱۷۷ - ۵۷}{۲۴} = \frac{۱۲۰}{۲۴} = ۵$$

پس راه حل دو معادله دو مجهولی را دریافتید و اگر اتفاق معادلات مفروضه صاحب مخارج باشند باید اول مخارج را رفع نمود

حال سه معادله سه مجهولی فرض میکنیم

(۱)　۲ص + ۹س − ۴ع = ۲۸

(۲)　۷ص + ۳ع − ۵س = ۳

(۳)　۹ص + ۱۰ع − ۱۱س = ۴

سایر مجهولات را اعداد معلومه تصور میکنیم و مقدار یکی از آنها را در روی یکی از معادلات استخراج میکنیم مثلا مقدار ص را از معادله اول بیرون می آوریم

۲ص = ۲۸ − ۹س + ۴ع و از آنجا　ص = (۲۸ − ۹س + ۴ع) / ۲　(۴)

این مقدار را در دو معادله دیگر قرار میدهیم

۷(۲۸ − ۹س + ۴ع) / ۲ + ۳ع − ۵س = ۳

۹(۲۸ − ۹س + ۴ع) / ۲ + ۱۰ع − ۱۱س = ۴

و بعد از اجرای اعمال و رفع مخارج چنین میشود

۱۹۶ − ۶۳س + ۲۸ع + ۶ع − ۱۰س = ۶

۲۵۲ − ۸۱س + ۳۶ع + ۲۰ع − ۲۲س = ۸

حروف ع و حروف س و اعداد را جدا جدا با رعایت علامات جمع میکنیم معادله مختصر شود آخر کار چنین میشود

(۵)　۱۹۰ = ۷۳س − ۳۴ع

(۶)　۲۴۴ − ۱۰۳س − ۵۶ع

این معادلات دو مجهولی را مانند سابق حل میکنیم اول از معادله (۵) مقدار ع را

بیرون می آوریم ۷۳س = ۱۹۰ + ۳۴ع و ۱۹۰ - ۷۳س = ۳۴ع

و با محاسبه ع = (۷۳س - ۱۹۰) / ۳۴ (۷)

این مقدار را در معادله (۶) قرار میدهیم

۵۶(۷۳س - ۱۹۰) / ۳۴ - ۱۵۳س = ۲۴۴ ،

این معادله یک مجهولی را موافق قواعد سابقه حل میکنیم مقدار س چنین میشود س = ۴
این مقدار را در معادله (۷) قرار میدهیم و بعد از اجرای اعمال چنین میشود ع = ۳
و با محاسبه و مقدار س و ع را در معادله (۳) قرار میدهیم چنین می شود ح = ۲
از این دو تمرین معلوم شد که اگر اتفاقاً معادلاتی برسیم صاحب چهار مجهول باید مقدار یکی از مجهولات را از یکی از معادلات بیرون آورد و در سایر معادلات قرار داد
آنوقت سه معادله سه مجهولی نتیجه میشود و بطریق مذکور حل میکنیم و بعد از آنکه مقادیر این مجهول بدست آمد قرارشان میدهیم در آنکه ابتدا از یکی از معادلات منفرد استخراج شده بود تا مجهول چهارم مشخص شود و در آنصورت که معادلات پنج مجهولی و شش مجهولی اتفاق افتد باز بطریق مذکور رفتار میکنیم

در استعمال حروف برای عمومی نمودن جواب مسائل عددیه

تعریف کنش و آن عبارتی است جبری که نماینده اعمالی که باید بر اعداد معلوم مجری داشت تا عدد مطلوب معین شود

مثلا این دو مساوات ح = (ا × ن × س) / ۱۰۰ و ا(۱+ن)^ع = س که در کتاب قرار دادیم برای حساب ربح ساده و مرکب در سلک دستور مندرجند
چون خواستیم مسئله را بوجه عمومی حل نمائیم یعنی دستور یا دستوری استخراج کنیم که بتوان بدلالت آن ... و عمل از روی حل نمود جمیع مسائل متشابهه را که با اختلاف ... باشد

فرض نمیشد مقادیر عددیه در صورت این مقادیر را بحروف بنمائیم و همان طور که در اعداد عمل جاری میکردیم تا مقادیر مجهوله رسیدیم در حروف نیز چنان کنیم

واکنون بهمین وجه مسئله اول ص ۴۳۱ را عمومی میکنیم

مسئله مجموع دو عدد $م$ است و تفاضلشان $ب$ مطلوب مقدار این دو عدد است

عدد مطلوب کوچکتر را $س$ فرض میکنیم

پس بزرگتر میشود $ب + س$

و مجموع دو عدد $ب + ۲س$

واین مجموع باید بعدد $م$ شود پس این معادله حاصل شود

$$م = ب + ۲س$$

وازانجا $ب - م = -۲س$ و بعد $\frac{م}{۲} - \frac{ب}{۲} = س$ (۱)

وعدد بزرگتر این میشود $ب + \frac{م}{۲} - \frac{ب}{۲} = \frac{ب}{۲} + \frac{م}{۲} = ب + س$

وخلاصه $\frac{ب}{۲} + \frac{م}{۲} = ب + س$ (۲)

دو مساوات (۱) (۲) دو دستورند وازروی آنها چنین معلوم میشود که عدد کوچکتر بقدر نصف مجموع منهای نصف تفاضل است و عدد بزرگتر بقدر نصف مجموع بعلاوه نصف تفاضل

مثال مجموع دو عدد ۸۴ است و تفاضل انها ۲۲ مطلوبان دو عدد است

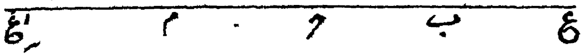
$۸۴ = م$ و $۲۲ = ب$ پس عدد کوچکتر این است $\frac{۸۴}{۲} - \frac{۲۲}{۲} = ۴۲ - ۱۱ = ۳۱$

وعدد بزرگتر این $۴۲ + ۱۱ = ۵۳$

مسئله ص ۴۳۵ را نیز عمومی میکنیم

مسئله دو چاپار در یک آن شروع بحرکت نمودند زید از نقطه ب و عمرو از نقطه ح و هر دو در جهت واحد یعنی ب ح سیر نمودند زید در ساعت

سه فرسخ و عمرو در هر ساعت سه' و فاصله ما بین ب و ح اند و نقطهٔ ف
فرسخ است حال میخواهیم بدانیم در چه فاصله از نقطهٔ ح تلاقی واقع میشود



فرض میکنیم م نقطه ملاقات باشد و مطلوب تعیین فاصله ح م است پس از آن را صه
فرض میکنیم چون $\text{ف} = \text{ح ب}$ و $\text{صه} + \text{ف} = \text{م ح} + \text{ح ب} = \text{م ب}$
و زید در هر ساعت سه فرسخ طی میکند فاصله صه + ف را در آنقدر ساعت طی خواهد
نمود که سه فرسخ مندرج شود در صه + ف یعنی در $\frac{\text{صه}+\text{ف}}{\text{سه}}$ ساعت همچنین معلوم
میکنیم که عمرو فاصله صه را در $\frac{\text{صه}}{\text{سه}'}$ ساعت طی میکند و این دو عدد باید معادل باشند
چونکه زید و عمرو در یک لحظه از دو نقطه ب و ح شروع کردند بحرکت و باتفاق رسیدند
بنقطهٔ م پس معادله چنین باشد $\frac{\text{صه}}{\text{سه}'} = \frac{\text{صه}+\text{ف}}{\text{سه}}$ (۱)

بعد از رفع مخارج چنین شود $\text{صه سه} = \text{صه سه}' + \text{سه}'\text{ف}$

و از اینجا $\text{صه} \times (\text{سه}' - \text{سه}) = \text{صه سه}' - \text{صه سه} = \text{سه}'\text{ف}$

و علی هذا $\frac{\text{سه}'\text{ف}}{\text{سه}' - \text{سه}} = \text{صه}$ (۲)

این است دستوری که از روی جمیع امثال چنین مسئله بلا فاصله حاصل شود
مثال این دستور را استعمال کنیم در حل مسئله ۴۳۵

در این مسئله $۵۶ = \text{ف}$ و $۵ = \text{سه}$ و $۳ = \text{سه}'$

پس $\text{صه} = \frac{۵۶ \times ۳}{۵ - ۳} = \frac{۱۶۸}{۲} = ۸۴$

و اگر جای پا رطران ۲ عشر ۱۲ قدم زود تر حرکت میکرد معلومات چنین میشد

$۴۴ = \text{ف}$ و $۵ = \text{سه}$ و $۳ = \text{سه}'$

پس $\text{صه} = \frac{۴۴ \times ۳}{۵ - ۳} = \frac{۱۳۲}{۲} = ۶۶$

از اینجا دورتر نمیرویم آنچه در ضمیمه ذکر شد با آنچه در حساب تشریح دادیم دلایل کافی باشند متعلمین را در ترتیب و سایر و در استعمال آنها برای حل مسائلی که با آنها مربوط باشند

HYDERABAD STATE LIBRARY

بسمه تعالی شأنه العزیز

در جواب مسائل سبعه لاینحل خلاصة الحساب که حقیر در سال ۱۲۷۵ حل نموده است بنا برای [بن]
وشرح وبسط در رساله موسومه بحل مالاینحل واینجا بذکر هر مسئله وجواب آن اکتفا میکنم

المسئلة الاولی عشرة مقسومة بقسمین اذا زید علی کل جذره وضرب
الجمع فی المجموع حصل عدد مفروض

جواب عدد مفروض را ۳۵ فرض نمودیم واین جواب حاصل شد

قسمت اقل نسبت ۱٫۸۲۱۱۹ را

وقسمت اکثر این ۸٫۱۷۸۸۱

وسبب عجز قدما از حل این مسئله آنست که عمل منتهی میشود باین معادله که [ل]
کعب الکعب بعلاوه ده مال الکعب بعلاوه ۱۴۱ مال المال بعلاوه ۵۰ [ل]
کعب بعلاوه ۱۲۲۵ عدد مساوی میشود با ۱۸ کعب الکعب بعلاوه ۳۸ مال
الکعب بعلاوه ۴۱۰ مال بعلاوه ۵۰۰ شیء وبر هر محاسبی معلوم است که
قدما عاجز بودند از حل اینگونه معادلات

و[اگر] عدد مفروض را بخش نموده با ۳۵ فرض نمودیم دیگر
جواب دیگر استخراج میشود

المسئلة الثانیة مجذور ان زدنا علیه عشرة کان للمجموع جذر وان نقصناها
منه کان للباقی جذر

جواب این مسئله مستحیل است ودلیلش را در رساله مفصل ذکر نموده ام

المسئلة الثالثة ان نرید بعشرة الا جذر ما لعمرو ولعمرو عشرة

الا جذر ما لو زید

این مسئله منجر میشود بمعادله درجه چهارم که مال المال باشد و جواب این است

مال زید ۸،۵۵۹۷۵

و مال عمرو ۲،۰۷۴۳۶

المسئلة الرابعة عشرة مقسومة بقسمین اذا قسمنا کلا منهما علی الآخر و جمعنا الخارجین کان المجموع مساویا لاحد قسمی العشرة

این مسئله از درجه سوم است منجر بمعادله میشود مرکب از کعب و مال و شیء و عدد

قسمت اکثر در حالت اول جواب این است

قسمت اقل ۲،۸۷۸۳

قسمت اکثر ۷،۱۲۱۷

و در حالت دوم جواب این است

قسمت اقل ۱،۰۱۲۷

قسمت اکثر ۸،۹۸۷۳

المسئلة الخامسة مجذور اذا زید علیه جذره و درهمان او نقص منه جذره و درهمان کان للمجموع او الباقی جذر

جواب مجذور مطلوب این است $\frac{۱۱۵۶}{۲۲۵}$ و جذرش $\frac{۳۴}{۱۵}$

و بعد از اضافه جذر و درهمان این مجذور حاصل میشود $\frac{۲۱۱۶}{۲۲۵}$ که جذرش این است $\frac{۴۶}{۱۵}$ و بعد از نقصان جذر و درهمان این مجذور حاصل میشود $\frac{۱۹۶}{۲۲۵}$ که جذرش این است $\frac{۱۴}{۱۵}$

المسئلة السادسة ثلثة مربعات متناسبة مجموعها مربع

جواب موافق براهینی که در رساله شرح داده ایم این مسئله مستحیل است

المسئلة السابعة مکعب قسم بقسمین مکعبین

جواب این مسئله نیز موافق تفصیل رساله مستحیل است

تنبیه مقصود از استنباط جواب این هفت مسئله اینست که اعدادی ثابت نمود که شروط مسئله در آنها صدق کند نه از صحاح و نه از کسور یعنی محال فرض شده مثل اینکه بگوئیم عددی مطلوب است که بزرگتر باشد از ۱۵ و کوچکتر باشد از ۱۴ و در هر صورت حقیر از عهده جواب برآمده چونکه مقصود از جواب اقامه برهان است بر صحت و سقم مسئله و بر امکان جواب و عدم امکان آن پس در صورت امکان باید جواب عددی گفت چنانکه در چهار مسئله اول گفتیم و در صورت عدم امکان باید برهان اکتفا نمود

در دار الطباعه مخصوص دولتی بسعی و اهتمام عالیجاه
میرزا عباس سمت انطباع پذیرفت
کتبه اقل الناس عباسعلی
۱۲۹۱
شهر